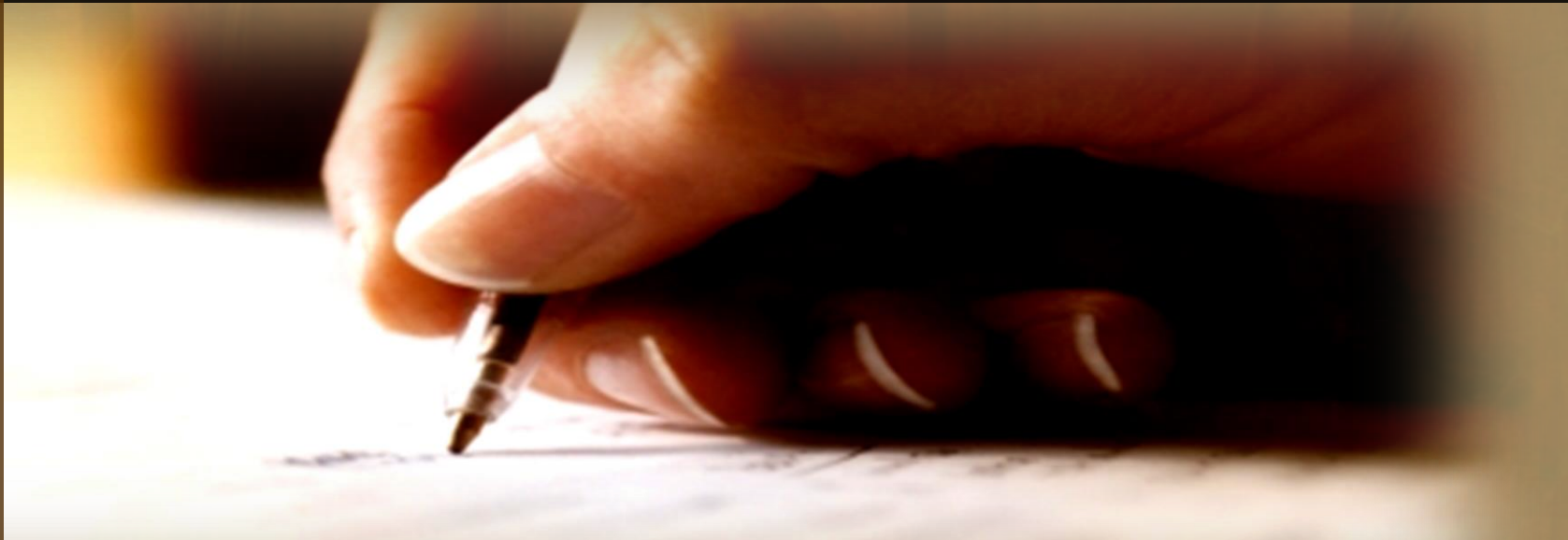




**Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya**



DINAMIKA ROTASI

Oleh: Tutug Dhanardono
Aulia Siti Aisjah

OUT LINE

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

Momen Gaya atau Torsi

Hukum Newton II Tentang Rotasi

Gerak Menggelinding

Energi Kinetik Gerak Berputar

Momentum Sudut

Hukum Newton II tentang gerak translasi menyatakan bahwa percepatan yang dialami benda yang dipengaruhi oleh suatu gaya sebanding dengan besarnya gaya dan berbanding terbalik dengan massa benda tersebut. Dalam gerak rotasi percepatan sudut yang dialami oleh benda sebanding dengan besarnya torsi gaya dan berbanding terbalik dengan momen inersia sistem.

Energi kinetik dalam gerak menggelinding terdiri dari energi kinetik rotasi dan energi kinetik translasi dari pusat massa.





Perhatikan gerak gasing yang dipegang oleh orang tsb,

- Bagaimana bisa berputar?
- Bagaimana gasing tidak jatuh?

Konsep / prinsip apa yang digunakan untuk menjelaskan kedua pertanyaan di atas

Sumber: Searway, Physics for Scientists and Engineers



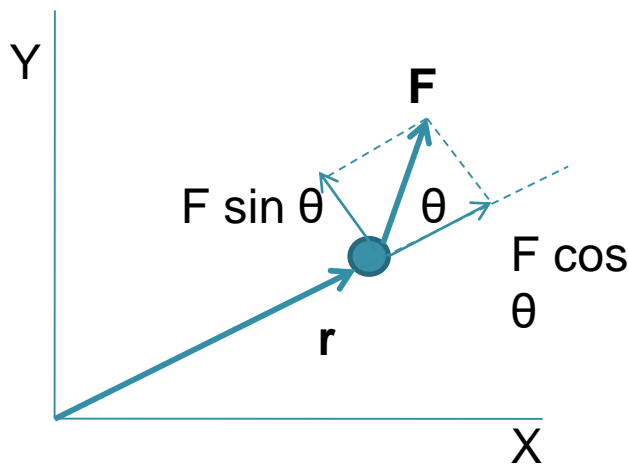
Momen Gaya = Torsi

Komponen penggerak atau penyebab rotasi adalah torsi.

