

Pertemuan 7

Logika Fuzzy

A. Konsep Logika Fuzzy dan Perbedaan dengan Logika Klasik

1. Pengantar

Dalam kehidupan sehari-hari, manusia sering menggunakan bahasa yang tidak pasti atau tidak tegas, seperti:

- “Suhu ruangan ini agak panas.”
- “Mobil itu berjalan cukup cepat.”
- “Mahasiswa tersebut lumayan rajin.”

Kalimat seperti ini tidak dapat dinilai hanya dengan benar (1) atau salah (0), karena memiliki tingkat kebenaran di antara keduanya. Untuk merepresentasikan hal tersebut dalam sistem kecerdasan buatan, digunakan konsep logika fuzzy (*Fuzzy Logic*).

2. Pengertian Logika Fuzzy

Logika Fuzzy adalah perluasan dari logika klasik (boolean logic) yang memungkinkan suatu nilai memiliki derajat keanggotaan (*degree of membership*) antara 0 dan 1.

$$0 \leq \mu(x) \leq 1$$

Di mana:

$\mu(x)$ = nilai keanggotaan elemen x terhadap suatu himpunan fuzzy.

Jadi, logika fuzzy tidak hanya mengenal “benar” dan “salah”, tetapi juga “sebagian benar”, “cukup benar”, atau “hampir benar”.

Contoh

Dalam logika klasik:

- Suhu 35°C → “Panas” = 1 (benar)
- Suhu 20°C → “Panas” = 0 (salah)



Namun dalam logika fuzzy

- Suhu 25°C → “Panas” = 0.4
- Suhu 30°C → “Panas” = 0.7
- Suhu 35°C → “Panas” = 1.0

Artinya, semakin tinggi suhu, derajat keanggotaan terhadap himpunan “Panas” semakin besar.

3. Asal dan Filosofi Logika Fuzzy

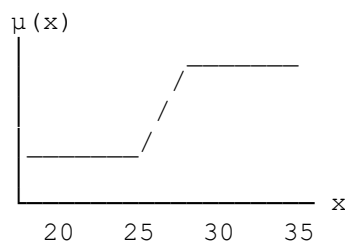
- Diperkenalkan oleh Prof. Lotfi A. Zadeh (1965) dalam makalah “*Fuzzy Sets*”.
- Tujuannya adalah meniru cara berpikir manusia yang tidak selalu eksak.
- Fuzzy logic memfasilitasi penalaran linguistik (*linguistic reasoning*) menggunakan kata-kata seperti:
 - “rendah”, “sedang”, “tinggi”, “cepat”, “lambat”, “panas”, “dingin”, dll.

4. Himpunan Fuzzy (Fuzzy Set)

Himpunan fuzzy adalah sekumpulan elemen yang masing-masing memiliki derajat keanggotaan (μ) terhadap suatu konsep tertentu.

| Suhu (°C) | Derajat Keanggotaan “Panas” |
|-----------|-----------------------------|
| 20 | 0 |
| 25 | 0.4 |
| 30 | 0.7 |
| 35 | 1 |

Grafik Fungsi Keanggotaan “Panas”



Garis miring menunjukkan transisi halus antara “tidak panas” ke “panas”, berbeda dengan logika klasik yang bersifat tegas (diskrit).



5. Perbedaan Logika Fuzzy dan Logika Klasik

| Aspek | Logika Klasik (Crisp Logic) | Logika Fuzzy (Fuzzy Logic) |
|-----------------------------------|--|---|
| Nilai kebenaran | Hanya 0 atau 1 (benar/salah) | Nilai kontinu antara 0–1 |
| Bersifat | Tegas (biner) | Tidak tegas (gradual) |
| Contoh pernyataan | “Suhu 30°C = panas (1)” atau “tidak panas (0)” | “Suhu 30°C = agak panas ($\mu=0.6$)” |
| Representasi | Himpunan biasa (crisp set) | Himpunan fuzzy (fuzzy set) |
| Penalaran | Berdasarkan logika formal (AND, OR, NOT) | Berdasarkan aturan linguistik (“IF suhu tinggi THEN kipas cepat”) |
| Aplikasi umum | Pemrograman konvensional, logika biner | Kontrol sistem, prediksi, pengambilan keputusan |
| Toleransi terhadap ketidakpastian | Tidak ada (mutlak) | Tinggi (fleksibel dan adaptif) |

6. Fungsi Keanggotaan (*Membership Function*)

Fungsi keanggotaan menggambarkan hubungan antara nilai input dan derajat keanggotaannya dalam suatu himpunan fuzzy.

