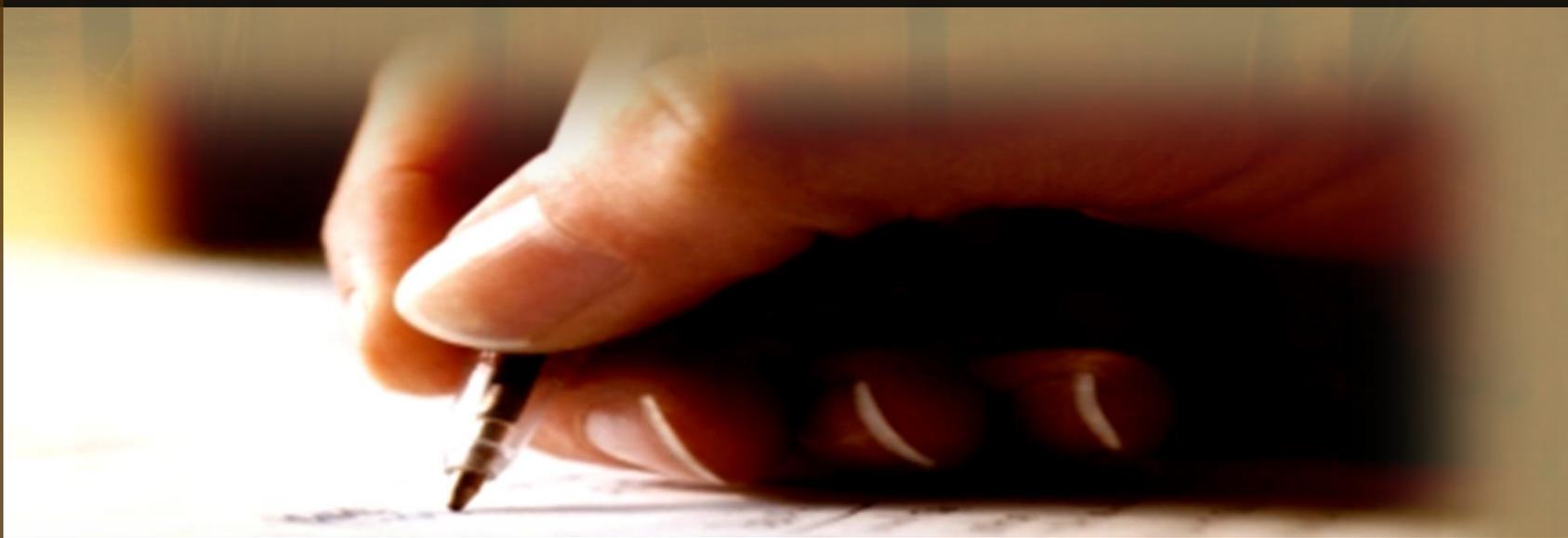




**Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya**



BESARAN SKALAR DAN VEKTOR

Oleh: Aulia SA
Tutug Dhanardono

Capaian Pembelajaran:

Anda akan mampu menggunakan konsep besaran skalar dan vektor, dan operasi yang terjadi pada besaran tersebut pada persoalan fisika di alam.



Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

Definisi Skalar dan Vektor

Penjumlahan Vektor

Perkalian Vektor

Vektor dalam dimensi 3

Sesuai dengan sifat-sifat suatu besaran, ada yang dapat dibayangkan arahnya dan ada yang tidak. Oleh karena itu, akan didefinisikan besaran-besaran yang berarah dan besaran-besaran yang tidak mempunyai arah.

Bagaimana sifat Vektor ?, apakah dapat dijumlahkan dan diperklikan ?.

Dalam sub bab ini akan dijelaskan sifat besaran skalar dan vektor, menjumlahkan dan mengalikan vektor baik dalam dimensi 2 maupun dalam dimensi 3.



SKALAR dan VEKTOR

- a. **Besaran Skalar** : besaran yang mempunyai nilai besar saja (tidak mempunyai arah). Misal : massa, waktu, suhu dsb.

- b. **Besaran Vektor** : besaran yang mempunyai besar dan arah. Misal : kecepatan, gaya, momentum dsb.



NOTASI VEKTOR

2.1. Notasi Geometris

Notasi geometris untuk menganalisa vektor dalam bentuk gambar.

2.1.1. Pemberian nama vektor

Cara penulisan vektor dapat dilakukan dengan beberapa cara sebagai berikut : dengan huruf tebal **R** atau **r** atau dengan tanda \vec{R} atau \vec{r} atau

2.1.2. Penggambaran vektor :

Vektor digambarkan dengan suatu anak panah, gambar 1.

