

ANALISIS REGRESI LINEAR GANDA

Analisis regresi linear ganda bertujuan untuk mencari bentuk hubungan (relasi) linear antara satu variable terikat Y dan k variable bebas $X_1, X_2, \dots, X_k$. X dan Y tersebut berskala interval.

Model

Model hubungan antara variable Y dan k variable $X_1, X_2, \dots, X_k$ pada populasi adalah sebagai berikut.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

Untuk setiap pasangan (X_i, Y_i) dengan :

Y_i = nilai ke i variable Y

β_0 = suku tetap

β_j = koefisien regresi pada X_j

J = 1,2,3,...,k dengan $k \geq 2$

ε_i = galat random pada model regresi untuk populasi

Selanjutnya estimator untuk suku tetap β_0 disajikan dengan b_0 , estimator untuk koefisien regresi β_j disajikan dengan b_j , estimator untuk ε_i disajikan dengan e_i . Oleh karena itu model regresi linear pada sampel ialah

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k \text{ untuk } k \geq 2.$$

Contoh Soal

Seorang peneliti bermaksud untuk menemukan hubungan fungsional antara tiga variabel prediktor (intelengensi, motivasi, dan sikap) dengan variabel kriterium (hasil belajar matematika siswa SMA). Untuk itu diadakan penelitian terhadap 60 orang siswa SMA sebagai sampel yang diambil secara acak.

Tugas :

- 1) Rumuskan masalah penelitiannya
- 2) Rumuskan hipotesis penelitiannya
- 3) Rumuskan hipotesis statistiknya
- 4) Buat rancangan penelitiannya yang menggambarkan hubungan antar variabel.
- 5) Hitung regresi sederhananya, tentukan persamaan garis regresinya, gambar garis regresinya, hitung kebermaknaan dan linieritas regresi masing-masing variabel prediktor terhadap kriteriumnya.
- 6) Hitung regresi jamaknya dan koefisien determinasinya.
- 7) Uji signifikansinya dengan F regresi
- 8) Hitung sumbangan efektif masing-masing prediktor terhadap kriteriumnya.
- 9) Buatlah kesimpulan apa yang dapat disimpulkan dalam penelitian tersebut.

Solusi

Diketahui :

Variabel Prediktor : Intelegensi (X_1)

Motivasi (X_2)

Sikap (X_3)

Variabel Kriterium : Hasil Belajar Matematika (Y)

Jumlah Sampel (n) : 60 orang siswa

1) Rumusan masalah :

1. Apakah ada hubungan antara intelegensi dengan hasil belajar matematika?
2. Apakah ada hubungan antara motivasi dengan hasil belajar matematika?
3. Apakah ada hubungan antara sikap dengan hasil belajar matematika?
4. Apakah ada hubungan antara intelegensi, motivasi, dan sikap secara bersama-sama terhadap hasil belajar matematika?

2) Rumusan hipotesis penelitian:

Berdasarkan teori yang dijadikan asumsi-asumsi dalam penelitian ini, maka hipotesis yang diajukan sebagai berikut:

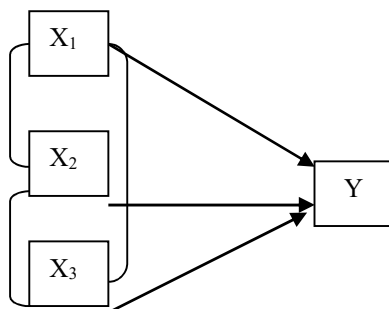
1. Terdapat hubungan yang signifikan antara intelegensi dengan hasil belajar matematika
2. Terdapat hubungan yang signifikan antara motivasi dengan hasil belajar matematika
3. Terdapat hubungan yang signifikan antara sikap dengan hasil belajar matematika
4. Terdapat hubungan fungsional yang signifikan antara intelegensi, motivasi dan sikap terhadap hasil belajar matematika

3) Rumusan hipotesis statistik:

1. $H_a : \mu_1 \neq 0$
 $H_o : \mu_1 = 0$
2. $H_a : \mu_2 \neq 0$
 $H_o : \mu_2 = 0$
3. $H_a : \mu_3 \neq 0$
 $H_o : \mu_3 = 0$
4. $H_a : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq 0$
 $H_o : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0$

4) Konstelasi penelitian :

Penelitian yang akan dilakukan dirancang sedemikian rupa sehingga mengikuti paradigma penelitian sebagaimana digambarkan berikut ini :



Keterangan:

X₁ : Intelegensi

X₂ : Motivasi

X₃ : Sikap

Y : Hasil belajar

5) Analisis data penelitian (Anareg sederhana):

Misalkan data yang diperoleh dalam penelitian tersebut adalah berikut ini:

Tabulasi hasil penelitian

No	INTELEG ENSI (X1)	MOTI VASI (X2)	SIKA P (X3)	HASIL BELAJAR (Y)
1	5	5	6	7
2	6	7	7	7
3	8	8	8	9
4	4	3	4	5
5	2	2	3	3
6	6	9	6	8
7	7	9	7	8
8	4	7	5	6
9	6	7	6	7
10	7	9	7	8
11	8	10	8	10
12	3	3	4	4
13	2	4	3	4
14	6	7	4	7
15	5	6	5	5
16	6	8	7	8
17	7	9	6	9
18	5	7	5	6
19	3	2	3	4
20	4	6	4	5
21	7	8	7	8
22	2	1	3	3
23	3	4	3	4
24	7	8	6	9
25	5	6	4	6
26	7	8	7	9
27	5	5	5	6
28	4	8	5	6
29	5	6	4	5
30	4	4	4	5
31	8	7	8	10
32	7	8	7	9
33	6	6	5	7
34	4	4	5	5
35	3	5	4	5
36	4	4	3	5
37	7	7	6	8
38	4	5	4	5
39	3	4	2	4
40	2	3	3	4
41	6	7	5	8
42	8	9	6	10
43	5	6	5	7

44	3	5	4	5
45	4	4	3	5
46	4	4	3	4
47	5	4	4	5
48	1	3	1	3
49	3	4	2	4
50	8	7	7	9
51	7	7	6	9
52	6	7	5	7
53	5	5	4	6
54	5	6	7	6
55	7	9	6	9
56	8	9	7	9
57	4	5	8	6
58	4	7	3	7
59	5	7	4	7
60	4	4	5	6

Tabel Kerja

N O	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	Y ²	X ₁ Y	X ₂ Y	X ₃ Y	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃
1	5	5	6	7	25	25	36	49	35	35	42	25	30	30
2	6	7	7	7	36	49	49	49	42	49	49	42	42	49
3	8	8	8	9	64	64	64	81	72	72	72	64	64	64
4	4	3	4	5	16	9	16	25	20	15	20	12	16	12
5	2	2	3	3	4	4	9	9	6	6	9	4	6	6
6	6	9	6	8	36	81	36	64	48	72	48	54	36	54
7	7	9	7	8	49	81	49	64	56	72	56	63	49	63
8	4	7	5	6	16	49	25	36	24	42	30	28	20	35
9	6	7	6	7	36	49	36	49	42	49	42	42	36	42
10	7	9	7	8	49	81	49	64	56	72	56	63	49	63
11	8	10	8	10	64	100	64	100	80	100	80	80	64	80
12	3	3	4	4	9	9	16	16	12	12	16	9	12	12
13	2	4	3	4	4	16	9	16	8	16	12	8	6	12
14	6	7	4	7	36	49	16	49	42	49	28	42	24	28
15	5	6	5	5	25	36	25	25	25	30	25	30	25	30
16	6	8	7	8	36	64	49	64	48	64	56	48	42	56
17	7	9	6	9	49	81	36	81	63	81	54	63	42	54
18	5	7	5	6	25	49	25	36	30	42	30	35	25	35
19	3	2	3	4	9	4	9	16	12	8	12	6	9	6
20	4	6	4	5	16	36	16	25	20	30	20	24	16	24
21	7	8	7	8	49	64	49	64	56	64	56	56	49	56
22	2	1	3	3	4	1	9	9	6	3	9	2	6	3
23	3	4	3	4	9	16	9	16	12	16	12	12	9	12
24	7	8	6	9	49	64	36	81	63	72	54	56	42	48
25	5	6	4	6	25	36	16	36	30	36	24	30	20	24
26	7	8	7	9	49	64	49	81	63	72	63	56	49	56
27	5	5	5	6	25	25	25	36	30	30	30	25	25	25