Bentuk umum fungsi keanggotaan:

1. Linear (segitiga/trapesium)

Cocok untuk data sederhana seperti suhu atau kecepatan.

2. Gaussian (lonceng)

Cocok untuk data yang memiliki pusat dan distribusi alami.

3. Sigmoid

Digunakan untuk menunjukkan perubahan nilai yang gradual.

B. Fungsi Keanggotaan (segitiga, trapesium, gaussian)

1. Pengantar Fungsi Keanggotaan

Dalam logika fuzzy, setiap nilai input tidak dinilai secara “benar” atau “salah”, tetapi memiliki **derajat keanggotaan** (μ) antara 0–1 terhadap suatu himpunan fuzzy. Fungsi keanggotaan (*membership function*) menentukan



seberapa besar nilai tersebut merepresentasikan suatu konsep linguistik, seperti “rendah”, “sedang”, atau “tinggi”.

Beberapa bentuk fungsi yang paling banyak digunakan adalah **segitiga**, **trapesium**, dan **Gaussian**, karena mudah dipahami dan diterapkan.

2. Fungsi Keanggotaan Segitiga (Triangular Membership Function)

Fungsi keanggotaan segitiga menggambarkan perubahan nilai secara linear dari kondisi rendah menuju nilai maksimum, kemudian menurun kembali secara teratur menuju kondisi rendah. Bentuk ini menciptakan satu puncak keanggotaan ($\mu=1$) yang merepresentasikan titik nilai paling ideal atau paling mewakili suatu konsep linguistik. Oleh karena itu, fungsi segitiga sangat cocok digunakan untuk variabel yang memiliki satu nilai pusat yang dianggap optimal, sementara nilai di sekitarnya menunjukkan tingkat kedekatan yang semakin menurun secara proporsional.

Parameter

- a = batas bawah
- b = titik puncak ($\mu=1$)
- c = batas atas

Rumus

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \end{cases}$$

Contoh

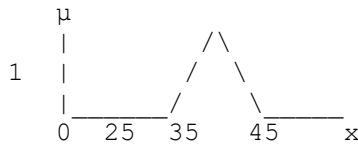
“Himpunan fuzzy Suhu Panas”

$a = 25, b = 35, c = 45$

- $x = 30 \rightarrow \mu = 0.5$
- $x = 35 \rightarrow \mu = 1$
- $x = 40 \rightarrow \mu = 0.5$



Ilustrasi



3. Fungsi Keanggotaan Trapezium (Trapezoidal Membership Function)

Fungsi keanggotaan trapesium memiliki karakteristik yang mirip dengan fungsi segitiga, namun dengan tambahan area datar (flat top) pada bagian puncak di mana nilai keanggotaan mencapai $\mu = 1$. Bagian datar ini menunjukkan bahwa terdapat rentang nilai yang sepenuhnya memenuhi suatu konsep linguistik tanpa penurunan tingkat keanggotaan. Karena itu, fungsi ini sangat sesuai untuk merepresentasikan kondisi yang memiliki interval nilai pasti atau stabil, seperti kategori “nilai tinggi”, “kualitas baik”, atau “suhu nyaman”, di mana beberapa nilai dalam rentang tertentu dianggap sama-sama ideal atau sepenuhnya memenuhi konsep tersebut.

Parameter

- a = batas awal
- $b-c$ = rentang nilai dengan $\mu=1$
- d = batas akhir

Rumus

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \end{cases}$$

Contoh

“Kelembaban Tinggi”

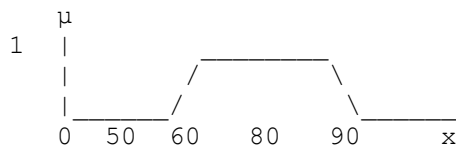
$a = 50, b = 60, c = 80, d = 90$

- $x = 55 \rightarrow \mu = 0.5$
- $x = 70 \rightarrow \mu = 1$



- $x = 85 \rightarrow \mu = 0.5$

Ilustrasi



4. Fungsi Keanggotaan Gaussian (Gaussian Membership Function)

Fungsi keanggotaan Gaussian memiliki bentuk kurva lonceng yang halus dan kontinu, mencerminkan distribusi nilai yang berubah secara gradual tanpa titik patahan. Karakteristik ini membuatnya sangat efektif untuk merepresentasikan data alami yang cenderung memiliki penyebaran yang smooth, seperti suhu, tekanan, atau variabel biologis. Pada sistem fuzzy modern, fungsi Gaussian banyak digunakan karena mampu menghasilkan transisi keanggotaan yang paling realistis dan lembut, sehingga memberikan respons yang stabil dan lebih mendekati perilaku fenomena dunia nyata dibandingkan fungsi keanggotaan linier.