2.2. Notasi Analitis

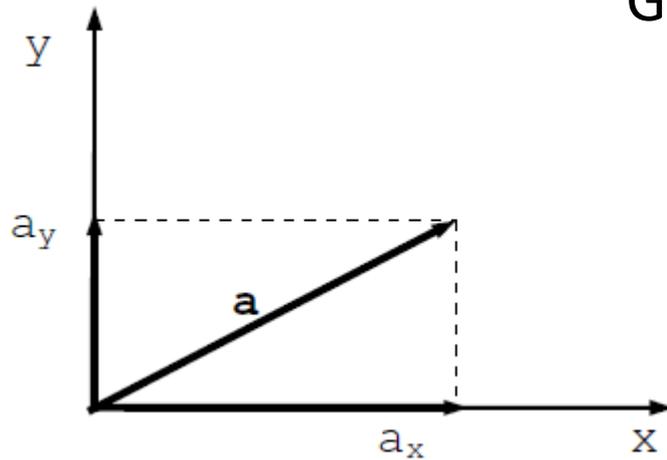
Notasi analitis digunakan untuk menganalisa vektor dengan cara menguraikan vektor tersebut dalam komponen-komponen penyusunnya. Sebuah vektor **a** dalam koordinat kartesian (dua sumbu : x dan y) dpt dinyatakan dalam komponen-komponennya, yaitu komponen pada arah sumbu x dan komponen pada arah sumbu y. Secara lebih jelas dapat dilihat pada gambar 2.



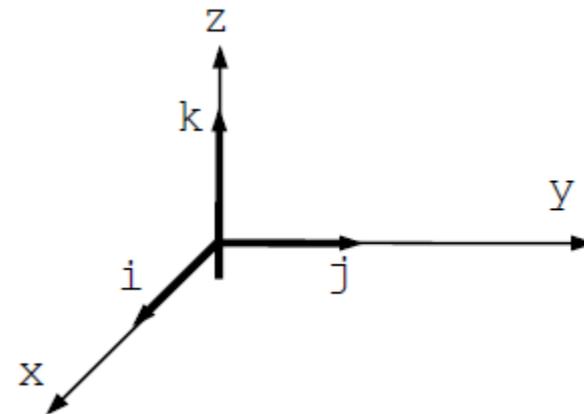
NOTASI VEKTOR



Gambar 1



Dalam sumbu dua dimensi



Dalam sumbu tiga dimensi

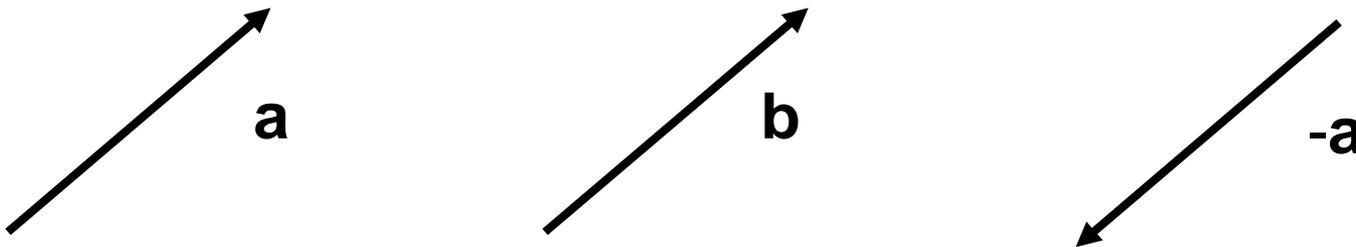
Gambar 2



NOTASI VEKTOR

Kesamaan dan ketidaksamaan 2 buah vektor

Dua buah vektor a dan b dikatakan sama jika keduanya memiliki besar dan arah yang sama, dan ditulis $\mathbf{a} = \mathbf{b}$.