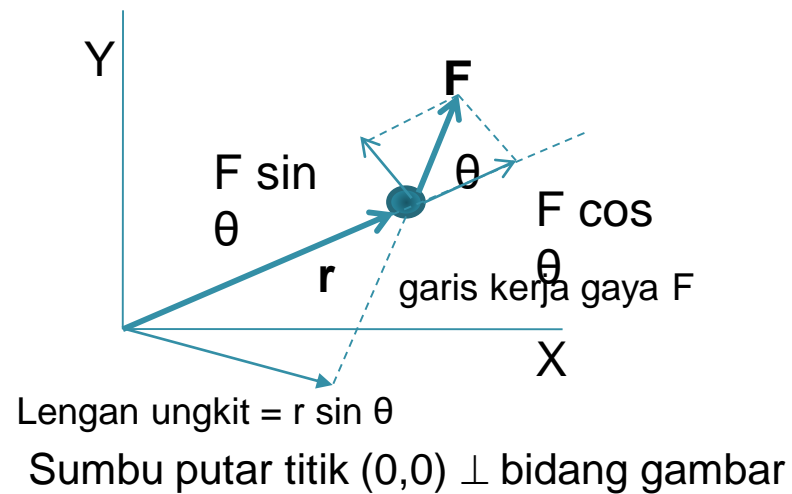
Didefinisikan torsi sebagai : $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ (N.m)

dengan besar : $\tau = r F \sin \theta$

θ = sudut antara r dan F



Sumbu putar titik (0,0) \perp bidang gambar



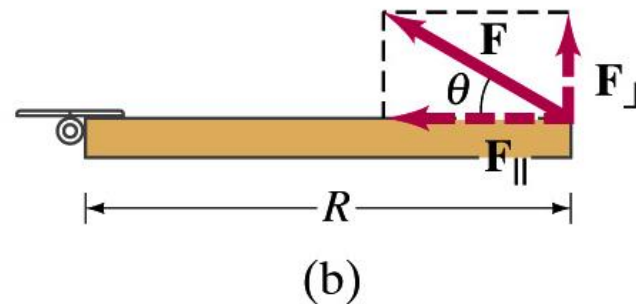
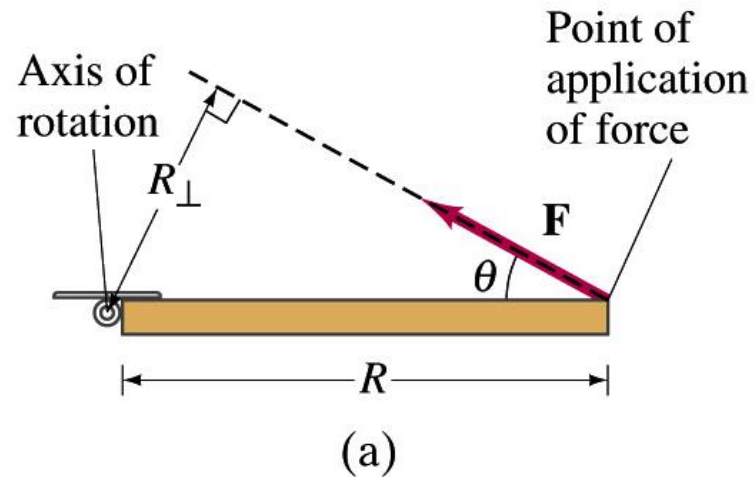
Momen Gaya = Torsi