Parameter

- c = nilai pusat (mean)
- σ = standar deviasi (lebar kurva)

Rumus

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

Contoh

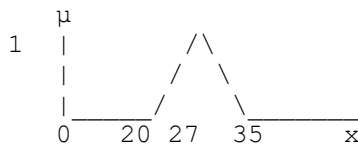
“Himpunan Suhu Ideal”

$c = 27, \sigma = 3$

- $x = 25 \rightarrow \mu \approx 0.80$
- $x = 27 \rightarrow \mu = 1$
- $x = 33 \rightarrow \mu \approx 0.37$



Ilustrasi



5. Perbandingan Tiga Fungsi Keanggotaan

Untuk memahami pemilihan fungsi keanggotaan yang paling sesuai dalam suatu sistem fuzzy, penting untuk membandingkan karakteristik utama dari ketiga bentuk fungsi yang paling umum digunakan, yaitu segitiga, trapesium, dan Gaussian. Masing-masing memiliki kelebihan, kekurangan, serta pola transisi keanggotaan yang berbeda, sehingga pemilihannya harus disesuaikan dengan sifat data dan kebutuhan aplikasi.

| Aspek | Segitiga | Trapesium | Gaussian |
|-----------|------------------|-------------------------|---------------------------|
| Kemudahan | Sangat mudah | Mudah | Lebih kompleks |
| Parameter | 3 | 4 | 2 |
| Transisi | Linier | Linier + flat | Sangat halus |
| Kegunaan | Sistem sederhana | Ada rentang nilai tetap | Data alami / noise tinggi |
| Komputasi | Rendah | Rendah | Sedang-tinggi |

C. Proses Fuzzyfikasi dan Defuzzyfikasi

1. Fuzzyfikasi (*Fuzzification*)

Fuzzyfikasi adalah proses mengubah input crisp (nilai tegas) menjadi nilai derajat keanggotaan fuzzy (μ) sesuai fungsi keanggotaan yang digunakan. Tujuan fuzzyfikasi adalah membuat data numerik dapat diproses menggunakan aturan logika fuzzy.

a. Langkah-langkah Fuzzyfikasi

1. Menentukan variabel input

Contoh: Suhu, Kecepatan, Tinggi Badan, IPK, dsb.

2. Menentukan himpunan fuzzy untuk setiap input

Misalnya:



- Suhu → *dingin, normal, panas*
 - IPK → *rendah, sedang, tinggi*
3. Menentukan fungsi keanggotaan
Menggunakan bentuk segitiga, trapesium, atau gaussian sesuai karakteristik data.
 4. Menghitung derajat keanggotaan (μ) untuk nilai input tertentu
Setiap nilai input akan memiliki μ di beberapa himpunan fuzzy.

b. Contoh Fuzzyfikasi

Misal variabel input Suhu = 30°C, dengan fungsi keanggotaan:

- Dingin (segitiga)
- Normal (trapesium)
- Panas (segitiga)

Setelah dihitung:

- $\mu_{\text{dingin}}(30) = 0$
- $\mu_{\text{normal}}(30) = 0.6$
- $\mu_{\text{panas}}(30) = 0.2$

Artinya suhu 30°C lebih dekat ke kondisi normal tetapi masih memiliki sedikit sifat panas.

c. Peran Fuzzyfikasi

- Mengubah data real menjadi bentuk yang dapat dimanipulasi aturan fuzzy.
- Memberikan representasi fleksibel terutama pada fenomena yang tidak pasti atau bersifat linguistik.