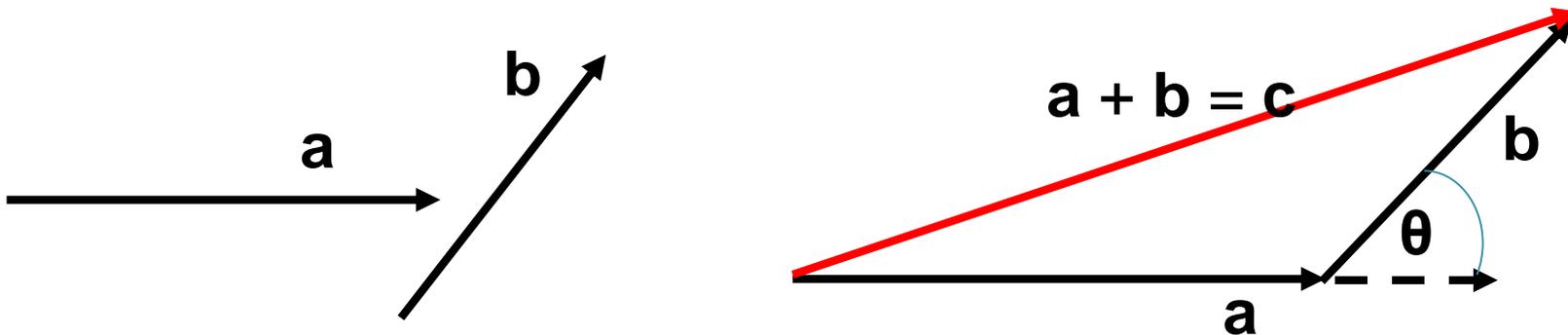


Sebuah vektor yang arahnya berlawanan dengan vektor \mathbf{a} , tetapi memiliki besar yang sama dengan besar vektor \mathbf{a} disebut negasi dari \mathbf{a} , ditulis $-\mathbf{a}$



Penjumlahan vektor

Jumlah atau resultan dari dua vektor **a** dan **b** adalah sebuah vektor **c** yang dibentuk dengan menempatkan titik awal dari **b** pada titik ujung dari **a** dan kemudian menghubungkan titik awal dari **a** dengan titik ujung dari **b**



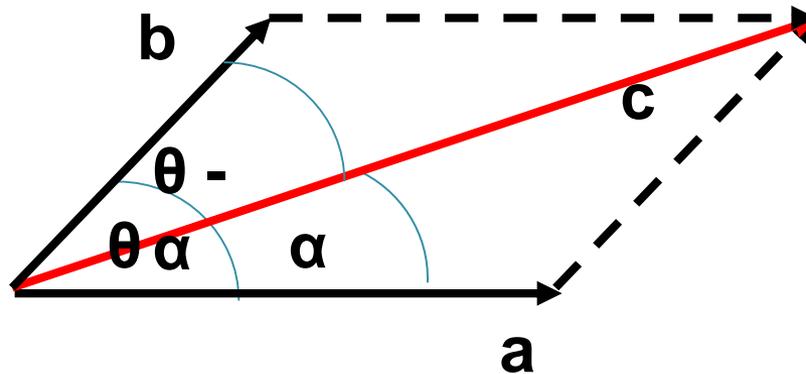
Jumlah ini ditulis $a + b = c$



Penjumlahan vektor

Besarnya **c** adalah $c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$

θ = besar sudut antara **a** dan **b**

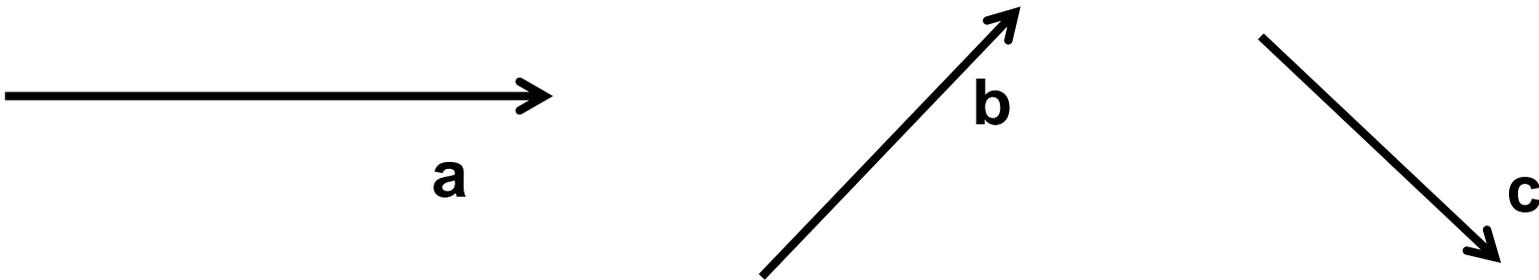


$$\frac{c}{\sin \theta} = \frac{a}{\sin (\theta - \alpha)} = \frac{b}{\sin \alpha}$$

