DISTRIBUSI BINOMIAL

Dyah Sawitri

Teknik Fisika FTIRS ITS

Title Lorem Ipsum

Lorem Ipsum

Dolor Sit Amet

Consectetuer Elit

Nunc Viverra

Lorem Ipsum

Dolor Sit Amet

Consectetuer Elit

Nunc Viverra

Lorem Ipsum

Dolor Sit Amet

Consectetuer Elit

Nunc Viverra

Bila probabilitas “sukses” → p

Dan probabilitas “gagal” → q atau 1-p

Maka probabilitas timbulnya gejala yang kita harapkan (sukses sebanyak x kali dalam n kejadian, x kali sukses dan n-x kali gagal) dinyatakan dalam rumus :

$\binom{n}{x}$ adalah koefisien binomial → x kali sukses dalam n kejadian

$$P_{(x;n)} = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$P_{(x;n)} = \frac{n!}{x!(n-x)!} . p^x . q^{n-x}$$

Contoh soal : koefisien binomial untuk 2 kali sukses dalam 5 kejadian adalah :

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5x4x3x2x1}{(2x1)(3X2X1)} = \frac{120}{12} = 10$$

Atau dapat dicari dengan menggunakan table koefisien Binomial

Mean dari distribusi binomial

$$\mu = n.p$$

Deviasi Standard dari distribusi Binomial

$$\sigma = \sqrt{n.p.q}$$

TABEL KOEFISIEN BINOMIAL

Tabel **Koefisien Binomial** :

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50338	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

*) Ini merupakan sebagian dari Tabel *Binomial*.

Contoh soal :

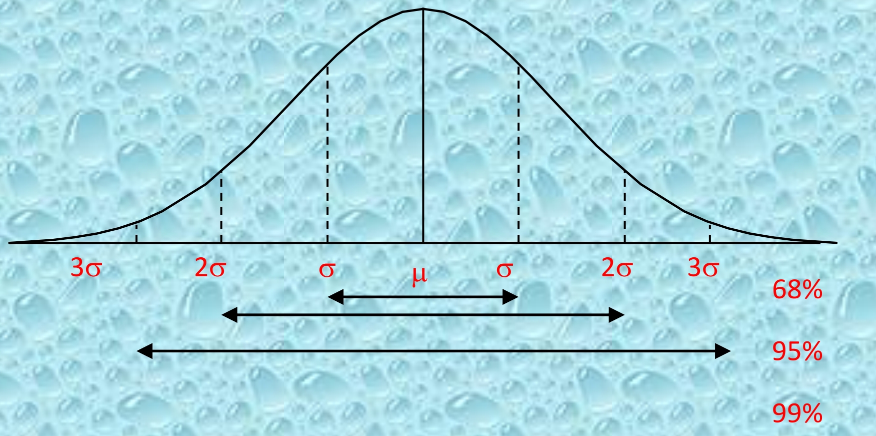
Dari distribusi munculnya permukaan A dari 300 kali lemparan sebuah koin, kita peroleh mean dan deviasi standar sebagai berikut :

Mean, μ → $$\mu = n.p = 300x\frac{1}{2} = 150$$

Deviasi Standard, σ → $$\sigma = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{300x\frac{1}{2}x\frac{1}{2}} = 8{,}66$$

Maka dapat kita katakan bahwa dari 300 kali lemparan koin yang baik 95%nya, kita akan mendapat permukaan A berkisar

antara	150-2(8,66)	sampai	150+2(8,66)	atau sekitar
antara	133	sampai	167	permukaan A



Soal :

Dua buah mata uang dilempar satu kali, maka :

a. Probabilitas tidak diperoleh permukaan B
b. Probabilitas memperoleh 1 permukaan B
c. Probabilitas memperoleh 2 permukaan B

Dihitung dengan rumus binomial, n=2 (dua buah mata uang) ; x= 0,1,2

a. Probabilitas tidak diperoleh permukaan B → x = 0
b. Probabilitas memperoleh 1 permukaan B → x = 1
c. probabilitas memperoleh 2 permukaan B → x = 2

$$P_{(0;2)} = \binom{2}{0} x 0,5^{0}\, x 0,5^{2} = \frac{2!}{0!(2!)} x 1 x 0,25 = 0,25$$

$$P_{(1;2)} = \binom{2}{1} x 0,5^{1}\, x 0,5^{1} = \frac{2!}{1!(1!)} x 0,5 x 0,5 = 0,50$$

$$P_{(2;2)} = \binom{2}{2} x 0,5^{2}\, x 0,5^{0} = \frac{2!}{2!(0!)} x 0,25 x 1 = 0,25$$