2. Defuzzyfikasi (*Defuzzification*)

Defuzzyfikasi adalah proses kebalikan fuzzyfikasi, yaitu mengubah nilai fuzzy hasil inferensi menjadi nilai crisp yang dapat digunakan sebagai output sistem. Output fuzzy biasanya berupa kombinasi beberapa himpunan fuzzy yang aktif. Sistem harus mengubahnya menjadi satu angka yang mewakili keputusan.



a. Tujuan Defuzzyfikasi

- Menghasilkan keputusan akhir yang dapat digunakan dunia nyata (misalnya tegangan motor, kecepatan kipas, rekomendasi skor, dsb.)
- Menggabungkan kontribusi seluruh aturan fuzzy menjadi satu nilai yang logis.

b. Metode Defuzzyfikasi Umum

1. Centroid (Center of Gravity / COG)

Metode paling populer dan digunakan dalam banyak sistem fuzzy modern.

Rumus:

$$z = \frac{\int z \cdot \mu(z) dz}{\int \mu(z) dz}$$

Mengambil titik pusat area dari kurva fuzzy.

2. Bisektor (BOA)

Mencari nilai z yang membagi area output fuzzy menjadi dua bagian sama luas.

3. Mean of Maximum (MOM)

Mengambil rata-rata semua nilai z yang memiliki μ maksimum.

4. Smallest of Maximum (SOM)

Memilih nilai terkecil di antara titik dengan μ maksimum.

5. Largest of Maximum (LOM)

Memilih nilai terbesar di antara titik dengan μ maksimum.

c. Contoh Defuzzyfikasi (Centroid)

Misal output fuzzy memiliki area gabungan dari dua himpunan:

- $\mu_{\text{rendah}} = 0.4$
- $\mu_{\text{sedang}} = 0.7$

Setelah dihitung menggunakan integral (atau metode diskretisasi):

$$z_{\text{output}} = 64.3$$

Ini adalah nilai crisp yang kemudian digunakan sebagai keputusan akhir.



3. Hubungan Fuzzyfikasi dan Defuzzyfikasi dalam Sistem Fuzzy

Proses fuzzyfikasi dan defuzzyfikasi merupakan dua tahap penting dalam sistem fuzzy tipe Mamdani maupun Sugeno:

- Input Crisp → (Fuzzyfikasi) → Input Fuzzy
- Input Fuzzy → Inferensi Fuzzy → Output Fuzzy
- Output Fuzzy → (Defuzzyfikasi) → Output Crisp

Fuzzyfikasi memberikan fleksibilitas dalam memahami input yang tidak pasti. Defuzzyfikasi memastikan sistem tetap menghasilkan keluaran yang dapat diterapkan.

D. Aplikasi Fuzzy dalam Pengambilan Keputusan

Logika fuzzy banyak digunakan dalam sistem pendukung keputusan karena kemampuannya menangani ketidakpastian, data samar, serta preferensi yang bersifat linguistik. Dalam kehidupan nyata, banyak keputusan yang tidak bisa direpresentasikan secara tegas misalnya “cukup baik,” “agak tinggi,” “sangat memadai,” atau “risiko rendah.” Logika fuzzy mampu mengubah informasi verbal tersebut menjadi model matematis yang fleksibel dan realistis.

1. Mengapa Fuzzy Digunakan dalam Pengambilan Keputusan?

Beberapa keunggulan logika fuzzy dalam pengambilan keputusan:

a. Menangani Ketidakpastian dan Ambiguitas

Keputusan sering dibuat dalam kondisi tidak pasti. Fuzzy dapat memodelkan:

- nilai yang tidak pasti,
- preferensi pakar,
- parameter yang berubah secara gradual, bukan diskrit.

b. Mengizinkan Evaluasi Linguistik

Contoh:

- “Harga cukup tinggi,”
- “Risiko rendah,”



- “Kinerja sangat baik.”

Fuzzy menerjemahkan istilah linguistik ini menjadi nilai numerik terukur.

c. Fleksibel dan mudah diintegrasikan dengan metode lain

Fuzzy dapat dikombinasikan dengan:

- DSS (Decision Support System)
- AHP, SAW, TOPSIS, Yager
- Machine Learning
- Case-Based Reasoning
- Sistem Pakar

2. Struktur Umum Sistem Pengambilan Keputusan Berbasis Fuzzy

Sistem fuzzy untuk keputusan biasanya memiliki komponen:

1) Variabel Input

Contoh: harga, kualitas, risiko, prioritas, waktu tunggu.