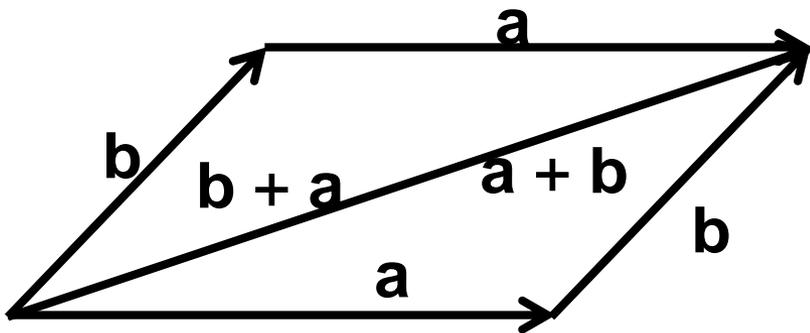


Penjumlahan Vektor

Sifat-sifat penjumlahan pada vektor.

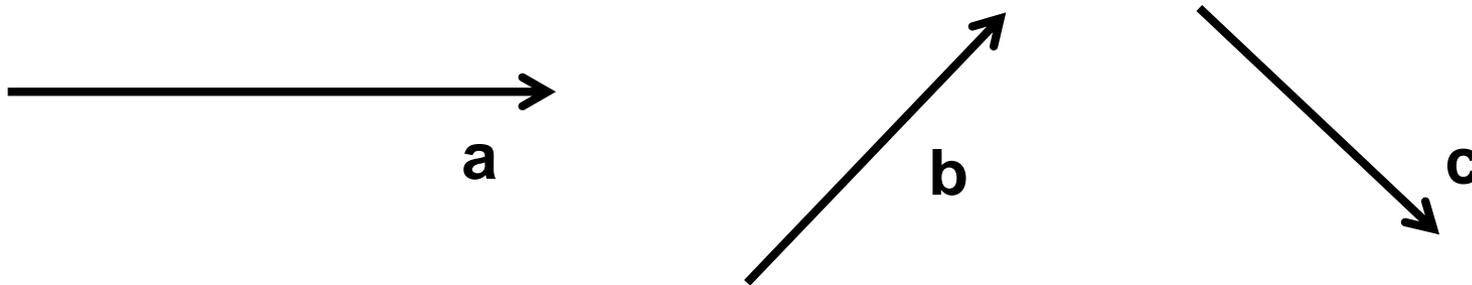


1. Sifat komutatif,
 $a + b = b + a$



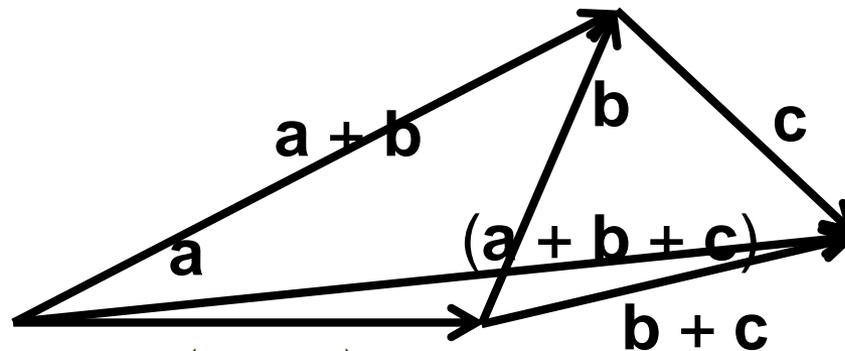
Penjumlahan Vektor

Sifat-sifat penjumlahan pada vektor.