Catatan : $\tau = F R \sin \theta$

Lengan ungkit : l atau R_{\perp}
(Jarak tegak lurus)

$$\tau = F (R \sin \theta) = F \cdot R_{\perp}$$

$$\tau = (F \sin \theta) R = F_{\perp} \cdot R$$



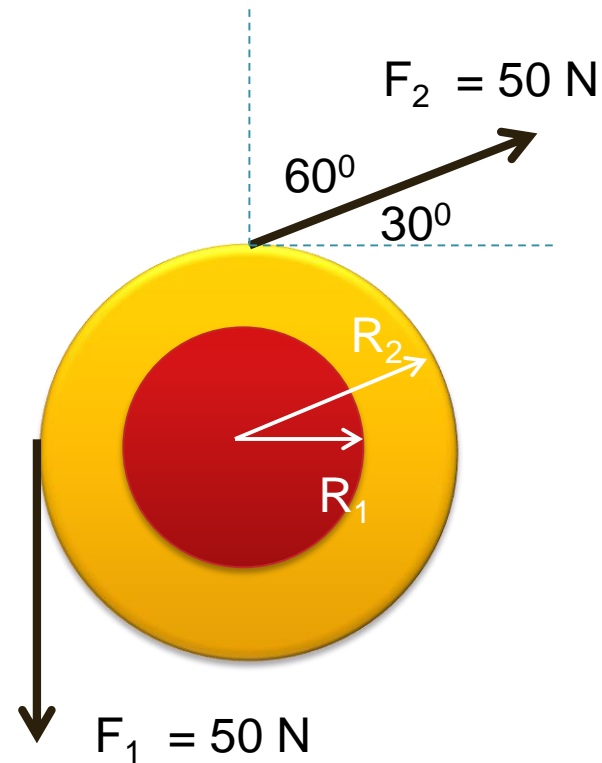
Momen Gaya = Torsi

Catatan : tanda dari τ

$$\begin{aligned}\tau_1 &= F_1 (R_1 \sin 90^\circ) \\ &= (50 \text{ N})(0.300 \text{ m}) = 15 \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_2 &= F_2 (R_2 \sin 60^\circ) \\ &= (50 \text{ N})(0.500 \text{ m})(0.866) \\ &= 21.7 \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

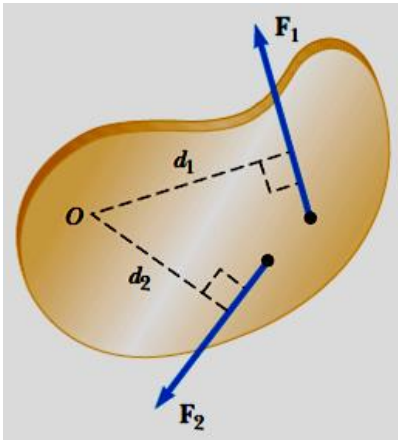
$$\begin{aligned}\tau_{net} &= \tau_1 (\text{c.c.w.}) + \tau_2 (\text{c.w.}) \\ &= \tau_1 (+1) + \tau_2 (-1) \\ &= (15.0 \text{ N} \cdot \text{m}) - (21.7 \text{ N} \cdot \text{m}) \\ &= -6.7 \text{ N} \cdot \text{m} \rightarrow 6.7 \text{ N} \cdot \text{m} (\text{c.w.})\end{aligned}$$



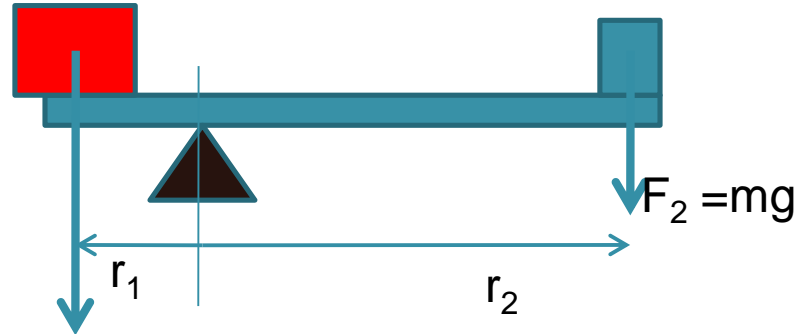
Hukum Newton II

Dalam kesetimbangan rotasi :