28	4	8	5	6	16	64	25	36	24	48	30	32	20	40
29	5	6	4	5	25	36	16	25	25	30	20	30	20	24
30	4	4	4	5	16	16	16	25	20	20	20	16	16	16
31	8	7	8	10	64	49	64	100	80	70	80	56	64	56
32	7	8	7	9	49	64	49	81	63	72	63	56	49	56
33	6	6	5	7	36	36	25	49	42	42	35	36	30	30
34	4	4	5	5	16	16	25	25	20	20	25	16	20	20
35	3	5	4	5	9	25	16	25	15	25	20	15	12	20
36	4	4	3	5	16	16	9	25	20	20	15	16	12	12
37	7	7	6	8	49	49	36	64	56	56	48	49	42	42
38	4	5	4	5	16	25	16	25	20	25	20	20	16	20
39	3	4	2	4	9	16	4	16	12	16	8	12	6	8
40	2	3	3	4	4	9	9	16	8	12	12	6	6	9
41	6	7	5	8	36	49	25	64	48	56	40	42	30	35
42	8	9	6	10	64	81	36	100	80	90	60	72	48	54
43	5	6	5	7	25	36	25	49	35	42	35	30	25	30
44	3	5	4	5	9	25	16	25	15	25	20	15	12	20
45	4	4	3	5	16	16	9	25	20	20	15	16	12	12
46	4	4	3	4	16	16	9	16	16	16	12	16	12	12
47	5	4	4	5	25	16	16	25	25	20	20	20	20	16
48	1	3	1	3	1	9	1	9	3	9	3	3	1	3
49	3	4	2	4	9	16	4	16	12	16	8	12	6	8
50	8	7	7	9	64	49	49	81	72	63	63	56	56	49
51	7	7	6	9	49	49	36	81	63	63	54	49	42	42
52	6	7	5	7	36	49	25	49	42	49	35	42	30	35
53	5	5	4	6	25	25	16	36	30	30	24	25	20	20
54	5	6	7	6	25	36	49	36	30	36	42	30	35	42
55	7	9	6	9	49	81	36	81	63	81	54	63	42	54
56	8	9	7	9	64	81	49	81	72	81	63	72	56	63
57	4	5	8	6	16	25	64	36	24	30	48	20	32	40
58	4	7	3	7	16	49	9	49	28	49	21	28	12	21
59	5	7	4	7	25	49	16	49	35	49	28	35	20	28
60	4	4	5	6	16	16	25	36	24	24	30	16	20	20
Σ	30	35	29	38	172	240	165	269	214	251	207	200	165	193
	3	8	8	5	5	0	2	7	3	4	6	1	7	6

$$\sum X_1 = 303 \quad \bar{X}_1 = 5,05$$

$$\sum X_2 = 358 \quad \bar{X}_2 = 5,97$$

$$\sum X_3 = 298 \quad \bar{X}_3 = 4,97$$

$$\sum Y = 385 \quad \bar{Y} = 6,42$$

$$\sum X_1^2 = 1725$$

$$\sum X_2^2 = 2400$$

$$\sum X_3^2 = 1652$$

$$\sum Y^2 = 2697$$

$$\sum X_1 Y = 2143$$

$$\sum X_2 Y = 2514$$

$$\sum X_3 Y = 2076$$

$$\sum X_1 X_2 = 2001$$

$$\begin{aligned}\sum X_1 X_3 &= 1657 \\ \sum X_2 X_3 &= 1936\end{aligned}$$

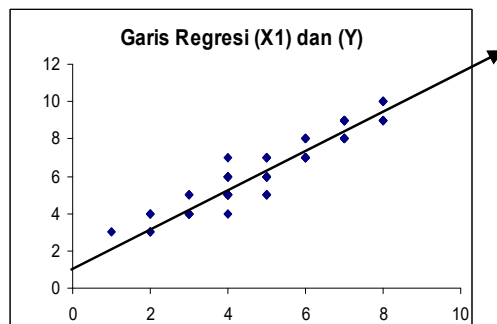
a. Regresi sederhana (untuk X_1 dan Y):

Untuk variabel prediktor: Intelegensi (X_1) dengan variabel kriterium: Hasil Belajar Matematika (Y)

Dengan menggunakan persamaan regresi $\hat{Y} = a + bX_1$, maka harga intersep a dan koefisien regresi b dapat ditemukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}a &= \frac{\sum Y \cdot \sum X^2 - \sum X \cdot \sum XY}{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2} \\ &= \frac{385 \times 1725 - 303 \times 2143}{60 \times 1725 - (303)^2} = \frac{664125 - 649329}{103500 - 91809} = \frac{14796}{11691} = 1,27 \\ b &= \frac{N \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2} \\ &= \frac{60 \times 2143 - 303 \times 385}{60 \times 1725 - (303)^2} = \frac{128580 - 116655}{103500 - 91809} = \frac{11925}{11691} = 1,02\end{aligned}$$

Berdasarkan harga a dan b yang ditemukan maka persamaan regresi $\hat{Y} = a + bX_1$, dapat dituliskan $\hat{Y} = 1,27 + 1,02X_1$. Jika $X_1 = 2$, maka $\hat{Y} = 1,27 + 1,02 \times 2 = 3,31$. Dari persamaan ini dapat digambarkan garis regresinya sebagaimana berikut



Kebermaknaan dan linearitas regresi :

(1) Pengelompokan data skor Intelegensi dan Prestasi Belajar

X_1	Kelompok	n_i	Y
1	1	1	3
2	2	4	3
2			4
2			3
2			4
3	3	7	4
3			4

3			4
3			5
3			4
3			5
3			4
4	4	13	5
4			6
4			5
4			6
4			5
4			5
4			5
4			5
4			5
4			4
4			6
4			7
4			6
5	5	11	7
5			5
5			6
5			6
5			6
5			5
5			7
5			5
5			6
5			6
5			7
6	6	8	7
6			8
6			7
6			7
6			8
6			7
6			8
6			7
7	7	10	8
7			8
7			9
7			8
7			9

