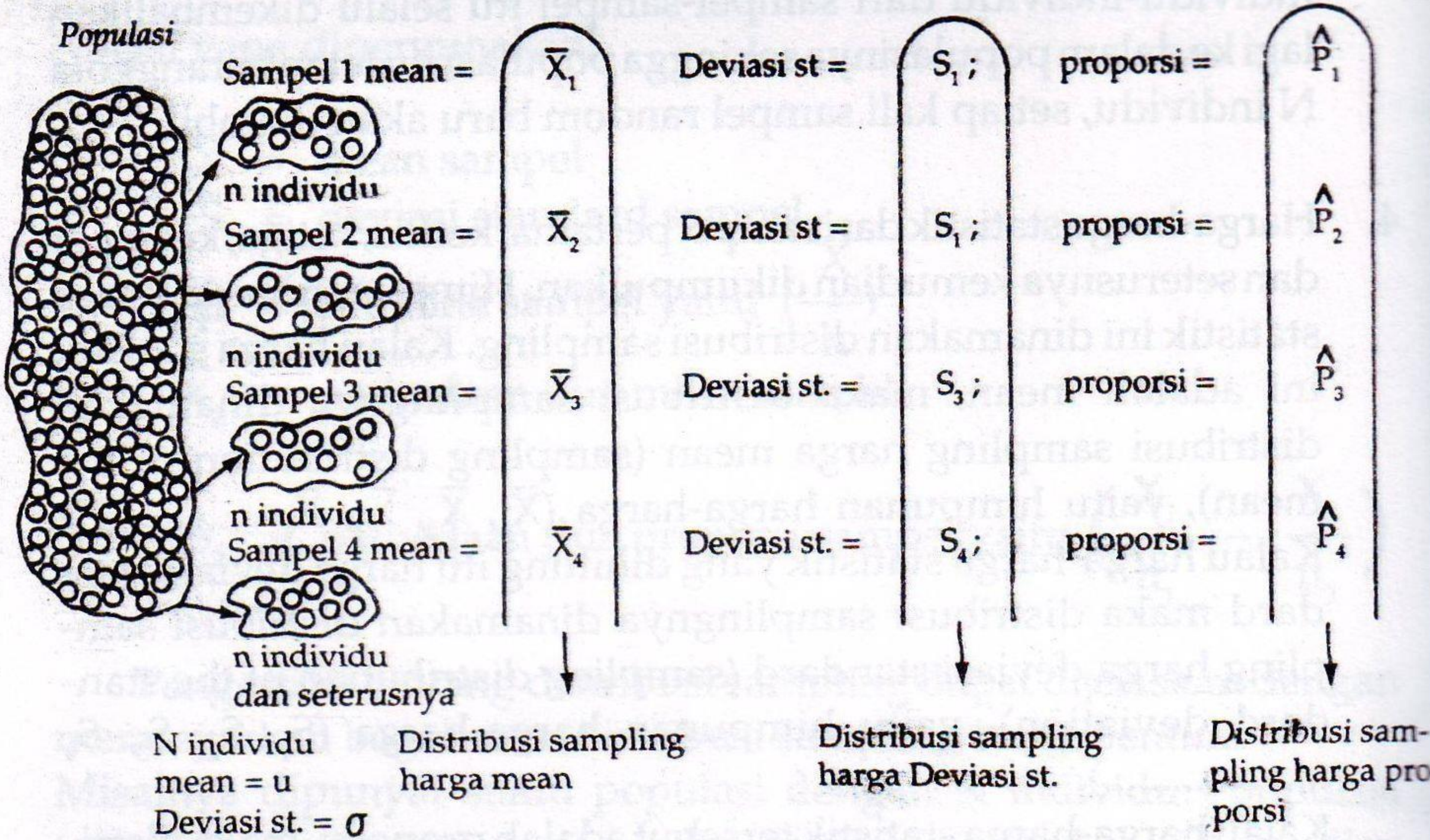