2. Sifat asosiatif.

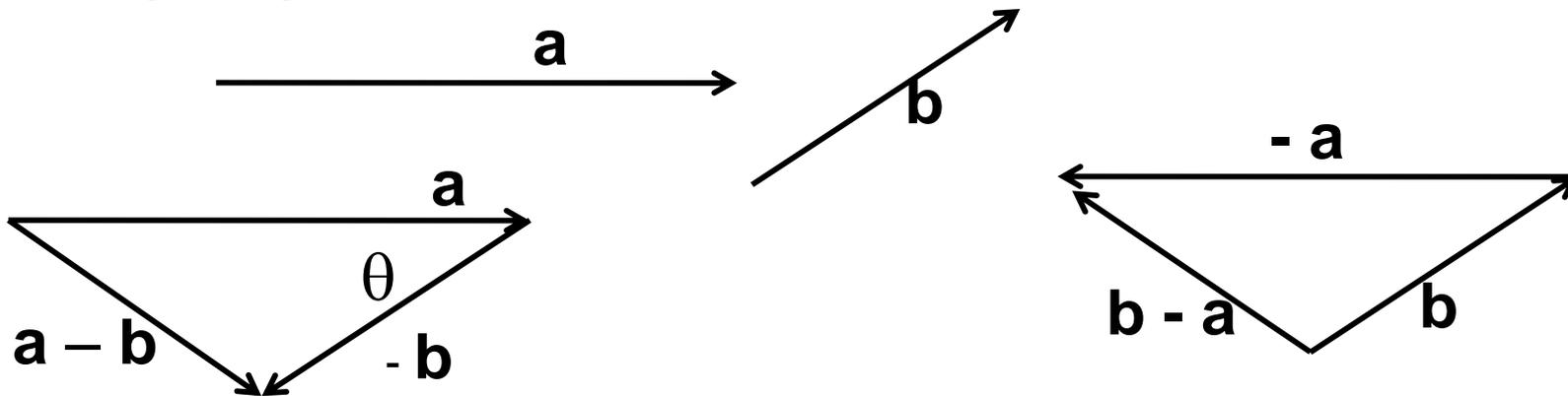
$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$$



Pengurangan vektor

Selisih dari dua vektor \underline{a} dan \underline{b} ditulis $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ adalah vektor \mathbf{c} yang apabila ditambahkan pada \mathbf{b} menghasilkan vektor \mathbf{a} . Secara ekuivalen dapat ditulis $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$

Pengurangan vektor tidak bersifat komutatif dan asosiatif



$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$



Perkalian vektor dengan skalar

Hasil kali vektor \underline{a} dengan skalar m adalah sebuah vektor $m\mathbf{a}$ yang besarnya $|m|$ kali besar vektor \mathbf{a} dan arahnya

- searah dengan \mathbf{a} jika $m > 0$
- berlawanan arah dengan \mathbf{a} jika $m < 0$

Jika \underline{a} dan \underline{b} vektor, m dan n skalar, maka berlaku

- $m\mathbf{a} = \mathbf{a}m$
- $m(n\mathbf{a}) = (mn)\mathbf{a}$
- $(m + n)\mathbf{a} = m\mathbf{a} + n\mathbf{a}$
- $m(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = m\mathbf{a} + m\mathbf{b}$



Perkalian vektor dengan vektor

Perkalian Silang (cross product)

Menghasilkan vektor

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

Besarnya $C = C = AB \sin \theta$

dengan $\theta =$ sudut antara \mathbf{A} dan \mathbf{B}

$\mathbf{C} \perp \mathbf{A}$ dan \mathbf{B}

Arah maju skrup kanan bila diputar dari \mathbf{A} ke \mathbf{B}

Sudut $\theta < 180^\circ$ (atau π)

Perkalian Titik (dot product)

Menghasilkan skalar

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = D$$

$$D = AB \cos \theta$$

dengan $\theta =$ sudut antara \mathbf{A} dan \mathbf{B}

Sudut $\theta < 180^\circ$ (atau π)



Perkalian vektor dengan vektor

Bila $\mathbf{A} = x_1 \hat{\mathbf{i}} + y_1 \hat{\mathbf{j}} + z_1 \hat{\mathbf{k}}$ dan $\mathbf{B} = x_2 \hat{\mathbf{i}} + y_2 \hat{\mathbf{j}} + z_2 \hat{\mathbf{k}}$

maka :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (x_1 + x_2) \hat{\mathbf{i}} + (y_1 + y_2) \hat{\mathbf{j}} + (z_1 + z_2) \hat{\mathbf{k}}$$

$$|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2 + (z_1 + z_2)^2}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (x_1 - x_2) \hat{\mathbf{i}} + (y_1 - y_2) \hat{\mathbf{j}} + (z_1 - z_2) \hat{\mathbf{k}}$$

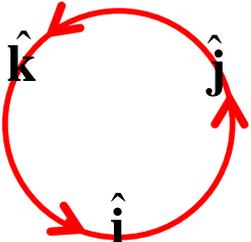
$$|\mathbf{A} - \mathbf{B}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$