7			9
7			9
7			8
7			9
7			9
8	8	6	9
8			10
8			10
8			10
8			9
8			9

Terdapat 8 kelompok

(2) Menghitung Jumlah Kuadrat (JK) = *Sum Square* (SS)

$$JK(T) = \sum Y^2 = 2697$$

$$JK(a) = \frac{(\sum Y)^2}{N} = \frac{(385)^2}{60} = 2470,42$$

$$JK(b|a) = b \left\{ \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} \right\} = (1,02) \left\{ 2143 - \frac{303 \times 385}{60} \right\}$$

$$= 202,73$$

$$JK(S) = JK(T) - JK(a) - JK(b|a) = 2697 - 2470,42 - 202,73 = 23,85$$

$$JK(G) = \sum \left\{ \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} \right\} = \left\{ 3^2 - \frac{(3)^2}{1} \right\} + \left\{ 3^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 - \frac{(3+4+3+4)^2}{4} \right\} +$$

$$\left\{ 4^2 + 4^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 - \frac{(4+4+4+5+4+5+4)^2}{7} \right\} +$$

$$\left\{ 5^2 + 6^2 + 5^2 + 6^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 4^2 + 6^2 + 7^2 + 6^2 - \frac{(5+6+5+6+5+5+5+5+5+4+6+7+6)^2}{13} \right\}$$

$$\left\{ 7^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 6^2 + 5^2 + 7^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 - \frac{(7+5+6+6+6+5+7+5+6+6+7)^2}{11} \right\} +$$

$$\left\{ 7^2 + 8^2 + 7^2 + 7^2 + 8^2 + 7^2 + 8^2 + 7^2 - \frac{(7+8+7+7+8+7+8+7)^2}{8} \right\} +$$

$$\left\{ 8^2 + 8^2 + 9^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 9^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 - \frac{(8+8+9+8+9+9+9+8+9+9)^2}{10} \right\} +$$

$$\left\{ 9^2 + 10^2 + 10^2 + 10^2 + 9^2 + 9^2 - \frac{(9+10+10+10+9+9)^2}{6} \right\} +$$

$$= 0 + 1 + 1,43 + 7,08 + 6 + 1,87 + 2,4 + 1,5 = 21,28$$

$$JK(G) = 21,28$$

$$JK(TC) = JK(S) - JK(G) = 23,85 - 21,28 = 2,57$$

(3) Menghitung derajat kebebasan (dk) sebagai berikut:

$$dk(a) = 1$$

$$dk(b|a) = 1$$

$$dk \text{ sisa} = n - 2 = 60 - 2 = 58$$

$$dk \text{ cocok} = k - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$dk \text{ galat} = n - k = 60 - 8 = 52$$

(4) Mean Kuadrat (MK) atau Rerata Jumlah Kuadrat (RJK):

$$MK(T) = JK(T) : n = 2697 : 60 = 44,95$$

$$MK(S) = JK(S) : dk(S) = 23,85 : 58 = 0,41$$

$$MK(\text{Reg}) = JK(\text{Reg}) : dk(\text{Reg}) = 202,73 : 1 = 202,73$$

$$MK(TC) = JK(TC) : dk(TC) = 2,57 : 6 = 0,43$$

$$MK(G) = JK(G) : dk(G) = 21,28 : 52 = 0,409$$

(5) Harga F Regresi dan F Tuna cocok:

$$F(\text{Reg}) = MK(\text{Reg}) : MK(\text{Sisa}) = 202,73 : 0,41 = 494,46$$

$$F(TC) = MK(TC) : MK(G) = 0,43 : 0,409 = 1,05$$

Tabel Ringkasan Anava Untuk Menguji Keberartian dan Linieritas Regresi

Sumber Variasi	JK (SS)	Dk (df)	MK (MS)	F hitung	F tabel
Total	2697	60	44,95	-	-
Koefisien (a)	2470,42	1	-	-	-
Regresi (b a)	202,73	1	202,73	494,46*	2,81**
Sisa (residu)	23,85	58	0,41		
Tuna Cocok	2,57	6	0,43	1,05 ^{ns}	2,48
Galat (Error)	21,28	52	0,409		

*signifikan

** untuk mencari F tabel digunakan rumus interpolasi yaitu :

$$C = C_0 + \frac{(C_1 - C_0)}{(B_1 - B_0)} \cdot (B - B_0)$$

Keterangan :

B = nilai dk yang dicari
 Bo = nilai dk pada awal nilai yang sudah ada
 B1 = nilai dk pada akhir nilai yang sudah ada
 C = nilai F-tabel yang dicari
 Co = nilai F-tabel pada awal nilai yang sudah ada
 C1 = nilai F-tabel pada akhir nilai yang sudah ada

Dari tabel F diperoleh :

$$B = dk \text{ sisa} = n - 2 = 60 - 2 = 58$$

$$Bo = 55$$

$$B1 = 60$$

$$Co = 1,02$$

$$C1 = 4,00$$

$$C = \dots?$$

$$C = C_0 + \frac{(C_1 - C_0)}{(B_1 - B_0)} \cdot (B - B_0)$$

$$C = 1,02 + \frac{4,00 - 1,02}{60 - 55} \cdot (58 - 55)$$

$$C = 2,81 (\alpha = 0,05) \text{ F tabel} = 2,81$$

(6) Aturan keputusan (kesimpulan)

Jika F hitung (regresi) lebih besar dari harga F tabel pada taraf signifikansi 5% ($\alpha = 0,05$), maka harga F hitung (regresi) signifikan, yang berarti bahwa koefisien regresi adalah berarti (bermakna). Dalam hal ini, F hitung (regresi) = 494,46, sedangkan F tabel untuk dk 1:58 untuk taraf signifikansi 5% = 2,81. Ini berarti, harga F regresi > dari harga F tabel, sehingga hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima, harga F regresi signifikan. Dengan demikian terdapat hubungan fungsional yang signifikan antara variabel intelegensi dan hasil belajar matematika siswa SMA.

(7) Kebermaknaan dan linieritas regresi

$$r^2 = \frac{JK(TD) - JK(S)}{JK(TD)}, \text{ dimana } JK(TD) = \text{jumlah kuadrat total koreksi.}$$

$$JK(TD) = JK(T) - JK(a) = 2697 - 2470,42 = 226,58$$

$$r^2 = \frac{226,58 - 23,85}{226,58} = 0,895 \text{ koefisien korelasi } r = \sqrt{0,895} = 0,945$$

dengan menggunakan rumus korelasi Product Moment, didapatkan koefisien korelasi sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

$$r_{xy} = \frac{(60 \times 2143) - (303 \times 385)}{\sqrt{\{(60 \times 1725) - (303)^2\} \{(60 \times 2697) - (358)^2\}}}$$

$$= 0,60$$

Nilai r tabel untuk $n = 60$ ($\alpha = 0,05$) = 0,254 dan untuk $\alpha = 0,01$ nilai r tabel = 0,330. dengan demikian, r hitung > r tabel, baik pada taraf signifikansi 1% maupun 5%.

Kesimpulan: H_0 ditolak, dan H_a diterima, yang berarti bahwa terdapat korelasi positif antara intelegensi dan hasil belajar matematika siswa SMA.

Koefisien Determinasi $r^2 = (0,895)^2 = 0,945$ atau 94,5%; ini berarti sumbangan atau kontribusi intelegensi terhadap hasil belajar matematika siswa SMA adalah sebesar 94,5%, sedangkan residunya sebesar 5,5% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak diteliti.

b. Regresi sederhana (untuk X_2 dan Y):

Dengan menggunakan persamaan regresi $\hat{Y} = a + bX_2$, maka harga intersep a dan koefisien regresi b dapat ditemukan sebagai berikut:

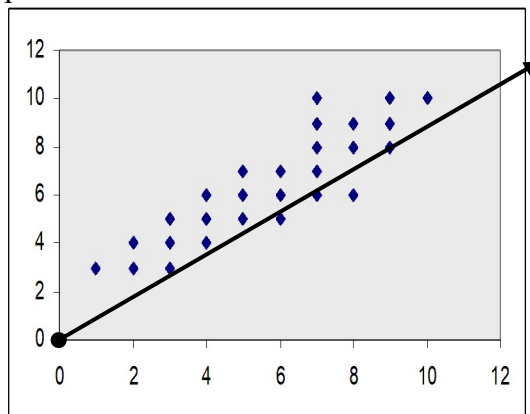
$$a = \frac{\sum Y \cdot \sum X^2 - \sum X \cdot \sum XY}{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$= \frac{(385 \times 2400) - (358 \times 2514)}{(60 \times 2400) - (358)^2} = 1,51$$

$$b = \frac{N \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$= \frac{(60 \times 2514) - (358 \times 385)}{(60 \times 2400) - (358)^2} = 0,82$$