$$\Sigma \tau = \Sigma r \times F = 0$$

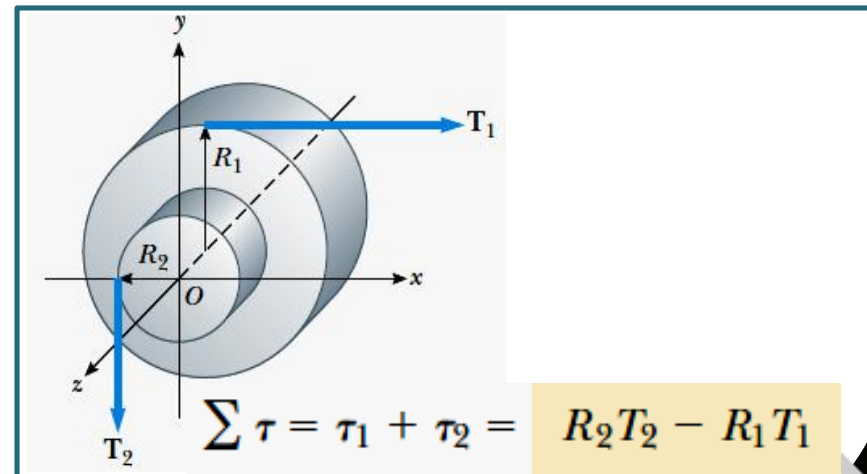


$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

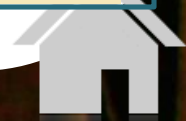


$$F_1 = M g$$

$$\Sigma \tau = -r_2 F_2 + r_1 F_1$$



$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 = R_2 T_2 - R_1 T_1$$



Hukum Newton II

Bila sejumlah torsi diberikan kepada suatu benda atau sistem, maka benda atau sistem tersebut akan mengalami percepatan sudut yang besarnya sebanding dengan torsi neto yang diberikan dan searah dengannya.

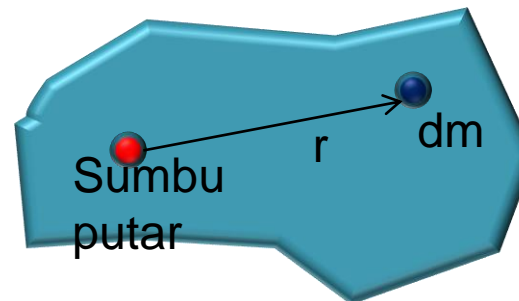
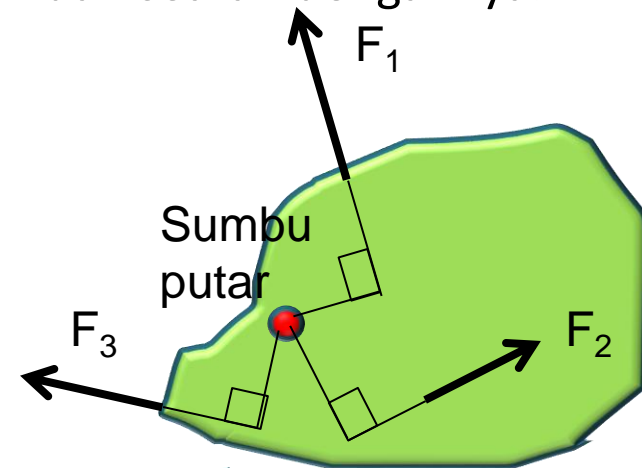
$$\sum \bar{\tau} = I \bar{\alpha}$$

Dengan I adalah momen inersia,

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm$$

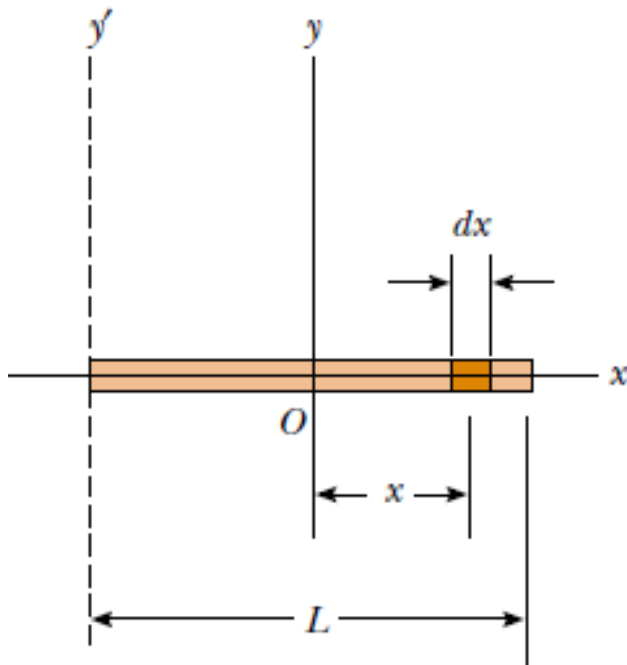
dm elemen massa

r_i jarak dari sumbu putar ke elemen massa dm



Momen inersia

Menghitung momen inersia dari sebuah batang, panjang L dan massa M , diputar pada sumbu melalui pusat massa (titik tengah) tegak lurus batang