- Berapa besar probabilitas untuk memperoleh satu sisi bertitik 6 dari sebuah dadu yang dilemparkan 5 kali (n=5 ; x=1 ; p =1/6)

$$P_{(1;5)} = \binom{5}{1} x \left(\frac{1}{6}\right)^{1} x \left(\frac{5}{6}\right)^{4} = 5x\frac{1}{6}x\frac{625}{1296} = 0{,}4$$

Dari suatu produksi benda yang dihasilkan oleh suatu mesin ternyata 10% rusak. Diambil secara random dari benda itu sebanyak 10 buah untuk diselidiki. Berapa probablitasnya dari benda yang diselidiki itu akan terdapat :

a. tidak ada yang rusak
b. delapan rusak
c. paling banyak dua rusak
d. paling sedikit satu rusak

1. Jika frekuensi gempa bumi besar setiap tahun di seluruh dunia merupakan suatu variabel random dengan distribusi yang mendekati distribusi normal mempunyai μ = 20,8 dan σ = 4,5; hitung probabilitas bahwa akan terjadi :

   a) 25 kali gempa bumi besar dalam suatu tahun tertentu
   b) paling sedikit 22 kali
   c) dari 20 sampai 25 kali.

1. Bila 5 keping mata uang logam dilempar sebanyak 10 kali. Berapakah probabilitas timbulnya 5 sisi 0 sebanyak 0, 1, 2, 3, 4, 5 kali? (Buat fungsi binomial dan fungsi poissonnya, bandingkan dalam tabel)

2. Apabila probabilitas bahwa seorang yang memasuki program studi metrologi dan instrumentasi bisa menyelesaikan studinya 0,6; hitunglah probabilitasnya bahwa diantara 6 mahasiswa program studi metrologi dan instrumentasi itu terdapat 0, 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 yang dapat menyelesaikan studinya. Gambarkan pula histogram dari distribusi binomialnya.

PENDEKATAN KURVA NORMAL UNTUK DISTRIBUSI BINOMIAL

- Apabila p = ½ dan n adalah besar, maka distribusi binomial akan mendekati distribusi normal.
- Kurva normal dapat digunakan untuk menghitung probabilitas binomial, meskipun n relatif kecil dan p tidak sama ½.
- Penyesuaian : harga variabel x batas bawah diundurkan 0,5 dan batas atas dimajukan 0,5.
- Contoh :

  Besarnya probabilitas untuk memperoleh 5 permukaan A dalam 12 kali lemparan dari mata uang logam yang masih baik.
- Jawab :

  N = 12 ; x = 5 ; p = ½

  Distr. Binomial

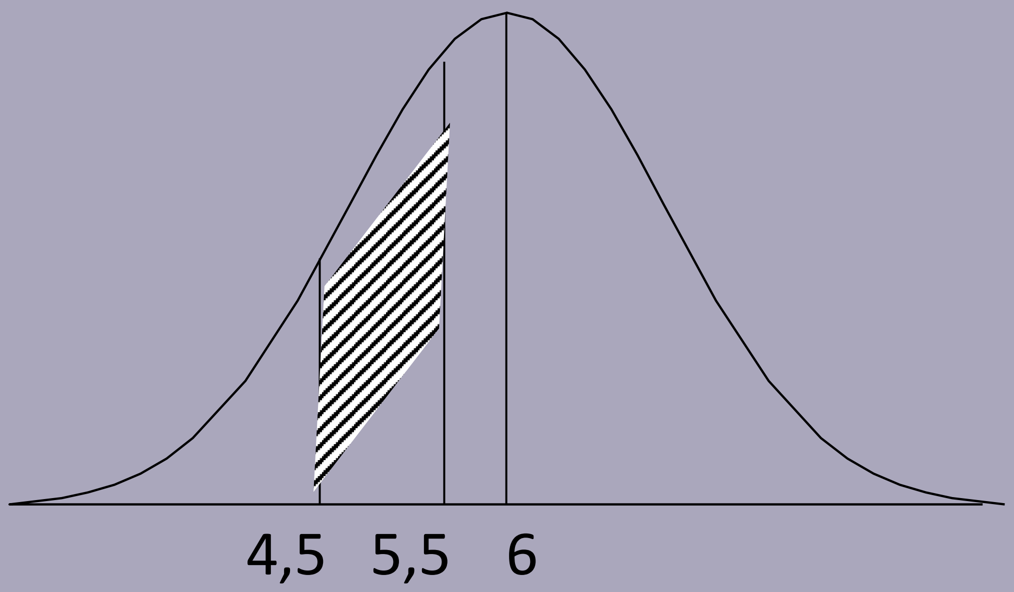
$$P_{(5;12)} = \frac{12!}{5!(12-5)!} x \left(\frac{1}{2}\right)^5 x \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 792 x \frac{1}{32} x \frac{1}{128} = \frac{792}{4096} = 0{,}1934$$