Berdasarkan harga a dan b yang ditemukan maka persamaan regresi $\hat{Y} = a + bX_2$ dapat dituliskan. $\hat{Y} = 1,51 + 0,82X_2$. Dari persamaan ini dapat digambarkan garis regresinya seperti berikut ini:



Kebermaknaan dan linearitas regresi :

(8) Pengelompokan data skor Motivasi dan Hasil Belajar Matematika

X2	Kelompok	ni	Y
----	----------	----	---

1	1	1	3
2	2	2	3
2			4
3	3	4	5
3			4
3			4
3			3
4	4	11	4
4			4
4			5
4			5
4			5
4			4
4			5
4			4
4			5
4			4
4			6
5	5	7	7
5			6
5			5
5			5
5			5
5			6
5			6
6	6	7	5
6			5
6			6
6			5
6			7
6			7
6			6
7	7	13	7
7			6
7			7
7			7
7			6
7			10
7			8
7			8
7			9
7			9
7			7
7			7
7			7
8	8	7	9
8			8
8			8

8			9
8			9
8			6
8			9
9	9	7	8
9			8
9			8
9			9
9			10
9			9
9			9
10	10	1	10

Terdapat 10 kelompok

(9) Menghitung Jumlah Kuadrat (JK) = *Sum Square* (SS)

$$JK(T) = \sum Y^2 = 2697$$

$$JK(a) = \frac{(\sum Y)^2}{N} = \frac{(385)^2}{60} = 2470,42$$

$$JK(b|a) = b \left\{ \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} \right\} = (0,82) \left\{ 2514 - \frac{358 \times 385}{60} \right\}$$

$$= 177,80$$

$$JK(S) = JK(T) - JK(a) - JK(b|a) = 2697 - 2470,42 - 117,80 = 108,78$$

$$JK(G) = \sum \left\{ \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} \right\} = \left\{ 3^2 - \frac{(3)^2}{1} \right\} + \left\{ 3^2 + 4^2 - \frac{(3+4)^2}{2} \right\} + \left\{ 5^2 + 4^2 + 4^2 + 3^2 - \frac{(5+4+4+3)^2}{4} \right\} +$$

$$\left\{ 4^2 + 4^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 + 6^2 - \frac{(4+4+5+5+5+4+5+4+5+4+6)^2}{11} \right\} +$$

$$\left\{ 7^2 + 6^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 - \frac{(7+6+5+5+5+6+6)^2}{7} \right\} +$$

$$\left\{ 5^2 + 5^2 + 6^2 + 5^2 + 7^2 + 7^2 + 6^2 - \frac{(5+5+6+5+7+7+6)^2}{7} \right\} +$$

$$\left\{ 7^2 + 6^2 + 7^2 + 7^2 + 6^2 + 10^2 + 8^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 7^2 + 7^2 + 7^2 - \frac{(7+6+7+7+6+10+8+8+9+9+7+7+7)^2}{13} \right\} +$$

$$\left\{ 9^2 + 8^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 6^2 + 9^2 - \frac{(9+8+8+9+9+6+9)^2}{7} \right\} +$$

$$\left\{ 8^2 + 8^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 9^2 + 9^2 - \frac{(8+8+8+9+10+9+9)^2}{7} \right\} + \left\{ 10^2 - \frac{(10)^2}{1} \right\}$$

$$= 0 + 0,5 + 2 + 4,54 + 3,43 + 4,86 + 17,23 + 7,43 + 3,43 + 0 = 43,42$$

$$JK(G) = 43,42$$

$$JK(TC) = JK(S) - JK(G) = 108,78 - 43,42 = 65,36$$

(10) Menghitung derajat kebebasan (dk) sebagai berikut:

$$dk(a) = 1$$

$$dk(b|a) = 1$$

$$dk \text{ sisa} = n - 2 = 60 - 2 = 58$$

$$dk \text{ cocok} = k - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$dk \text{ galat} = n - k = 60 - 10 = 50$$

(11) Mean Kuadrat (MK) atau Rerata Jumlah Kuadrat (RJK):

$$MK(T) = JK(T) : n = 2697 : 60 = 44,95$$

$$MK(S) = JK(S) : dk(S) = 108,78 : 58 = 1,88$$

$$MK(\text{Reg}) = JK(\text{Reg}) : dk(\text{Reg}) = 177,80 : 1 = 177,80$$

$$MK(TC) = JK(TC) : dk(TC) = 65,36 : 8 = 8,17$$

$$MK(G) = JK(G) : dk(G) = 43,42 : 50 = 0,87$$

(12) Harga F Regresi dan F Tuna cocok:

$$F(\text{Reg}) = MK(\text{Reg}) : MK(\text{Sisa}) = 177,80 : 1,88 = 94,57$$

$$F(TC) = MK(TC) : MK(G) = 8,17 : 0,87 = 9,39$$

Tabel Ringkasan Anava Untuk Menguji Keberartian dan Linieritas Regresi

Sumber Variasi	JK (SS)	Dk (df)	MK (MS)	F hitung	F tabel
Total	2697	60	44,95	-	-
Koefisien (a)	2470,42	1	-	-	-
Regresi (b a)	177,80	1	177,80	94,57*	2,81
Sisa (residu)	108,78	58	1,88		
Tuna Cocok	65,36	8	8,17	9,39	2,13
Galat (Error)	43,42	50	0,87		

*signifikan pada taraf signifikansi 5%

ns = tidak signifikan.

Aturan keputusan (kesimpulan):

Jika F hitung (regresi) lebih besar dari harga F tabel pada taraf signifikansi 5% ($\alpha = 0,05$), maka harga F hitung (regresi) signifikan, yang berarti bahwa koefisien regresi

adalah berarti (bermakna). Dalam hal ini, F hitung (regresi) = 94,57 sedangkan F tabel untuk dk 1:58 untuk taraf signifikansi 5% = 2,81. Ini berarti, harga F regresi > dari harga F tabel, sehingga hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima, harga F regresi signifikan. Dengan demikian terdapat hubungan fungsional yang signifikan antara variabel motivasi dan hasil belajar matematika siswa SMA.

(13) Kebermaknaan dan linieritas regresi

$$r^2 = \frac{JK(TD) - JK(S)}{JK(TD)}, \text{ dimana } JK(TD) = \text{jumlah kuadrat total koreksi.}$$

$$JK(TD) = JK(T) - JK(a) = 2697 - 2470,42 = 226,58$$

$$r^2 = \frac{226,58 - 108,78}{226,58} = 0,519 \text{ koefisien korelasi } r = \sqrt{0,519} = 0,721$$

Nilai r tabel untuk n = 60 ($\alpha = 0,05$) = 0,254 dan untuk $\alpha = 0,01$ nilai r tabel = 0,330. dengan demikian, r hitung > r tabel, baik pada taraf signifikansi 1% maupun 5%.

Kesimpulan: H_0 ditolak, dan H_a diterima, yang berarti bahwa terdapat korelasi positif antara Motivasi dan hasil belajar matematika siswa SMA.

