

Bab 7

Selang Kepercayaan untuk Beda antara Dua Mean Populasi $\mu_1 - \mu_2$: Sampel Saling Bebas

1

Syarat:

- Dua sampel acak diambil dari dua populasi yang saling bebas.
- Membandingkan dua mean populasi maka digunakan statistik:

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

2

Populasi 1

Parameter: μ_1 dan σ_1^2
(tak diketahui)

Ukuran sampel: n_1

Statistik: \bar{x}_1 dan s_1^2

Populasi 2

Parameter: μ_2 dan σ_2^2
(tak diketahui)

Ukuran sampel: n_2

Statistik: \bar{x}_2 dan s_2^2

Perkirakan $\mu_1 - \mu_2$ menggunakan $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$

3

Distribusi dari model sampling model for $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$?

$$E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_1 - \mu_2$$

$$SD(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

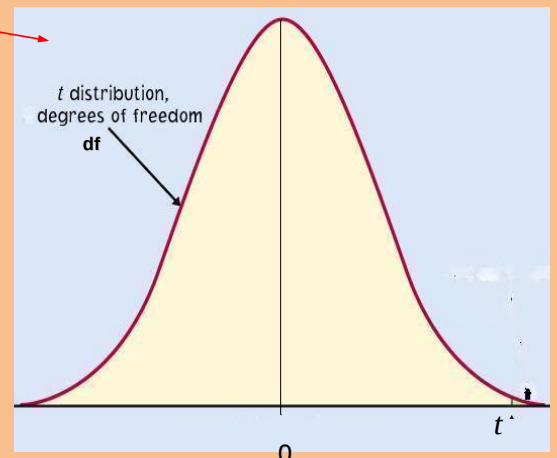
Perkiraan menggunakan

$$SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

Bentuknya?

Karena merupakan distribusi t, maka mempunyai derajat kebebasan, yaitu:

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$$



0

t*

Selang Kepercayaan untuk $\mu_1 - \mu_2$

Confidence interval

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{df}^* \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

where t_{df}^* is the value from the t-table that corresponds to the confidence level

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$$

5

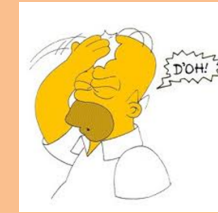
Confidence Interval for $\mu_1 - \mu_2$

Confidence interval

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{df}^* \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

where t_{df}^* is the value from the t-table that corresponds to the confidence level

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$$



6

Contoh: Selang Kepercayaan untuk $\mu_1 - \mu_2$

§ Pada pertandingan bola basket antar universitas, ingin dilihat apakah sebuah univeristas bermain lebih baik di kandang daripada diluar kandang?

§ Tabel berikut menyajikan perolehan poin dari universitas tersebut.

§

Pts allowed at home	44	56	44	54	75	101	91	81
Pts allowed on road	58	56	70	74	80	67	65	79

home: $\bar{x}_1 = 68.25$ $s_1 = 21.8$ $n_1 = 8$

road: $\bar{x}_2 = 68.63$ $s_2 = 8.9$ $n_2 = 8$

7

Contoh: Selang Kepercayaan untuk $\mu_1 - \mu_2$

Hitung 95% Selang Keperccayaan untuk $\mu_1 - \mu_2$ dimana

μ_1 = mean dari perolehan poin bertanding dikandang.

μ_2 = mean dari perolehan poin bertanding diluar kandang

- $n_1 = 8, n_2 = 8; s_1^2 = (21.8)^2 = 475.36; s_2^2 = (8.9)^2 = 79.41$

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2} = \frac{\left(\frac{475.36}{8} + \frac{79.41}{8}\right)^2}{\frac{1}{7} \left(\frac{475.36}{8}\right)^2 + \frac{1}{7} \left(\frac{79.41}{8}\right)^2} = 9.27$$

8

Contoh: Selang Kepercayaan untuk $\mu_1 - \mu_2$

- Menggunakan tabel t dengan $df = 9$; $t_9^* = 2.2622$
- Maka estimasi selang kepercayaan dari beda antara dua mean adalah:

$$\begin{aligned}
 & (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_9^* \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \\
 & = (68.25 - 68.63) \pm 2.2622 \sqrt{\frac{475.36}{8} + \frac{79.41}{8}} \\
 & = -.38 \pm 18.84 = [-19.22, 18.46]
 \end{aligned}$$

9

Penafsiran (Interpretasi)

- 95% SK untuk $\mu_1 - \mu_2$ adalah $(-19.22, 18.46)$.
- Karena selang mengandung **0**, maka bisa disimpulkan bahwa tiak ada perbedaan antara kedua mean
 - μ_1 = mean dari perolehan poin bertanding kandang.
 - μ_2 = mean dari perolehan poin bertanding diluar kandang
- Tidak ada beda antara permainan di kandang dengan diluar kandang .**

10

Contoh lain: Selang Kepercayaan untuk $\mu_1 - \mu_2$

- Apakah terdapat cukup bukti bahwa mengkonsumsi makanan serat tinggi untuk sarapan menurunkan tingkat konsumsi makan siang dibandingkan dengan yang tidak mengkonsumsi makanan serat tinggi?
- Sampel yang terdiri dari 150 orang diambil. Tiap orang kemudian diidentifikasi sebagai pemakan serat tinggi atau bukan.
- Tiap orang kemudian ditimbang dan dicatat nilai kalori asupan makan siangnya.

11

Consomers	Non-cmrs
568	705
498	819
589	706
681	509
540	613
646	582
636	601
739	608
539	787
596	573
607	428
529	754
637	741
617	628
633	537
555	748
.	.
.	.
.	.
.	.

Solusi:

- Parameter yang diuji adalah beda antara dua mean.
- Klaim yang diuji adalah:
Mean dari kalori makan siang yang diasup oleh grup 1 (μ_1) kurang dari grup 2 (μ_2).
- $n_1 = 43$, $n_2 = 107$; $s_1^2 = 4,103$; $s_2^2 = 10,670$

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{s_1^2}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{s_2^2}{n_2} \right)^2} = 122.6$$

12

- $df = 120$; $t_{120}^* = 1.9799$
- Maka selang kepercayaannya adalah:

$$\begin{aligned}
 & (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{120}^* \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \\
 & = (604.02 - 633.239) \pm 1.9799 \sqrt{\frac{4103}{43} + \frac{10670}{107}} \\
 & = -29.21 \pm 27.66 = [-56.87, -1.55]
 \end{aligned}$$

13

Penafsiran

- 95% SK adalah (-56.87, -1.55).
- Karena keseluruhan selang adalah negatif (tidak mengandung 0), maka cukup bukti untuk mengatakan bahwa asupan makan siang dari grup yang mengkonsumsi serat tinggi pada saat sarapan kurang dari grup yang tidak mengkonsumsi serat tinggi untuk sarapan.

14