Distribusi Normal

X = 5 ; maka batas bawah 4,5 dan

batas atas 5,5

μ= n.p = 12 . 1/2 = 6



$$\sigma = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{12x\frac{1}{2}x\frac{1}{2}} = 1{,}732$$

$$z_1 = \frac{4{,}5-6}{1{,}732} = -0{,}87$$

$$L_1 = 0{,}3078$$

$$z_2 = \frac{5{,}5-6}{1{,}732} = -0{,}287$$

$$L_1 = 0{,}1141$$

P(5) = ΔL = 0,3078 - 0,1141 = 0,1937

DISTRIBUSI POISSON

- Untuk peristiwa yang jarang terjadi (distribusI kemungkinan teoritis, random diskrit)
- Pendekatan distribuís binomial dengan n besar dan p kecil (n.p<5 dan p≤0,1)

$$P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$ dengan μ = n . P

Dimana x = variable random diskrit 0,1,2,3,….. n

- e = 2,71828

- Mean dan deviasi standar
- $\mu = n.p$; $\sigma = \sqrt{n.p.q}$

TABEL NILAI $e^{-\mu}$

Tabel VII
Nilai e^{-u}

u	e^{-u}	u	e^{-u}	u	e^{-u}	u	e^{-u}
0.0	1.000	2.5	0.082	5.0	0,0067	7.5	0.00055
0.1	0.905	2.6	0.074	5.1	0.0061	7.6	0.00050
0.2	0.819	2.7	0.067	5.2	0.0055	7.7	0.00045
0.3	0.741	2.8	0.061	5.3	0.0050	7.8	0.00041
0.4	0.670	2.9	0.055	5.4	0.0045	7.9	0.00037
0.5	0.607	3.0	0.050	5.5	0.0041	8.0	0.00034
0.6	0.549	3.1	0.045	5.6	0.0037	8.1	0.00030
0.7	0.497	3.2	0.041	5.7	0.0033	8.2	0.00028
0.8	0.449	3.3	0.037	5.8	0.0030	8.3	0.00025
0.9	0.407	3.4	0.033	5.9	0.0027	8.4	0.00023
1.0	0.368	3.5	0.030	6.0	0.0025	8.5	0.00020
1.1	0.333	3.6	0.027	6.1	0.0022	8.6	0.00018
1.2	0.301	3.7	0.025	6.2	0.0020	8.7	0.00017
1.3	0.273	3.8	0.022	6.3	0.0018	8.8	0.00015
1.4	0.247	3.9	0.020	6.4	0.0017	8.9	0.00014
1.5	0.223	4.0	0.018	6.5	0.0015	9.0	0.00012
1.6	0.202	4.1	0.017	6.6	0.0014	9.1	0.00011
1.7	0.183	4.2	0.015	6.7	0.0012	9.2	0.00010
1.8	0.165	4.3	0.014	6.8	0.0011	9.3	0.00009
1.9	0.150	4.4	0.012	6.9	0.0010	9.4	0.00008
2.0	0.135	4.5	0.011	7.0	0.0009	9.5	0.00008
2.1	0.122	4.6	0.010	7.1	0.0008	9.6	0.00007
2.2	0.111	4.7	0.009	7.2	0.0007	9.7	0.00006
2.3	0.100	4.8	0.008	7.3	0.0007	9.8	0.00006
2.4	0.091	4.9	0.007	7.4	0.0006	9.9	0.00005

Contoh soal :

1. Sebuah mobil diiklankan di sebuah surat kabar untuk dijual. Surat kabar yang memuat iklan tersebut dimisalkan mempunyai 100.000 pembaca. Jika kemungkinan seorang akan membalas iklan tersebut 0,00002, ditanyakan :
   a) berapa orangkah diharapkan akan membalas iklan tersebut.?
   b) Berapa kemungkinannya bahwa yang membalas iklan tersebut hanya seorang ?
   c) Berapa kemungkinannya tidak ada yang membalas ?
2. Sebuah mesin stensil suatu percetakan ternyata tiap menstensil 2000 lembar kertas koran akan membuat kerusakan selembar kertas. Percetakan tersebut ingin mengetahui berapa probabilitas kerusakan 0, 1, 2, 3, 4 dan 5 lembar kertas pada tiap penstensilan sebanyak 1000 lembar kertas?

- Apabila probabilitas bahwa seorang mahasiswa Teknik fisika tidak lulus mata kuliah Statistik adalah 0,08. Dari 140 mahasiswa angkatan 2013 berapa probabilitasnya
  a. 5 mahasiswa tidak akan lulus
  b. Yang tidak lulus tidak lebih dari 3 mahasiswa
  c. Lebih dari 6 mahasiswa tidak lulus