2) Himpunan Fuzzy dan Fungsi Keanggotaan

Contoh: rendah, sedang, tinggi.

3) Basis Aturan (Fuzzy Rules)

Berisi aturan berbasis pakar, contoh:

IF Risiko tinggi AND Biaya mahal THEN Prioritas rendah

4) Inferensi Fuzzy

Mengombinasikan aturan dan menghasilkan output fuzzy.

5) Defuzzyfikasi

Menghasilkan keputusan crisp, misalnya: skor prioritas = 73,4.

3. Contoh Aplikasi Fuzzy dalam Berbagai Bidang Keputusan

a. Sistem Pendukung Keputusan (DSS) Pemilihan Alternatif

Fuzzy dapat menentukan perankingan alternatif berdasarkan kriteria yang tidak pasti.



Contoh kasus:

Pemilihan lokasi toko berdasarkan:

- *keramaian* (rendah–tinggi),
- *harga sewa* (murah–mahal),
- *akses jalan* (buruk–baik).

Aturan fuzzy dapat menentukan lokasi terbaik secara linguistik tanpa memerlukan batas tegas antara “mahal” dan “murah”.

b. Penilaian Kinerja atau Evaluasi

Banyak penilaian bersifat subjektif—misalnya penilaian siswa, karyawan, atau dosen.

Dengan fuzzy, penilaian seperti:

- “baik,”
- “cukup baik,”
- “kurang memadai,”

dapat dimodelkan menjadi skor numerik yang konsisten.

c. Diagnosa dan Sistem Pakar

Dalam diagnosa penyakit, gejala sering tidak hitam-putih. Contoh gejala: demam, batuk, mual dapat memiliki derajat intensitas. Fuzzy dapat mengestimasi tingkat risiko penyakit berdasarkan aturan pakar, misalnya:

IF Demam tinggi AND Batuk sedang THEN Risiko Influenza tinggi

d. Peramalan (Forecasting)

Fuzzy dapat digunakan dalam prediksi:

- harga komoditas,
- permintaan barang,
- data cuaca,
- hasil belajar mahasiswa.



Fuzzy Time Series (FTS) adalah salah satu teknik populer.

e. Kontrol dan Otomatisasi

Fuzzy banyak digunakan dalam:

- AC otomatis (mengatur suhu berdasarkan kenyamanan),
- mesin cuci cerdas,
- robotika,
- pengaturan kecepatan kendaraan.

Keputusan dikendalikan secara halus, tidak kasar seperti sistem ON/OFF.

f. Manajemen Risiko

Risiko sering dilabeli dengan istilah:

- sangat rendah
- rendah
- sedang
- tinggi

Dengan fuzzy, probabilitas dan dampak risiko dapat dinilai lebih realistis.

4. Contoh Kasus Sederhana Pengambilan Keputusan Berbasis Fuzzy

Kasus:

Menentukan *Tingkat Prioritas* proyek berdasarkan dua kriteria:

1. Urgensi (rendah – tinggi)
2. Dampak (kecil – besar)

a. Aturan fuzzy

- IF Urgensi tinggi AND Dampak besar THEN Prioritas sangat tinggi
- IF Urgensi sedang AND Dampak besar THEN Prioritas tinggi
- IF Urgensi rendah AND Dampak kecil THEN Prioritas rendah

b. Input crisp contoh

- Urgensi = 70



- Dampak = 50

Setelah fuzzyfikasi:

- $\mu_{urgensi_sedang} = 0.7$
- $\mu_{urgensi_tinggi} = 0.3$
- $\mu_{dampak_sedang} = 0.6$
- $\mu_{dampak_besar} = 0.4$

Hasil inferensi → menghasilkan output fuzzy.

Setelah defuzzyfikasi (misal pakai Centroid):

Skor prioritas = 68,2 → Kategori “Tinggi”.

5. Keuntungan Fuzzy dalam Sistem Keputusan Modern

| Aspek | Penjelasan |
|------------------------------|---|
| Fleksibel | Cocok untuk masalah tidak pasti. |
| Mudah dipahami | Aturan berbasis bahasa manusia. |
| Cepat diimplementasikan | Struktur IF-THEN sederhana. |
| Dapat dikombinasikan | Cocok dengan machine learning, DSS, CBR, dsb. |
| Mendukung keputusan kompleks | Dapat menangani banyak variabel dan kriteria. |