Koefisien Determinasi $r^2 = (0,519)^2 = 0,269$ atau 26,9%; ini berarti sumbangan atau kontribusi Motivasi terhadap hasil belajar matematika siswa SMA adalah sebesar 26,9%, sedangkan residunya sebesar 73,1% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak diteliti.

c. Regresi sederhana (untuk X_3 dan Y):

Untuk variabel prediktor: Sikap (X) dengan variabel kriterium: Hasil Belajar Matematika (Y)

Dengan menggunakan persamaan regresi $Y = a + bX$, maka harga intersep a dan koefisien regresi b dapat ditemukan sebagai berikut:

$$a = \frac{\sum Y \cdot \sum X^2 - \sum X \cdot \sum XY}{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$= \frac{(385 \times 1652) - (298 \times 2076)}{(60 \times 1652) - (298)^2} = 1,68$$

$$b = \frac{N \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{N \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$= \frac{(60 \times 2076) - (298 \times 385)}{(60 \times 1652) - (298)^2} = 0,95$$

Berdasarkan harga a dan b yang ditemukan maka persamaan regresi $\hat{Y} = a + bX$ dapat dituliskan. $\hat{Y} = 1,68 + 0,95X_3$. Dari persamaan ini dapat digambarkan garis regresinya seperti berikut ini:

4			6
4			7
5	5	11	6
5			5
5			6
5			6
5			6
5			7
5			5
5			8
5			7
5			7
5			6
6	6	9	7
6			8
6			7
6			9
6			9
6			8
6			10
6			9
6			9
7	7	10	7
7			8
7			8
7			8
7			8
7			9
7			9
7			9
7			6
7			9
8	8	4	9
8			10
8			10
8			6

Terdapat 8 kelompok

(15) Menghitung Jumlah Kuadrat (JK) = *Sum Square* (SS)

$$JK(T) = \sum Y^2 = 2697$$

$$JK(a) = \frac{(\sum Y)^2}{N} = \frac{(385)^2}{60} = 2470,42$$

$$JK(b | a) = b \left\{ \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} \right\} = (0,95) \left\{ 2076 - \frac{298 \times 385}{60} \right\}$$

$$= 155,64$$

$$JK(S) = JK(T) - JK(a) - JK(b|a) = 2697 - 2470,42 - 117,80 = 108,78$$

$$JK(G) = \sum \left\{ \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} \right\} = \left\{ 3^2 - \frac{(3)^2}{1} \right\} + \left\{ 4^2 + 4^2 - \frac{(4+4)^2}{2} \right\} +$$

$$\left\{ 3^2 + 4^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 + 7^2 - \frac{(3+4+4+3+4+5+4+5+4+7)^2}{10} \right\} +$$

$$\left\{ 5^2 + 4^2 + 7^2 + 5^2 + 6^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 - \frac{(5+4+7+5+6+5+5+5+5+5+6+7)^2}{13} \right\}$$

$$\left\{ 6^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 6^2 + 7^2 + 5^2 + 8^2 + 7^2 + 7^2 + 6^2 - \frac{(6+5+6+6+6+7+5+8+7+7+6)^2}{11} \right\} +$$

$$\left\{ 7^2 + 8^2 + 7^2 + 9^2 + 9^2 + 8^2 + 10^2 + 9^2 + 9^2 - \frac{(7+8+7+9+9+8+10+9+9)^2}{9} \right\} +$$

$$\left\{ 7^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2 + 9^2 + 9^2 + 9^2 + 6^2 + 9^2 - \frac{(7+8+8+8+8+9+9+9+6+9)^2}{10} \right\} +$$

$$\left\{ 9^2 + 10^2 + 10^2 + 6^2 - \frac{(9+10+10+6)^2}{4} \right\}$$

$$= 0 + 0 + 12,1 + 9,08 + 8,18 + 8,22 + 8,9 + 10,75 = 57,23$$

$$JK(G) = 57,23$$

$$JK(TC) = JK(S) - JK(G) = 108,78 - 57,23 = 51,55$$

(16) Menghitung derajat kebebasan (dk) sebagai berikut:

$$dk(a) = 1$$

$$dk(b|a) = 1$$

$$dk \text{ sisa} = n - 2 = 60 - 2 = 58$$

$$dk \text{ cocok} = k - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$dk \text{ galat} = n - k = 60 - 8 = 52$$

(17) Mean Kuadrat (MK) atau Rerata Jumlah Kuadrat (RJK):

$$MK(T) = JK(T) : n = 2697 : 60 = 44,95$$

$$MK(S) = JK(S) : dk(S) = 108,78 : 58 = 1,88$$

$$MK(\text{Reg}) = JK(\text{Reg}) : dk(\text{Reg}) = 155,64 : 1 = 155,64$$

$$MK(TC) = JK(TC) : dk(TC) = 51,55 : 6 = 8,59$$

$$MK(G) = JK(G) : dk(G) = 57,23 : 52 = 1,10$$

(18) Harga F Regresi dan F Tuna cocok:

$$F(\text{Reg}) = MK(\text{Reg}) : MK(\text{Sisa}) = 155,64 : 1,88 = 82,79$$

$$F(TC) = MK(TC) : MK(G) = 8,59 : 1,10 = 7,81$$

Tabel Ringkasan Anava Untuk Menguji Keberartian dan Linieritas Regresi

Sumber Variasi	JK (SS)	Dk (df)	MK (MS)	F hitung	F tabel
Total	2697	60	44,95	-	-

Koefisien (a)	2470,42	1	-	-	-
Regresi (b a)	155,64	1	155,64	82,79*	2,81
Sisa (residu)	108,78	58	1,88		
Tuna Cocok	51,55	6	8,59	7,81	3,27
Galat (Error)	57,23	52	1,10		

*signifikan pada taraf signifikansi 5%

Aturan keputusan (kesimpulan):

Jika F hitung (regresi) lebih besar dari harga F tabel pada taraf signifikansi 5% ($\alpha = 0,05$), maka harga F hitung (regresi) signifikan, yang berarti bahwa koefisien regresi adalah berarti (bermakna). Dalam hal ini, F hitung (regresi) = 82,79 sedangkan F tabel untuk dk 1:58 untuk taraf signifikansi 5% = 2,81. Ini berarti, harga F regresi > dari harga F tabel, sehingga hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif diterima, harga F regresi signifikan. Dengan demikian terdapat hubungan fungsional yang signifikan antara variabel Sikap dan hasil belajar matematika siswa SMA.

(19) Kebermaknaan dan linieritas regresi

$$r^2 = \frac{JK(TD) - JK(S)}{JK(TD)}, \text{ dimana } JK(TD) = \text{jumlah kuadrat total koreksi.}$$

$$JK(TD) = JK(T) - JK(a) = 2697 - 2470,42 = 226,58$$

$$r^2 = \frac{226,58 - 108,78}{226,58} = 0,519 \text{ koefisien korelasi } r = \sqrt{0,519} = 0,721$$

Nilai r tabel untuk $n = 60$ ($\alpha = 0,05$) = 0,254 dan untuk $\alpha = 0,01$ nilai t tabel = 0,330. dengan demikian, r hitung > r tabel, baik pada taraf signifikansi 1% maupun 5%.

Kesimpulan: H_0 ditolak, dan H_a diterima, yang berarti bahwa terdapat korelasi positif antara Sikap dan hasil belajar matematika siswa SMA.

Koefisien Determinasi $r^2 = (0,519)^2 = 0,269$ atau 26,9%; ini berarti sumbangan atau kontribusi intelegensi terhadap hasil belajar matematika siswa SMA adalah sebesar 26,9%, sedangkan residunya sebesar 73,1% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak diteliti.

Analisis Regresi Ganda Dan Determinasi

Contoh perhitungan masih menggunakan data sebelumnya.