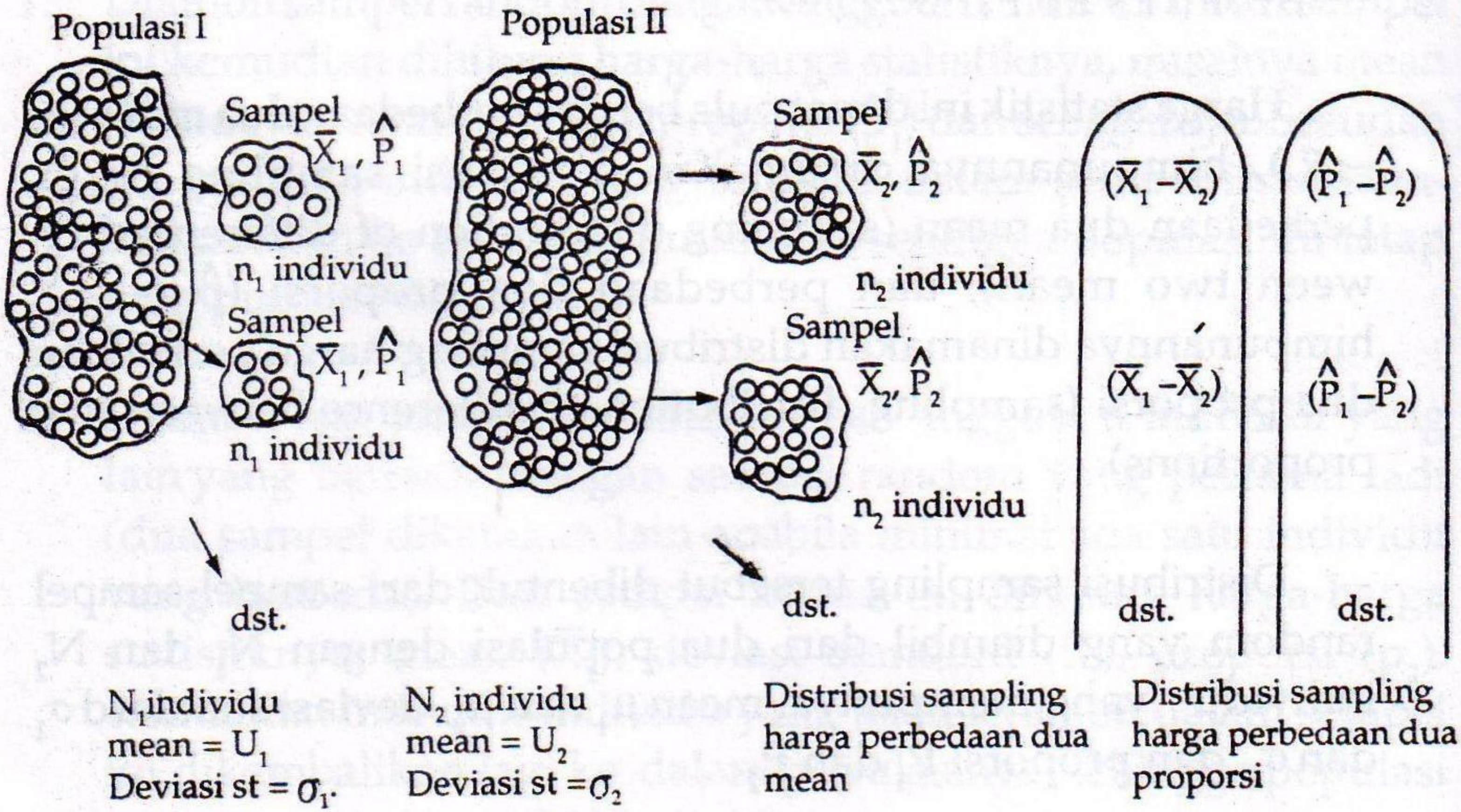
Distribusi Sampling

