MUG2A3/ Matematika Diskret

Mahmud Imrona – Rian Febrian Umbara

Pemodelan dan Simulasi

Himpunan

Operasi Himpunan

Operasi Terhadap Himpunan

a. Irisan (*intersection*)

b. Gabungan (*union*)

c. Komplemen (*complement*)

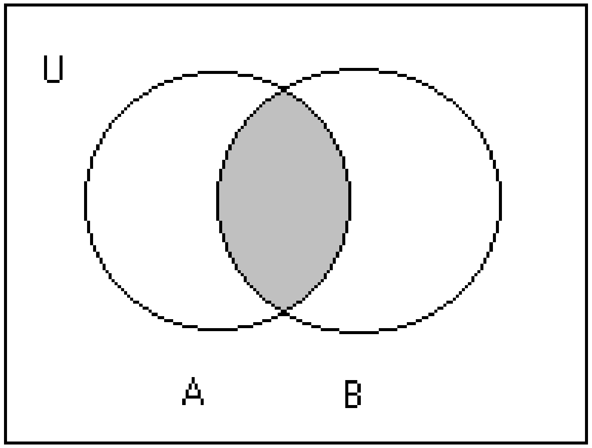
d. Selisih (*difference*)

e. Beda Setangkup (*symmetric difference*)

f. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

Irisan (*intersection*)

- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A$ **dan** $x \in B \}$



Contoh Irisan (*intersection*)

(i)Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$,

maka $A \cap B = \{4, 10\}$

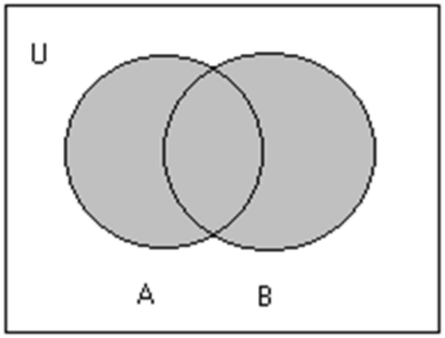
(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka

$A \cap B = \varnothing$.

Artinya: $A \,//\, B$

Gabungan (*union*)

Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



Contoh

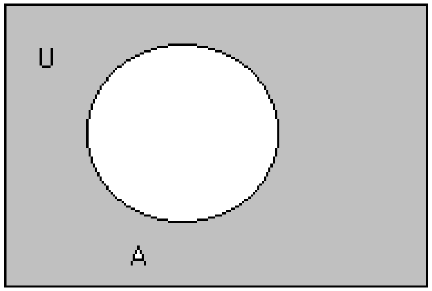
(i) Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$,

maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$

(ii) $A \cup \varnothing = A$

Komplemen (*complement*)

Notasi : $A^C = \bar{A} = \{ x \mid x \in U, x \notin A \}$



Contoh

Misalkan U = {0, 1, 2, 3, ..., 9 },

jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$,

maka $A^C = \{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$

jika $A = \{ x \mid x/2 \in \mathbb{Z}^+, x < 9 \}$,

maka $A^C = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$, karena $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

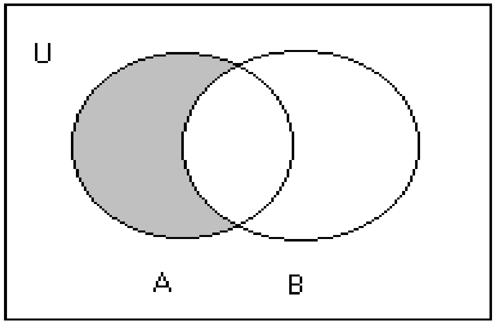
Contoh Komplemen (*complement*)

A = himpunan semua mobil buatan dalam negeri
B = himpunan semua mobil impor
C = himpunan semua mobil yang dibuat sebelum tahun 1990
D = himpunan semua mobil yang nilai jualnya kurang dari Rp 100 juta
E = himpunan semua mobil milik mahasiswa universitas tertentu

"mobil mahasiswa di universitas ini produksi dalam negeri atau diimpor dari luar negeri"
→ $(E \cap A) \cup (E \cap B)$ atau $E \cap (A \cup B)$
"semua mobil produksi dalam negeri yang dibuat sebelum tahun 1990 yang nilai jualnya kurang dari Rp 100 juta"
→ $A \cap C \cap D$
"semua mobil impor buatan setelah tahun 1990 mempunyai nilai jual lebih dari Rp 100 juta"
→ $\overline{C} \cap \overline{D} \cap B$

Selisih (*difference*)

Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap B^C$



Contoh

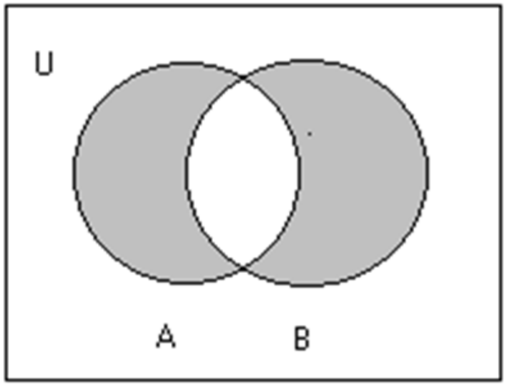
(i) Jika $A = \{ 1, 2, 3, ..., 10 \}$ dan $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$,

maka $A - B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ dan $B - A = \varnothing$

(ii) $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$, tetapi $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$

Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$



Contoh

Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$,

maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

Contoh Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

Misalkan

U = himpunan mahasiswa

P = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UTS di atas 80

Q = himpunan mahasiswa yang nilain ujian UAS di atas 80

Seorang mahasiswa mendapat nilai A jika nilai UTS dan nilai UAS keduanya di atas 80, mendapat nilai B jika salah satu ujian di atas 80, dan mendapat nilai C jika kedua ujian di bawah 80.

"Semua mahasiswa yang mendapat nilai A" : $P \cap Q$

"Semua mahasiswa yang mendapat nilai B" : $P \oplus Q$

"Semua mahasiswa yang mendapat nilai C" : $U - (P \cup Q)$

CARTESIAN PRODUCT (PERKALIAN CARTESIAN)

- Notasi: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B\}$

- **Contoh**

  (i) Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka

  $C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$

  (ii) Misalkan $A = B$ = himpunan semua bilangan riil, maka

  $A \times B$ = himpunan semua titik di bidang datar

Contoh 2 CARTESIAN PRODUCT (PERKALIAN CARTESIAN)

Daftarkan semua anggota himpunan berikut:

(a) $\wp(\varnothing)$ (b) $\varnothing \times \wp(\varnothing)$ (c) $\{\varnothing\} \times \wp(\varnothing)$ (d) $\wp(\wp(\{3\}))$

- Penyelesaian:

(a) $\wp(\varnothing) = \{\varnothing\}$

(b) $\varnothing \times \wp(\varnothing) = \varnothing$

(ket: jika $A = \varnothing$ atau $B = \varnothing$ maka $A \times B = \varnothing$)

(c) $\{\varnothing\} \times \wp(\varnothing) = \{\varnothing\} \times \{\varnothing\} = \{(\varnothing, \varnothing)\}$

(d) $\wp(\wp(\{3\})) = \wp(\{\varnothing, \{3\}\}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{3\}\}, \{\varnothing, \{3\}\}\}$

Perampatan (generalisasi) Operasi Himpunan

$$A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \mathop{\times}_{i=1}^{n} A_i$$

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \ldots \oplus A_n = \bigoplus_{i=1}^{n} A_i$$

Contoh Perampatan Operasi Himpunan

$$A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n) = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \ldots \cup (A \cap B_n)$$

$$A \cap \left(\bigcup_{i=1}^{n} B_i\right) = \bigcup_{i=1}^{n} (A \cap B_i)$$

Contoh generalisasi

- Jika A_i = {1, 2, 3, …, i} untuk i=1, 2, 3, …, tentukan:

a. $\bigcup_{i=1}^{m} A_i$ b. $\bigcap_{i=1}^{m} A_i$ c. $\bigoplus_{i=1}^{m} A_i$ d. $\times_{i=1}^{m} A_i =$

Jawab:

a) $\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \{1\} \cup \{1, 2\} \cup \ldots \cup \{1, 2, 3, \ldots, m\} = \{1, 2, 3, \ldots, m\} = A_m$

b) $\bigcap_{i=1}^{m} A_i = \{1\} \cap \{1, 2\} \cap \ldots \cap \{1, 2, 3, \ldots, m\} = \{1\} = A_1$

c) $\bigoplus_{i=1}^{m} A_i = \{1\} \oplus \{1, 2\} \oplus \ldots \oplus \{1, 2, 3, \ldots, m\} = \{m\}$

d) $\times_{i=1}^{m} A_i = \{1\} \times \{1, 2\} \times \ldots \times \{1, 2, 3, \ldots, m\} = \{(1, 1, 1, \ldots, 1), (1, 1, 1, \ldots, 2), \ldots, (1, 1, 1, \ldots, m), \ldots, (1, 2, 3, \ldots m)\}$


Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University

THANK YOU