Tabel Kerja:

No.	X ₁	X ₂	X ₃	Y	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	Y ²	X ₁ Y	X ₂ Y	X ₃ Y	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃
1	5	5	6	7	25	25	36	49	35	35	42	25	30	30
2	6	7	7	7	36	49	49	49	42	49	49	42	42	49
3	8	8	8	9	64	64	64	81	72	72	72	64	64	64
4	4	3	4	5	16	9	16	25	20	15	20	12	16	12
5	2	2	3	3	4	4	9	9	6	6	9	4	6	6
6	6	9	6	8	36	81	36	64	48	72	48	54	36	54
7	7	9	7	8	49	81	49	64	56	72	56	63	49	63
8	4	7	5	6	16	49	25	36	24	42	30	28	20	35
9	6	7	6	7	36	49	36	49	42	49	42	42	36	42
10	7	9	7	8	49	81	49	64	56	72	56	63	49	63
11	8	10	8	10	64	100	64	100	80	100	80	80	64	80
12	3	3	4	4	9	9	16	16	12	12	16	9	12	12
13	2	4	3	4	4	16	9	16	8	16	12	8	6	12
14	6	7	4	7	36	49	16	49	42	49	28	42	24	28
15	5	6	5	5	25	36	25	25	25	30	25	30	25	30
16	6	8	7	8	36	64	49	64	48	64	56	48	42	56
17	7	9	6	9	49	81	36	81	63	81	54	63	42	54
18	5	7	5	6	25	49	25	36	30	42	30	35	25	35
19	3	2	3	4	9	4	9	16	12	8	12	6	9	6
20	4	6	4	5	16	36	16	25	20	30	20	24	16	24
21	7	8	7	8	49	64	49	64	56	64	56	56	49	56
22	2	1	3	3	4	1	9	9	6	3	9	2	6	3
23	3	4	3	4	9	16	9	16	12	16	12	12	9	12
24	7	8	6	9	49	64	36	81	63	72	54	56	42	48
25	5	6	4	6	25	36	16	36	30	36	24	30	20	24
26	7	8	7	9	49	64	49	81	63	72	63	56	49	56
27	5	5	5	6	25	25	25	36	30	30	30	25	25	25
28	4	8	5	6	16	64	25	36	24	48	30	32	20	40
29	5	6	4	5	25	36	16	25	25	30	20	30	20	24
30	4	4	4	5	16	16	16	25	20	20	20	16	16	16
31	8	7	8	10	64	49	64	100	80	70	80	56	64	56
32	7	8	7	9	49	64	49	81	63	72	63	56	49	56
33	6	6	5	7	36	36	25	49	42	42	35	36	30	30
34	4	4	5	5	16	16	25	25	20	20	25	16	20	20
35	3	5	4	5	9	25	16	25	15	25	20	15	12	20
36	4	4	3	5	16	16	9	25	20	20	15	16	12	12
37	7	7	6	8	49	49	36	64	56	56	48	49	42	42
38	4	5	4	5	16	25	16	25	20	25	20	20	16	20
39	3	4	2	4	9	16	4	16	12	16	8	12	6	8
40	2	3	3	4	4	9	9	16	8	12	12	6	6	9
41	6	7	5	8	36	49	25	64	48	56	40	42	30	35
42	8	9	6	10	64	81	36	100	80	90	60	72	48	54
43	5	6	5	7	25	36	25	49	35	42	35	30	25	30
44	3	5	4	5	9	25	16	25	15	25	20	15	12	20
45	4	4	3	5	16	16	9	25	20	20	15	16	12	12
46	4	4	3	4	16	16	9	16	16	16	12	16	12	12
47	5	4	4	5	25	16	16	25	25	20	20	20	20	16
48	1	3	1	3	1	9	1	9	3	9	3	3	1	3
49	3	4	2	4	9	16	4	16	12	16	8	12	6	8

50	8	7	7	9	64	49	49	81	72	63	63	56	56	49
51	7	7	6	9	49	49	36	81	63	63	54	49	42	42
52	6	7	5	7	36	49	25	49	42	49	35	42	30	35
53	5	5	4	6	25	25	16	36	30	30	24	25	20	20
54	5	6	7	6	25	36	49	36	30	36	42	30	35	42
55	7	9	6	9	49	81	36	81	63	81	54	63	42	54
56	8	9	7	9	64	81	49	81	72	81	63	72	56	63
57	4	5	8	6	16	25	64	36	24	30	48	20	32	40
58	4	7	3	7	16	49	9	49	28	49	21	28	12	21
59	5	7	4	7	25	49	16	49	35	49	28	35	20	28
60	4	4	5	6	16	16	25	36	24	24	30	16	20	20
Σ	303	358	298	385	1725	2400	1652	2697	2143	2514	2076	2001	1657	1936

$$\sum X_1 = 303 \quad \bar{X}_1 = 5,05$$

$$\sum X_2 = 358 \quad \bar{X}_2 = 5,97$$

$$\sum X_3 = 298 \quad \bar{X}_3 = 4,97$$

$$\sum Y = 385 \quad \bar{Y} = 6,42$$

$$\sum X_1^2 = 1725$$

$$\sum X_2^2 = 2400$$

$$\sum X_3^2 = 1652$$

$$\sum Y^2 = 2697$$

$$\sum X_1 Y = 2143$$

$$\sum X_2 Y = 2514$$

$$\sum X_3 Y = 2076$$

$$\sum X_1 X_2 = 2001$$

$$\sum X_1 X_3 = 1657$$

$$\sum X_2 X_3 = 1936$$

$$\text{Persamaan Regresi : } \hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 - b_3 \bar{X}_3$$

Untuk menghitung koefisien regresi, digunakan skor deviasi berikut:

$$\sum y^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 2697 - \frac{(385)^2}{60} = 226,58$$

$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n} = 1725 - \frac{(303)^2}{60} = 194,85$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n} = 2400 - \frac{(358)^2}{60} = 263,93$$

$$\sum x_3^2 = \sum X_3^2 - \frac{(\sum X_3)^2}{n} = 1652 - \frac{(298)^2}{60} = 171,93$$

$$\sum x_1 y = \sum X_1 Y - \frac{(\sum X_1)(\sum Y)}{n} = 2143 - \frac{(303)(385)}{60} = 198,75$$

$$\sum x_2 y = \sum X_2 Y - \frac{(\sum X_2)(\sum Y)}{n} = 2514 - \frac{(358)(385)}{60} = 216,83$$

$$\sum x_3 y = \sum X_3 Y - \frac{(\sum X_3)(\sum Y)}{n} = 2076 - \frac{(298)(385)}{60} = 163,83$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{(\sum X_1)(\sum X_2)}{n} = 2001 - \frac{(303)(358)}{60} = 193,1$$

$$\sum x_1 x_3 = \sum X_1 X_3 - \frac{(\sum X_1)(\sum X_3)}{n} = 1657 - \frac{(303)(298)}{60} = 152,1$$

$$\sum x_2 x_3 = \sum X_2 X_3 - \frac{(\sum X_2)(\sum X_3)}{n} = 1936 - \frac{(358)(298)}{60} = 157,93$$

Persamaan regresi untuk menghitung b_0 , b_1 , b_2 , dan b_3 digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\sum x_1 y = b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 + b_3 \sum x_1 x_3$$

$$\sum x_2 y = b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 + b_3 \sum x_2 x_3$$

$$\sum x_3 y = b_1 \sum x_1 x_3 + b_2 \sum x_2 x_3 + b_3 \sum x_3^2$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 - b_3 \bar{X}_3$$