Misal dipunyai suatu populasi dengan N individu, dengan μ dan σ.

- Diambil sampel random dengan anggota n individu. Dari sampel-sampel ini dihitung harga-harga statistiknya, $\overline{x_1}$; $\overline{S_1}$; $\hat{p}_1$; dan sebagainya. Sesudah itu individu-individu yang terambil tadi dikembalikan kedalam populasinya sehingga populasi tadi tetap mempunyai N individu.
- Diambil lagi sampel random dengan n individu yang lain yang berbeda dengan sampel random yang pertama tadi. Dihitung harga statistiknya : $\overline{x_2}$; $\overline{S_2}$; $\hat{p}_2$; dan sebagainya. Sesudah itu individu-individu yang terambil tadi dikembalikan kedalam populasinya sehingga populasi tadi tetap mempunyai N individu.
- Pengambilan sampel random seperti itu dilakukan terus menerus sampai semua sampel random dengan n individu yang berlainan satu dengan yang lain, yang mungkin bisa diambil itu dihabiskan. Dihitung juga harga-harga statistiknya
- Harga-harga statistik dari sampel pertama, kedua, ketiga,… dstnya dikumpulkan. Himpunan harga-harga statistik ini dinamakan **Distribusi Sampling.**


Populasi
Sampel 1 mean = $\bar{X}_1$
Deviasi st = S_1 ;
proporsi = $\hat{P}_1$
n individu
Sampel 2 mean = $\bar{X}_2$
Deviasi st = S_1 ;
proporsi = $\hat{P}_2$
n individu
Sampel 3 mean = $\bar{X}_3$
Deviasi st. = S_3 ;
proporsi = $\hat{P}_3$
n individu
Sampel 4 mean = $\bar{X}_4$
Deviasi st. = S_4 ;
proporsi = $\hat{P}_4$
n individu
dan seterusnya
N individu
mean = u
Deviasi st. = σ
Distribusi sampling harga mean
Distribusi sampling harga Deviasi st.
Distribusi sampling harga proporsi



Gambar 6.1.
Terbentuknya Distribusi Sampling

	POPULASI (parameter)	SAMPEL (statistik)
Jumlah data	N	n
Mean	μ	$\overline{x}$
Deviasi Standard	σ	$\overline{s}$
Proporsi	P	$\hat{p} = \frac{x}{n}$
Perbedaan dua mean	$\mu_1 - \mu_2$	$\overline{x}_1 - \overline{x}_2$
Perbedaan dua proporsi	$P_1 - P_2$	$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}$

Sifat distribusi sampling harga Mean

- Apabila sampel random beranggota n individu masing-masing diambil dari suatu populasi dengan μ dan σ, maka
- With replacement : $\mu_x = \mu$ dan $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- Without replacement : $\mu_x = \mu$ dan $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
- Apabila anggota sampel besar (n≥30), maka distribusi sampling harga mean dianggap mendekati distribusi normal.

Contoh soal :

- Dipunyai suatu populasi yang terdiri dari lima angka, yakni : 6, 8, 9, 12 dan 15.

  Dari populasi itu akan diambil sampel yang beranggota dua (yang mungkin bisa diambil dari populasi itu).

Pengambilan sampel with replacement

Ada 25 sampel beranggota dua yang bisa diambil dari populasi tersebut ($N^n=5^2=25$)

6	6	6
6	8	7
6	9	7,5
6	12	9
6	15	10,5

8	6	7
8	8	8
8	9	8,5
8	12	10
8	15	11,5

9	6	7,5
9	8	8,5
9	9	9
9	12	10,5
9	15	12

12	6	9
12	8	10
12	9	10,5
12	12	12
12	15	13,5

15	6	10,5
15	8	11,5
15	9	12
15	12	13,5
15	15	15

Distribusi sampling harga mean → kolom ketiga

$$\mu_x = \frac{6+7+7,5+.......+13,5+15}{25} = \frac{250}{25} = 10$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{(6-10)^2+(7-10)^2+...+(15-10)^2}{25-1}} = \sqrt{\frac{125}{24}} = \sqrt{5,208} = 2,28$$

Kalau mean dan deviasi standard populasi dihitung, diperoleh

$$\mu = \frac{6+8+9+12+15}{5} = 10$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6-10)^2+(8-10)^2+(9-10)^2+(12-10)^2+(15-10)^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \sqrt{12.5} = 3,53$$