Perkalian vektor dengan vektor

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} + z_1 \hat{k}) \cdot (x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k}) \\ &= x_1 x_2 \hat{i} \cdot \hat{i} + x_1 y_2 \hat{i} \cdot \hat{j} + x_1 z_2 \hat{i} \cdot \hat{k} + \\ &\quad y_1 x_2 \hat{j} \cdot \hat{i} + y_1 y_2 \hat{j} \cdot \hat{j} + y_1 z_2 \hat{j} \cdot \hat{k} + \\ &\quad z_1 x_2 \hat{k} \cdot \hat{i} + z_1 y_2 \hat{k} \cdot \hat{j} + z_1 z_2 \hat{k} \cdot \hat{k} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$



$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} + z_1 \hat{k}) \times (x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k}) \\ &= x_1 x_2 \hat{i} \times \hat{i} + x_1 y_2 \hat{i} \times \hat{j} + x_1 z_2 \hat{i} \times \hat{k} + \\ &\quad y_1 x_2 \hat{j} \times \hat{i} + y_1 y_2 \hat{j} \times \hat{j} + y_1 z_2 \hat{j} \times \hat{k} + \\ &\quad z_1 x_2 \hat{k} \times \hat{i} + z_1 y_2 \hat{k} \times \hat{j} + z_1 z_2 \hat{k} \times \hat{k} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (y_1 z_2 - z_1 y_2) \hat{i} + (z_1 x_2 - x_1 z_2) \hat{j} + (x_1 y_2 - y_1 x_2) \hat{k}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = 1 \cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{j} \cdot \hat{j} = 1 \cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = 1 \cos 90^\circ = 0$$

$$\hat{i} \cdot \hat{k} = 1 \cos 90^\circ = 0$$

dst

$$\hat{i} \times \hat{i} = 1 \sin 0^\circ = 0$$

$$\hat{j} \times \hat{j} = 1 \sin 0^\circ = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = 1 \sin 90^\circ = \hat{k}$$

$$\hat{i} \times \hat{k} = 1 \sin 90^\circ = -\hat{j}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = 1 \sin 90^\circ = \hat{j}$$

dst



Contoh Soal

Diketahui $\mathbf{A} = 5\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$,
 $\mathbf{B} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$,
 $\mathbf{C} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

- a. Tentukan $|\mathbf{D}| = 3\mathbf{A} - 2\mathbf{B} + \mathbf{C}$
- b. Tentukan $\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$
- c. Tentukan $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$

Jawab :

- a. $\mathbf{D} = 3\mathbf{A} - 2\mathbf{B} + \mathbf{C}$
 $= 3(5\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}) - 2(\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}) + (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$
 $= 15\mathbf{i} - 17\mathbf{j} + 19\mathbf{k}$
 $|\mathbf{D}| = (15^2 + 17^2 + 19^2)^{1/2} = 29,58$
- b. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = 10 - 12 + 12 = 10$
- c. $\mathbf{B} \times \mathbf{A} = (\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}) \times (5\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k})$
 $= \{(4)(3) - (-3)(-4)\}\mathbf{i} + \{(-3)(5) - (1)(3)\}\mathbf{j} + \{(1)(-4) - (4)(5)\}\mathbf{k}$
 $= -18\mathbf{j} - 24\mathbf{k}$



Ringkasan

- Skalar adalah besaran fisika yang mempunyai besar tetapi tidak mempunyai arah.
- Vektor adalah besaran fisika yang mempunyai besar dan arah.
- Penjumlahan vektor : $A+B = (A^2 + B^2 + 2AB\cos \theta)^{1/2}$
- Perkalian vektor ada dua jenis, yaitu perkalian titik yang menghasilkan besaran skalar, dan perkalian silang yang menghasilkan besaran vektor.
- $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \rightarrow$ adalah skalar
- $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C} \rightarrow$ adalah vektor
- $C = AB \sin \theta$



Latihan Soal

1. What is the magnitude of the vector $(10 \mathbf{i} - 10 \mathbf{k})$ m/s?
(a) 0 (b) 10 m/s (c) 210 m/s (d) 10 (e) 14.1 m/s
2. A vector lying in the xy plane has components of opposite sign. The vector must lie in which quadrant? (a) the first quadrant (b) the second quadrant (c) the third quadrant (d) the fourth quadrant (e) either the second or the fourth quadrant.
3. A submarine dives from the water surface at an angle of 30° below the horizontal, following a straight path 50 m long. How far is the submarine then below the water surface? (a) 50 m (b) $(50 \text{ m})/\sin 30^\circ$ (c) $(50 \text{ m}) \sin 30^\circ$ (d) $(50 \text{ m}) \cos 30^\circ$ (e) none of those answers



**SEKIAN
&
TERIMAKASIH**