$$dm = \lambda dx = \frac{M}{L} dx$$

$$I_y = \int r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{M}{L} dx = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx$$

$$= \frac{M}{L} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{12} ML^2$$



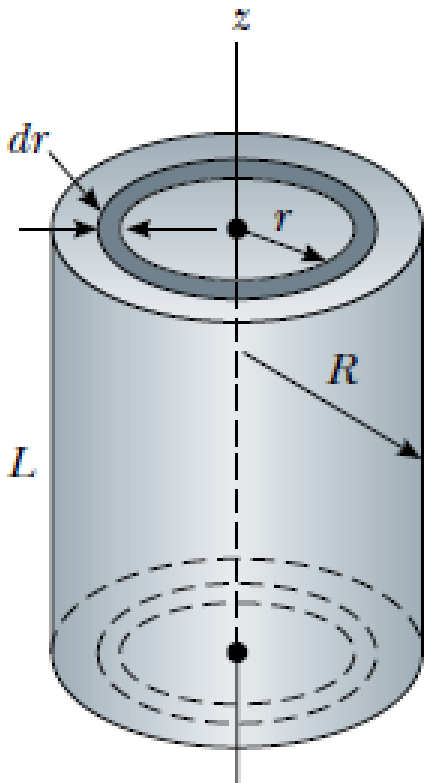
Penjumlahan Vektor

Menghitung momen inersia dari sebuah silinder, massa M jari-jari R , diputar pada sumbu melalui pusat massa // tingginya

$$I_z = \int r^2 dm = \int r^2 (2\pi\rho L r dr) = 2\pi\rho L \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi\rho L R^4$$

Karena volume total silinder adalah $\pi R^2 L$, maka $\rho = M/V = M/\pi R^2 L$.
sehingga

$$I_z = \frac{1}{2}MR^2$$



Momen Inersia : Pergeseran Sumbu Putar

Rumus : $I = I_{cm} + Md^2$ (teorema sumbu //)

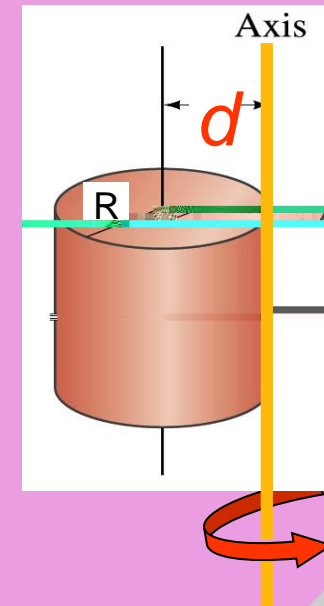
I_{CM} = momen inersia bila diputar memlalui pusat massa

d = jarak sumbu putar yang baru dari pusat massa

Contoh :

Menghitung momen inersia dari sebuah silinder, massa M jari-jari R , diputar pada sumbu di tepi // tingginya

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} MR^2 + Md^2 \\ &= \left(\frac{1}{2} MR^2 + MR^2 \right) \\ &= \frac{3}{2} MR^2 \end{aligned}$$



Bukti teorema sumbu // :