Terbukti bahwa :

$$\mu_x = \mu = 10$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{50/4}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{2}} = 2,49$$

pengambilan sample without replacement

Terdapat 10 sampel beranggota dua yg terjadi

6	8	7
6	9	7,5
6	12	9
6	15	10,5
8	9	8,5
8	12	10
8	15	21,5
9	12	10,5
9	15	12
12	15	13,5

$$\left(\frac{N!}{n!(N-n)!}\right)=\left(\frac{5!}{2!(5-2)!}\right)=10$$

$$\mu=\frac{7+7,5+9+\ldots+12+13,5}{10}=10$$

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{(7-10)^2+(7,5-10)^2+\ldots+(13,5-10)^2}{10-1}}$$

$$=\sqrt{4.166}=2.04$$

$$terbukti \qquad \mu_x=\mu=10$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

1. Suatu populasi terdiri dari 6 angka yaitu : 10,6,8,5,12,7. Susunlah semua sampel random beranggota dua yang mungkin diambil (baik dengan pengembalian maupun tanpa pengembalian). Hitunglah :
   a. Mean populasi
   b. Deviasi standard populasi
   c. Mean distribusi sampling harga mean
   d. Deviasi standard distribusi sampling harga mean
   e. Mean distribusi sampling harga deviasi standard
   f. Deviasi standard distribusi sampling harga deviasi standard

2. Bola lampu produksi Pabrik A mempunyai umur rata2 1400 jam dg deviasi standard 200 jam. Bola lampu produksi pabrik B mempunyai umur rata2 1200 jam dg deviasi standar 100 jam. Jika sampel random sebanyak 125 bola lampu diambil dari masing2 pabrik diuji, berapakah probabilitasnya bahwa merek A mempunyai umur rata2 paling sedikit :
   a. 160 jam lebih lama daripada merek B
   b. 250 jam lebih lama daripada merek B

Contoh :

1) Suatu sampel random dengan 60 mahasiswa diambil dari suatu populasi dengan N orang mahasiswa yang mempunyai IQ rata-rata (mean = 120) dan variansi = 280. (sampel diambil tanpa pengembalian)

a) Jika N = 400, hitung :

(i) (P(110 ≤ $\bar{X}$ ≤ 125)

(ii) P($\bar{X}$ ≥130)

b) Jika N sangat besar, hitung : P(110≤ $\bar{X}$ ≤125)

Jawab :

Diketahui : $\mu = 120$ $\sigma^2 = 280$

a) Jika N = 400 :

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 120$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1} = \frac{280}{60} \cdot \frac{400-60}{400-1} = 3{,}977$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{3{,}977} = 1{,}995 \approx 2$$

→ $P(110 \leq \bar{X} \leq 125)$

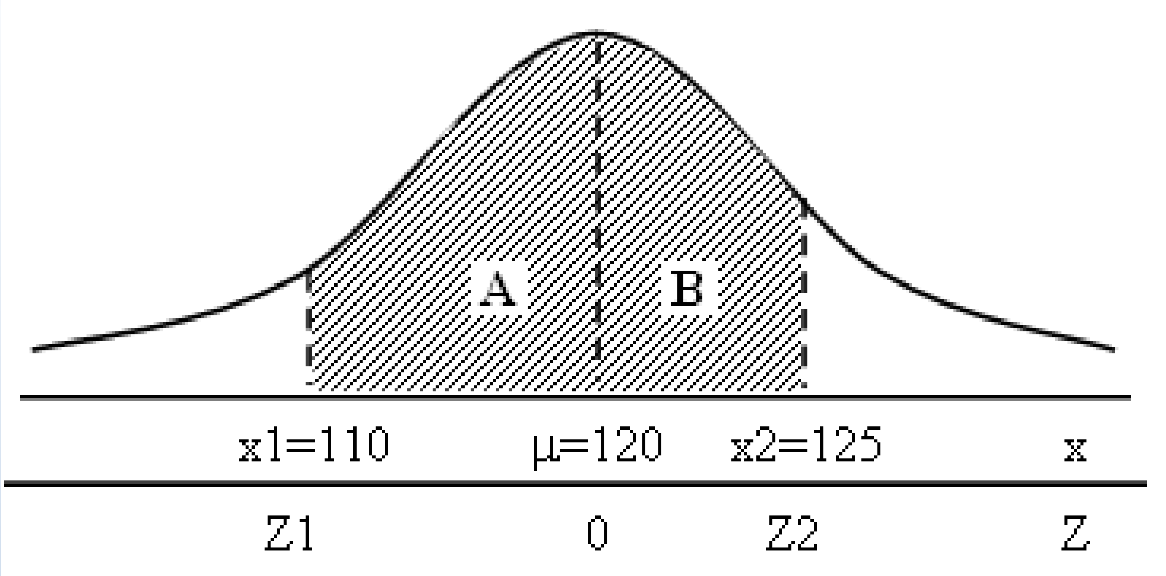
$$= P\left(\frac{110-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \leq \frac{\bar{X}-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \leq \frac{125-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}\right)$$

