MATRIKS-MATRIKS ROTASI

DEFINISI

Rotasi adalah salah satu jenis transformasi geometri yang memutar sebuah objek atau titik di sekitar suatu titik tetap yang disebut pusat rotasi. Rotasi ditentukan oleh tiga elemen utama :

Pusat Rotasi

Titik di mana objek berputar

Sudut Rotasi

Besarnya Sudut Perputaran

Arah Rotasi

Arah Perputaran, Searah jarum jam

MATRIKS ROTASI

MATRIKS ROTASI

Merupakan matriks yang digunakan untuk melakukan transformasi rotasi pada sebuah titik atau objek. Matriks ini memungkinkan kita untuk menghitung koordinat bayangan hasil rotasi secara matematis.

RUMUS MATRIKS ROTASI

Untuk rotasi berlawanan arah jarum jam sebesar sudut “α”. Misal, dengan pusat rotasi di titik asal (0,0), matriks rotasinya adalah :

$$R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

Jika sebuah titik P(x,y) dirotasi, maka koordinat bayangannya P'(x', y') dapat dihitung dengan perkalian matriks :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

MACAM DAN JENIS MATRIKS ROTASI

Matriks rotasi dapat dikategorikan berdasarkan sudut rotasinya. Beberapa matriks rotasi yang sering digunakan adalah:

ROTASI 90° (BERLAWANAN ARAH JARUM JAM):

$$R(90^\circ) = \begin{pmatrix} \cos(90^\circ) & -\sin(90^\circ) \\ \sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Rotasi 180°:

$$R(180^\circ) = \begin{pmatrix} \cos(180^\circ) & -\sin(180^\circ) \\ \sin(180^\circ) & \cos(180^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Rotasi 270° (Berlawanan Arah Jarum Jam):

$$R(270^\circ) = \begin{pmatrix} \cos(270^\circ) & -\sin(270^\circ) \\ \sin(270^\circ) & \cos(270^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

LANGKAH PENGAPLIKASIAN MATRIKS ROTASI KE GEOGEBRA

GeoGebra adalah alat yang sangat efektif untuk memvisualisasikan rotasi. Berikut adalah langkah-langkah untuk melakukan rotasi pada sebuah objek di GeoGebra:

1. Buka GeoGebra: Pastikan Anda menggunakan GeoGebra Classic atau versi yang mendukung objek geometri.
2. Buat Objek Awal:
- Buat sebuah poligon (misalnya, segitiga) dengan mengklik alat Poligon.
- Klik pada bidang koordinat untuk menentukan titik-titik sudut, misalnya A(1,1), B(4,1), dan C(2,3).
3. Tentukan Pusat Rotasi:
- Untuk rotasi dengan pusat (0,0), Anda tidak perlu membuat titik pusat secara eksplisit.
- Jika pusat rotasi bukan (0,0), buatlah titik baru, misalnya P(2,2).
4. Gunakan Alat Rotasi:
- Pilih alat Rotate around Point (Rotasi Objek Terhadap Titik).
- Klik pada objek (segitiga ABC).
- Klik pada titik pusat rotasi (misalnya, titik O(0,0) atau P(2,2)).
- Sebuah jendela pop-up akan muncul. Masukkan sudut rotasi yang diinginkan (misalnya, 90°).
- Pilih arah rotasi (Counter Clockwise - berlawanan arah jarum jam atau Clockwise - searah jarum jam).
- Klik OK.
5. Hasil Rotasi:
- GeoGebra akan menampilkan bayangan segitiga baru (A', B', C') yang merupakan hasil rotasi. Anda dapat melihat secara visual bagaimana segitiga tersebut berputar.

CONTOH SOAL

Segitiga ABC memiliki titik-titik sudut A(2, 5), B(2, 1), dan C(6, 1). Rotasikan segitiga tersebut sebesar 180° dengan pusat rotasi di titik asal (0,0). Tentukan koordinat bayangan titik-titik A', B', dan C'

Penyelesaian:

- Sudut Rotasi: α = 180°
- Matriks rotasi :

$$R(180^\circ) = \begin{pmatrix} \cos(180^\circ) & -\sin(180^\circ) \\ \sin(180^\circ) & \cos(180^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Perhitungan untuk A':

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)(2) + (0)(5) \\ (0)(2) + (-1)(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi, A' adalah (-2, -5).

- Perhitungan untuk B':

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)(2) + (0)(1) \\ (0)(2) + (-1)(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Jadi, B' adalah (-2, -1)

- Perhitungan untuk C':

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)(6) + (0)(1) \\ (0)(6) + (-1)(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Jadi, C' adalah (-6, -1).

Dengan demikian, koordinat bayangan segitiga ABC setelah dirotasi 180° adalah A'(-2, -5), B'(-2, -1), dan C'(-6, -1).

TERIMA KASIH