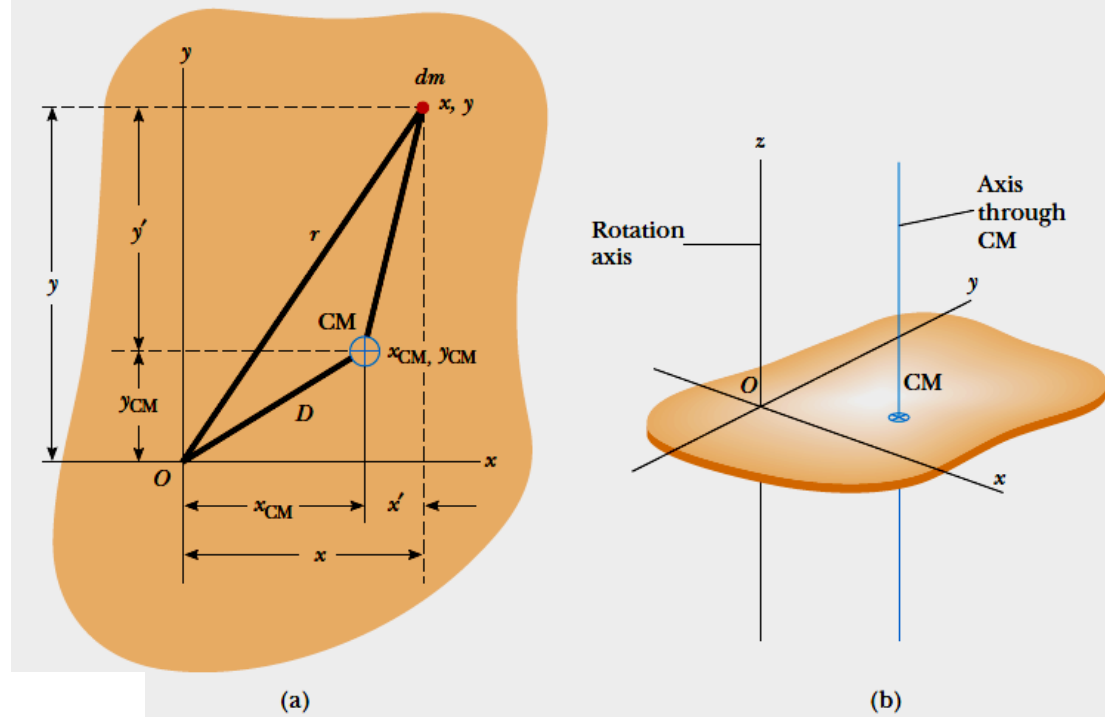
Ambil elemen massa
dm pada jarak

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

dari sumbu putar z

Momen inersia
terhadap sumbu z :

$$I = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm$$



Bukti teorema sumbu // :

Pusat massa benda x_{CM}, y_{CM} pada koordinat awal yang berpusat di O

Pada koordinat sumbu baru $x = x' + x_{CM}$ dan $y = y' + y_{CM}$ sehingga

$$\begin{aligned}
 I &= \int [(x' + x_{CM})^2 + (y' + y_{CM})^2] dm \\
 &= \int [(x')^2 + (y')^2] dm + 2x_{CM} \int x' dm + 2y_{CM} \int y' dm + (x_{CM}^2 + y_{CM}^2) \int dm
 \end{aligned}$$

Suku pertama = I_{CM} . Suku kedua = ketiga = 0, karena $\int x' dm = \int y' dm = 0$

Suku terakhir = MD^2 karena $\int dm = M$ dan $D^2 = x_{CM}^2 + y_{CM}^2$

Dengan demikian : $I = I_{CM} + MD^2$

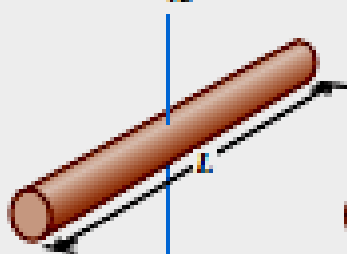


Tabel Momen Inersia bermacam benda

Table 9.2 Moments of Inertia of Various Bodies

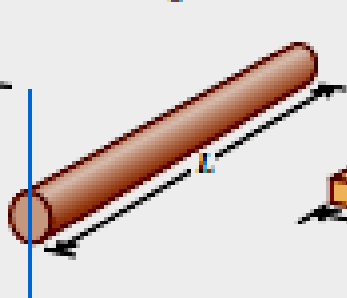
(a) Slender rod,
axis through center

$$I = \frac{1}{12} ML^2$$



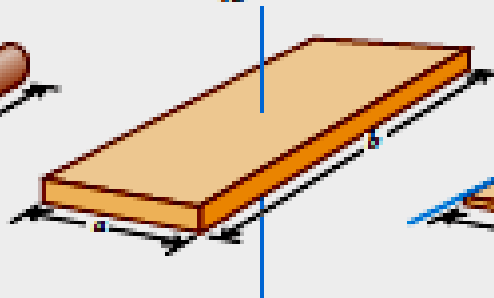
(b) Slender rod,
axis through one end

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



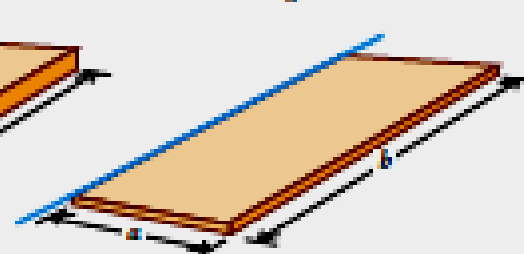
(c) Rectangular plate,
axis through center

$$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



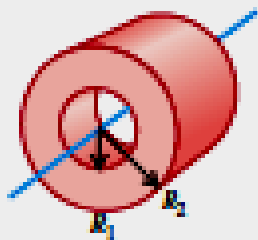
(d) Thin rectangular plate,
axis along edge