$$= P\left(\frac{110-120}{2} \leq Z \leq \frac{125-120}{2}\right)$$

$$= P(-5{,}00 \leq Z \leq 2{,}50)$$

$$= 0{,}5 + 0{,}4938$$

$$= 0{,}9938$$



➔ $P(\overline{X} \geq 130)$

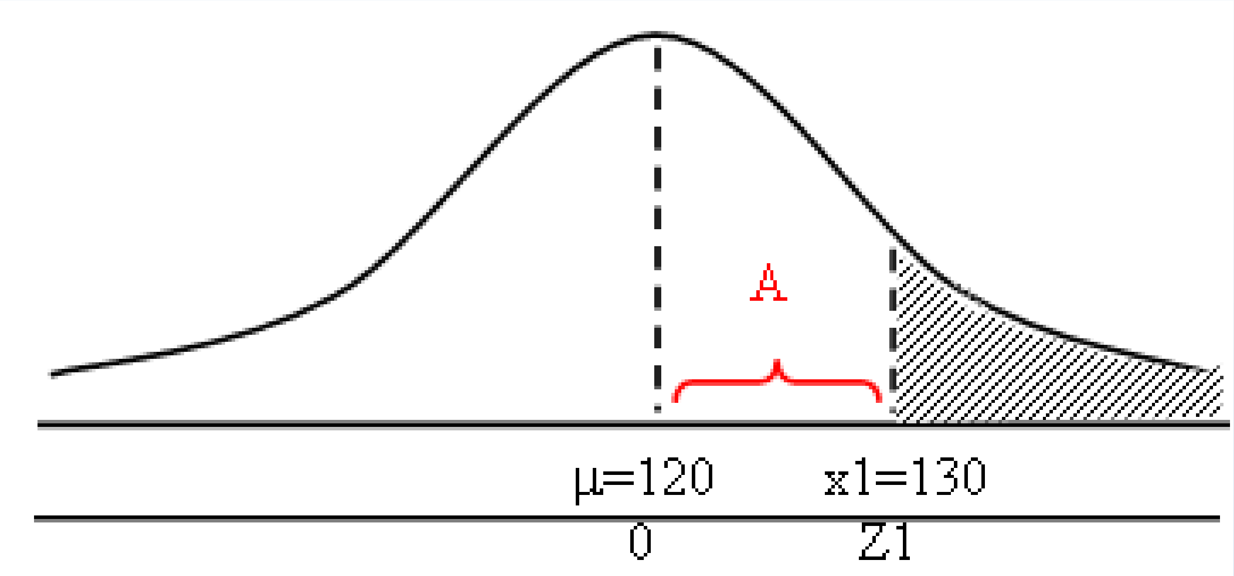
➔ $P(120 \leq \overline{X} \leq 130)$

$= P\left(0 \leq Z \leq \frac{130-120}{2}\right)$

$= P(0 \leq Z \leq 5{,}00)$

$A = 0{,}5$

➔ $P(\overline{X} \geq 130) = 0{,}5 - 0{,}5 = 0$



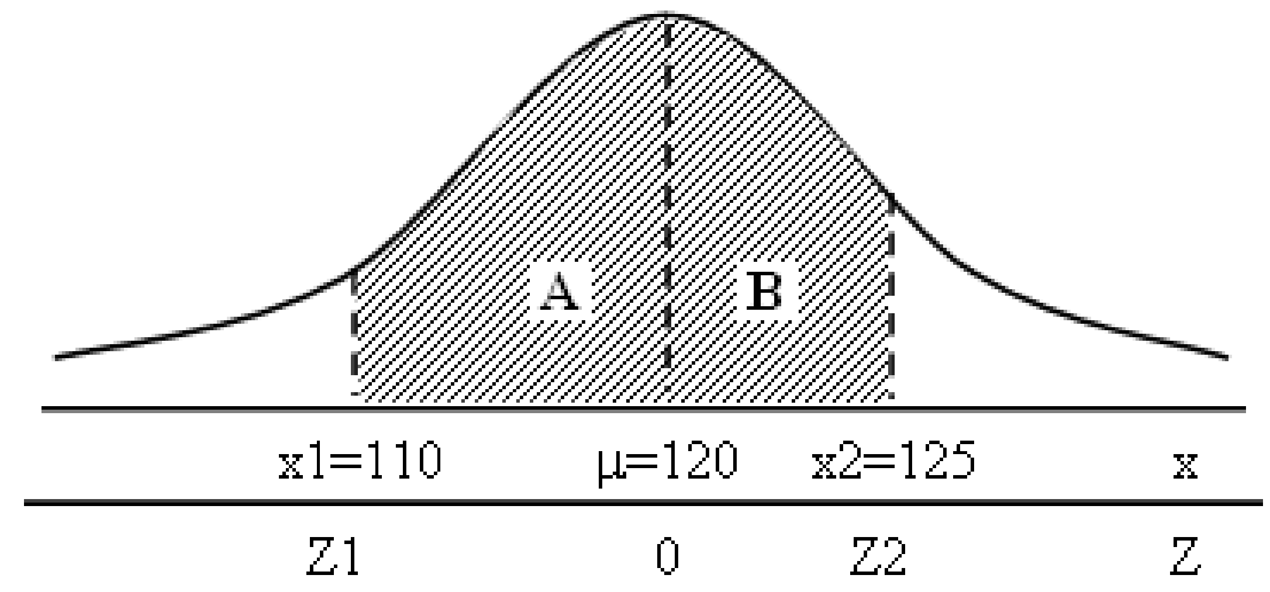
b) Jika N sangat besar (relatif terhadap n=60)

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 120$$

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{280}{60} = 4{,}667$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{4{,}667} = 2{,}16$$

$$\mathbf{P}(110 \le \bar{X} \le 125) = \mathbf{P}\left(\frac{110-120}{2{,}16} \le Z \le \frac{125-120}{2{,}16}\right)$$



$$= P(-4{,}63 \le Z \le 2{,}31\ )$$

$$= 0{,}5 + 0{,}4896$$

$$= 0{,}9896$$

2) Suatu sampel dengan 40 elemen diambil dari suatu populasi dengan mean = 4,14 dan variansi = 84,64. Hitung probabilitas bahwa mean sampel terletak antara 40 dan 45.

Jawab :

Diketahui : μ = 41,4, σ^2 = 86,64, n = 40

N tidak disebutkan (anggap bahwa N besar sekali)

Distribusi sampling harga mean :

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 41,4$

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{84,64}{40} = 2,116$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{2,116} = 1,45$$

$$P(40 \le \bar{X} \le 45) = P\left(\frac{40-41,4}{1,45} \le Z \le \frac{45-41,4}{1,45}\right)$$

$$= P(-0,97 \le Z \le 2,48)$$

$$= 0,3340 + 0,4934$$

$$= 0,8274$$