Skor deviasi di atas dimasukkan ke dalam persamaan tersebut, menjadi:

$$(1) 199 = 195 b_1 + 193 b_2 + 152 b_3$$

$$(2) 217 = 193 b_1 + 264 b_2 + 158 b_3$$

$$(3) 164 = 152 b_1 + 158 b_2 + 172 b_3$$

Untuk menyelesaikan persamaan tersebut digunakan metode eliminasi dengan jalan: persamaan (1) sama-sama dibagi 152, persamaan (2) dibagi 158 dan persamaan (3) dibagi 172, supaya b menjadi habis.

$$(1a) 1,31 = 1,28 b_1 + 1,27 b_2 + b_3$$

$$(2a) 1,37 = 1,22 b_1 + 1,67 b_2 + b_3$$

$$(3a) 0,95 = 0,88 b_1 + 0,92 b_2 + b_3$$

eliminasi pers (1a) dan (2a) :

$$1,31 = 1,28 b_1 + 1,27 b_2 + b_3$$

$$1,37 = 1,22 b_1 + 1,67 b_2 + b_3$$

—

$$- 0,06 = 0,06 b_1 - 0,4 b_2 \dots\dots\dots (4)$$

eliminasi pers (2a) dan (3a) :

$$1,37 = 1,22 b_1 + 1,67 b_2 + b_3$$

$$0,95 = 0,88 b_1 + 0,92 b_2 + b_3$$

$$0,42 = 0,34 b_1 + 0,75 b_2 \dots\dots\dots (5)$$

Eliminasi pers (4) dan pers (5) dengan membagi pers (4) dengan -0,4 dan persamaan (5) dengan 0,75

$$- 0,06 = 0,06 b_1 - 0,4 b_2 \dots\dots\dots (4)$$

$$0,42 = 0,34 b_1 + 0,75 b_2 \dots\dots\dots (5)$$

$$0,15 = -0,15b_1 + b_2$$

$$0,56 = 0,45 b_1 + b_2 \quad \text{—}$$

$$- 0,41 = - 0,3 b_1$$

$b_1 = 1,4$

Substitusi b_1 ke persamaan (5)

$$0,42 = 0,34 b_1 + 0,75 b_2$$

$$0,42 = 0,34 (1,4) + 0,75 b_2$$

$$0,42 = 4,76 + 0,75b_2$$

$b_2 = 0,08$

Substitusi b_1 dan b_2 ke persamaan (3a)

$$0,95 = 0,88 (1,4) + 0,92 (0,08) + b_3$$

$$0,95 = 1,23 + 0,07 + b_3$$

$$b_3 = 0,73$$

$b_3 = 0,73$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 - b_3 \bar{X}_3$$

$$b_0 = 6,42 - (1,4)(5,05) - (0,08)(5,97) - (0,73)(4,97) = 6,42 - 7,07 - 0,48 - 3,63 \\ = -4,76$$

$$\text{Persamaan Regresi : } \hat{Y} = -4,76 + 1,4X_1 + 0,08X_2 + 0,73X_3$$

Menghitung harga korelasi ganda, dengan rumus :

$$R_{y(1,2,3)} = \sqrt{\frac{b_1 \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y + b_3 \sum x_3 y}{\sum y^2}} \\ = \sqrt{\frac{(0,91)(26717) + (0,08)(25547) + (-0,03)(13058)}{26299}} = \sqrt{\frac{25964,49}{26299}} = 0,9936$$

Koefisien determinasi (R^2) = 0,9873, ini artinya bahwa sebesar 98,73% Hasil Belajar Matematika dapat dijelaskan oleh variabel Intelegensi, Motivasi, dan Sikap.

Untuk uji signifikansi regresi, menggunakan uji F regresi: $F = \frac{JK(reg)/k}{JK(sisa)/(n-k-1)}$

$$JK(reg) = b_1 \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y + b_3 \sum x_3 y \\ = (0,91)(26717) + (0,08)(25547) + (-0,03)(13058) = \mathbf{25964,49}$$

$$JK(T) = \sum y^2 = 26299$$

$$JK(sisa) = JK(T) - JK(reg) = 26299 - 25964,49 = 334,51$$

$$dk(reg) = k \text{ (prediktor)} = 3$$

$$MK(reg) = JK(reg)/dk(reg) = 25964,49 : 3 = 8654,83$$

$$dk(sisa) = n - k - 1 = 60 - 3 - 1 = 56$$

$$MK(sisa) = JK(sisa)/dk(sisa) = 334,51 : 56 = 5,973$$

$$F \text{ reg} = MK(reg)/MK(sisa) = 8654,83 : 5,973 = 1448,992$$

Tabel Ringkasan Anava untuk Menguji Keberartian Regresi

Sumber Variasi	JK	Dk	MK(RJK)	F hitung	F tabel
Regresi	25964,49	3	8654,83	1448,992	2,77
Sisa	334,51	56	5,973	-	
Total	26299	59	-	-	

Harga F hitung selanjutnya dikonsultasikan dengan F tabel dengan derajat kebebasan (dk) pembilang = 3 dan dk penyebut = 56 untuk taraf signifikansi 5%. Diperoleh F tabel = 2,77*. Dan untuk taraf signifikansi 1% = 1,75*. Dengan demikian harga F hitung =

1448,992 > F Tabel pada taraf signifikansi 5% = **2,77**; sehingga hipotesis nol ditolak dan hipotesis alternatif, diterima. Ini berarti bahwa koefisien regresi ganda yang diperoleh adalah bermakna/berarti.

*F tabel diperoleh dengan cara interpolasi tabel F: Rumus matematika yang digunakan:

$$C = C_0 + \frac{(C_1 - C_0)}{(B_1 - B_0)} \cdot (B - B_0)$$

Keterangan :

B = nilai dk yang dicari

Bo = nilai dk pada awal nilai yang sudah ada

B1 = nilai dk pada akhir nilai yang sudah ada

C = nilai F-tabel yang dicari

Co = nilai F-tabel pada awal nilai yang sudah ada

C1 = nilai F-tabel pada akhir nilai yang sudah ada

Dari tabel F diperoleh :

$$B = dk(sisa) = n - k - 1 = 60 - 3 - 1 = 56$$

$$Bo = 55$$

$$B1 = 60$$

$$Co = 2,78$$

$$C1 = 2,76$$

$$C = \dots?$$

$$C = C_0 + \frac{(C_1 - C_0)}{(B_1 - B_0)} \cdot (B - B_0)$$

$$C = 2,78 + \frac{(2,76 - 2,78)}{(60 - 55)} \cdot (56 - 55)$$

$$\mathbf{C = 2,77(\alpha = 0,05)}$$

Dengan cara yang sama dapat dicari F tabel untuk taraf signifikansi 1% yaitu:

$$C = C_0 + \frac{(C_1 - C_0)}{(B_1 - B_0)} \cdot (B - B_0)$$

$$C = 1,16 + \frac{(4,13 - 1,16)}{(60 - 55)} \cdot (56 - 55)$$

$$\mathbf{C = 1,75 (\alpha = 0,01)}$$

(7) Uji Keberartian Koefisien Regresi Linier Ganda

$$s^2_{y123} = \frac{JK(sisa)}{(n - k - 1)} = \frac{334,51}{(60 - 3 - 1)} = \frac{334,51}{56} = 5,9734$$

Dengan demikian galat baku taksiran, $s_{y,123} = \sqrt{5,9734} = 2,444$. Dengan galat baku taksiran ini, dapat dihitung galat baku koefisien b_1 , b_2 , dan b_3 yang diberi lambang s_{bi} , dapat dihitung dengan rumus:

$$s^2_{bi} = \frac{s^2_{y,123}}{\sum x^2_{ij}(1 - R^2_i)}$$

Selanjutnya, uji keberartian koefisien regresi, digunakan statistik:

$$t = \frac{b_i}{s_{bi}}, \text{ dengan } dk = (n - k - 1) = 60 - 3 - 1 = 56$$

Dengan persamaan regresi $\hat{Y} = 3,7 + 0,91X_1 + 0,08X_2 - 0,03X_3$, apakah koefisien-koefisien 0,91; 0,08, dan -0,03 bermakna atau tidak. Untuk itu, perlu dihitung galat baku b_1 , b_2 , dan b_3