$$I = \frac{1}{3} Ma^2$$



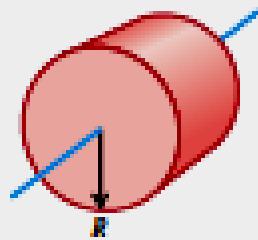
(e) Hollow cylinder

$$I = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



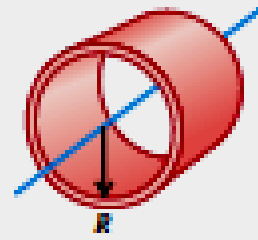
(f) Solid cylinder

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



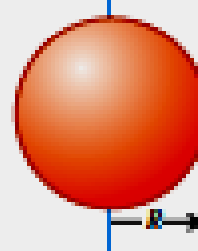
(g) Thin-walled hollow
cylinder

$$I = MR^2$$



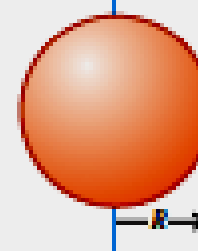
(h) Solid sphere

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$

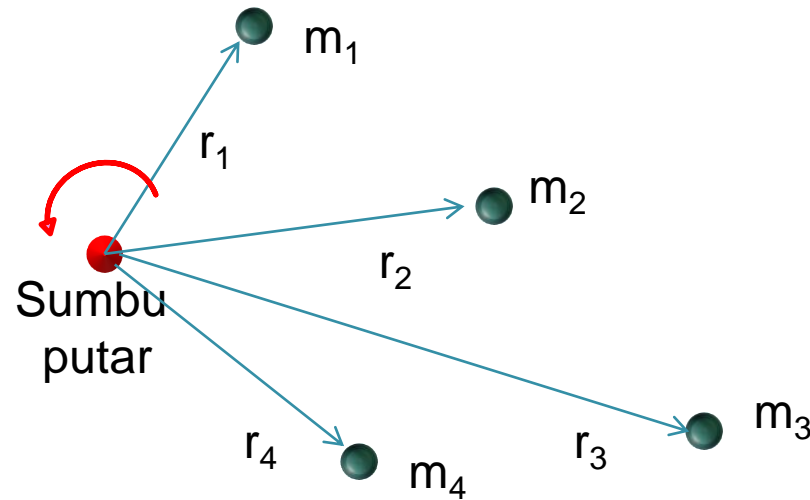


(i) Thin-walled hollow
sphere

$$I = \frac{2}{3} MR^2$$



Momen inersia untuk massa diskrit



$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

m_i massa ke i

r_i jarak dari sumbu putar ke massa m_i



ENERGI KINETIK MASSA BERPUTAR

Energi kinetik massa m_i : $K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$

Dimana : $v_i = r_i \omega$

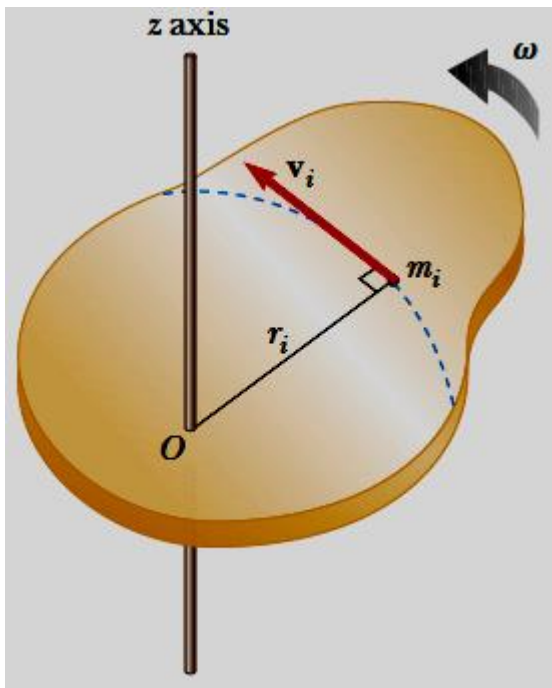
Untuk seluruh massa :