Selanjutnya, dihitung harga-harga:

$$s^2_{y123} = \frac{JK(sisa)}{(n - k - 1)} = \frac{334,51}{(60 - 3 - 1)} = \frac{334,51}{56} = 5,9734$$

$$\sum x_1^2 = 27589; \sum x_2^2 = 27735; \sum x_3^2 = 19848, \text{ dan } \sum y^2 = 26299$$

Korelasi antara X_1 , X_2 , dan X_3 =

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}} \text{ atau}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y}{\sqrt{(\sum x_i^2)(\sum y^2)}}$$

$$r_{x1y} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum y^2)}} = \frac{26717}{\sqrt{(27589)(26299)}} = 0,992$$

$$r_{x2y} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{(\sum x_2^2)(\sum y^2)}} = \frac{25547}{\sqrt{(27735)(26299)}} = 0,946$$

$$r_{x1x2} = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2)}} = \frac{26105}{\sqrt{(27589)(27735)}} = 0,944$$

$$r_{x1x3} = \frac{\sum x_1 x_3}{\sqrt{(\sum x_1^2)(\sum x_3^2)}} = \frac{13936}{\sqrt{(27589)(19848)}} = 0,595$$

$$r_{x2x3} = \frac{\sum x_2 x_3}{\sqrt{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2)}} = \frac{11957}{\sqrt{(27735)(19848)}} = 0,509$$

Matrik korelasi antar Variabel:

X	X_1	X_2	X_3	Y
X_1	1,00	0,944	0,595	0,992

X ₂		1,00	0,509	0,946
----------------	--	------	-------	-------

$$r_{12} = 0,944 \rightarrow r^2 = 0,891$$

$$r_{13} = 0,595 \rightarrow r^2 = 0,354$$

$$r_{23} = 0,509 \rightarrow r^2 = 0,259$$

$$s^2_{b1} = \frac{s^2_{y,123}}{\sum x^2_1(1 - R^2_1)} = \frac{5,9734}{27589(1 - 0,891)} = \frac{5,9734}{3007,20} = 0,002 \dots s_{b1} = \sqrt{0,002} = 0,044$$

$$s^2_{b2} = \frac{s^2_{y,123}}{\sum x^2_2(1 - R^2_2)} = \frac{5,9734}{27735(1 - 0,354)} = \frac{5,9734}{17916,81} = 0,0003 \dots s_{b2} = \sqrt{0,0003} = 0,018$$

$$s^2_{b3} = \frac{s^2_{y,123}}{\sum x^2_3(1 - R^2_3)} = \frac{5,9734}{19848(1 - 0,259)} = \frac{5,9734}{14707,37} = 0,0004 \dots s_{b3} = \sqrt{0,0004} = 0,020$$

$$t = \frac{b_1}{s_{b1}} = \frac{0,91}{0,044} = 20,68, \rightarrow t_{0,05} = 32,319^* \text{ (interpolasi), jadi } t \text{ hitung lebih kecil dari } t \text{ tabel}$$

sehingga koefisien arah yang berkaitan dengan X₁ tidak berarti

$$t = \frac{b_2}{s_{b2}} = \frac{0,08}{0,018} = 4,44, \rightarrow t \text{ hitung lebih kecil dari } t \text{ tabel sehingga koefisien arah yang}$$

berkaitan dengan X₂ tidak berarti

$$t = \frac{b_3}{s_{b3}} = \frac{-0,03}{0,020} = -1,5, \rightarrow t \text{ hitung lebih kecil dari } t \text{ tabel sehingga koefisien arah yang}$$

berkaitan dengan X₃ tidak berarti

Dari pengujian tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa daya rama prediktor intelegensi, motivasi, dan sikap terhadap hasil belajar matematika, tidak bermakna/tidak berarti.

(8). Sumbangan Efektif Masing-masing Prediktor terhadap Kriteriumnya.

(8.1) *Efektivitas regresi* = $JK(\text{reg}) : JK(T) \times 100\% = 25964,49 : 26299 \times 100\% = 98,73\%$
(sama dengan koefisien determinasinya)

(8.2) *Sumbangan Relatif (SR%) tiap prediktor:*

$$JK(\text{reg}) = b_1 \sum x_1 y + b_2 \sum x_2 y + \sum x_3 y$$

$$= (0,91)(26717) + (0,08)(25547) + (-0,03)(13058) = 26747,97$$

JK(reg) tersebut tersusun dari:

$$b_1 \sum x_1 y = (0,91)(26717) = 24312,47$$

$$b_2 \sum x_2 y = (0,08)(25547) = 2043,76$$

$$b_3 \sum x_3 y = (-0,03)(13058) = 391,74$$

----- +

$$\text{Total (JKreg)} = 26747,97$$

$$\text{Prediktor X}_1 : \text{SR}\% = \frac{24312,47}{26747,97} \times 100\% = 90,90\%$$

$$\text{Prediktor } X_2 : \text{SR\%} = \frac{2043,76}{26747,97} \times 100\% = 7,64\%$$

$$\text{Prediktor } X_3 : \text{SR\%} = \frac{391,74}{26747,97} \times 100\% = 1,46\%$$

----- +

$$\text{Total} = 100\%$$

(8.3) Sumbangan Efektif dalam persen (SE%)

$$\text{SE\% } X_1 = \frac{b_1 \sum x_1 y}{JK(\text{reg})} (\text{efektivitas}) = \frac{(0,91)(26717)}{26747,97} (98,72\%) = 89,73\%$$

$$\text{SE\% } X_2 = \frac{b_2 \sum x_2 y}{JK(\text{reg})} (\text{efektivitas}) = \frac{(0,08)(25547)}{26747,97} (98,72\%) = 7,54\%$$

$$\text{SE\% } X_3 = \frac{b_3 \sum x_3 y}{JK(\text{reg})} (\text{efektivitas}) = \frac{(-0,03)(13058)}{26747,97} (98,72\%) = 1,45\%$$

----- +

$$\text{Total} = 98,72\%$$

(9) Kesimpulan Penelitian

- Terdapat hubungan fungsional antara intelegensi dengan hasil belajar matematika siswa SMA. Di mana hasil belajar matematika siswa SMA dapat diprediksi oleh intelegensi sebesar 89,73%.
- Terdapat hubungan fungsional antara motivasi dengan hasil belajar matematika siswa SMA. Hasil belajar matematika siswa SMA dapat diprediksi oleh Motivasi sebesar 7,54%. Dan
- Terdapat hubungan fungsional antara sikap dengan hasil belajar matematika siswa SMA. Di mana hasil belajar matematika siswa SMA dapat diprediksi oleh sikap sebesar 1,45%
- Terdapat hubungan fungsional antara intelegensi, motivasi, dan sikap secara bersama-sama terhadap hasil belajar matematika. Prediktor **X₁ (Intelegensi)** dapat memberikan kontribusi terhadap kriterium (**Hasil Belajar Matematika**) sebesar **89,73%**; prediktor **X₂ (Motivasi)** dapat memberikan kontribusi terhadap kriterium (**Hasil Belajar Matematika**) sebesar **7,54%** dan Prediktor **X₃ (Sikap)** dapat memberikan kontribusi terhadap kriterium (**Hasil Belajar Matematika**) sebesar **1,45%**.