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2$$

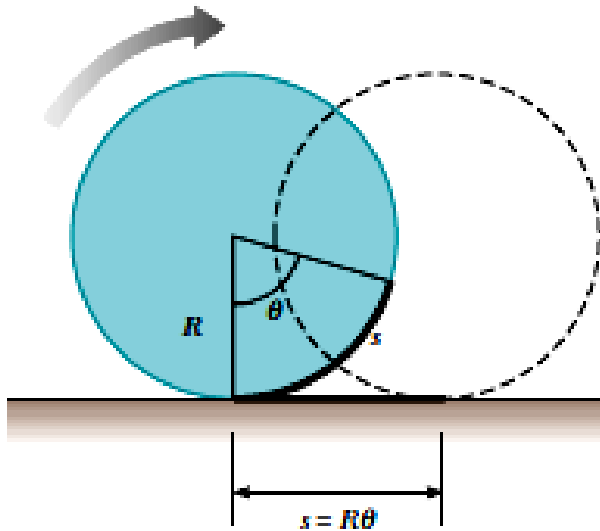
$$K_R = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$



Gerak Menggelinding



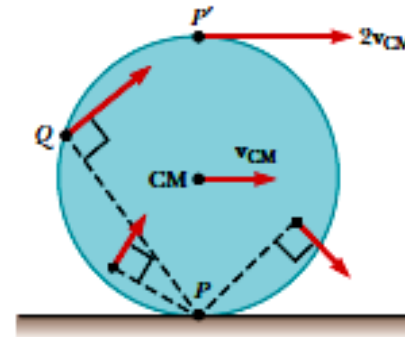
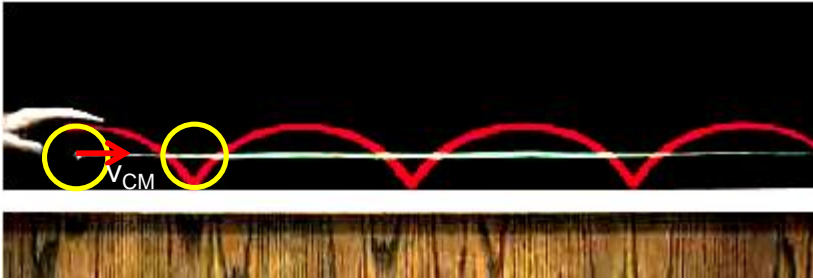
Pada gerak menggelinding. Ketika roda berputar sebesar θ , maka pusat roda bergerak sejauh $S = R\theta$, sehingga :

Gerak putar roda seolah-olah bersumbu pada titik singgung antara tepi roda dan bidang (jalan), sehingga energi kinetiknya :

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2$$



Gerak Menggelinging



Menurut teorema pergeseran sb // : $I_P = I_{CM} + MR^2$

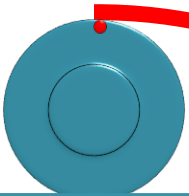
Karena : $v_{CM} = R\omega$, $\rightarrow K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2$

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

$$a_{CM} = \frac{dv_{CM}}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$



Gerak Menggelinding



LINTASAN GERAK MENGGELINDING



Gambaran gerak menggelinding dengan slip (tergeser)



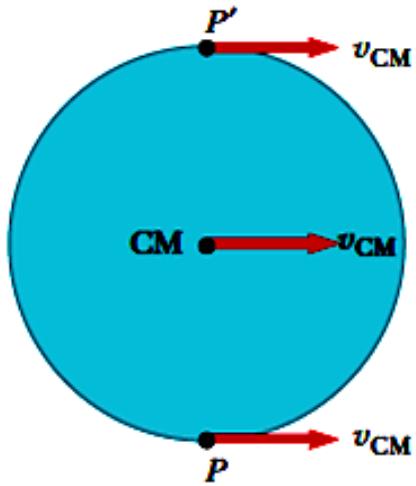
Rotasi murni



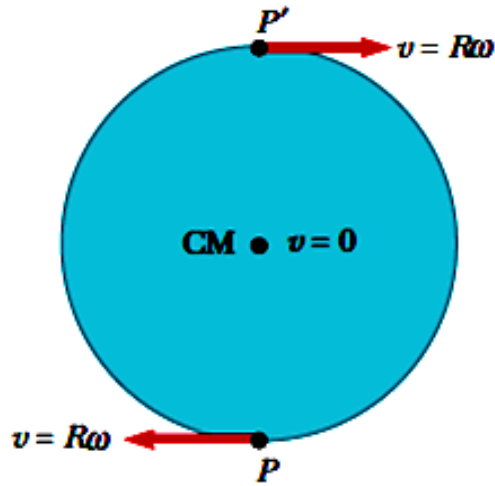
Translasi murni

Mengelinding (rotasi + translasi) dengan slip





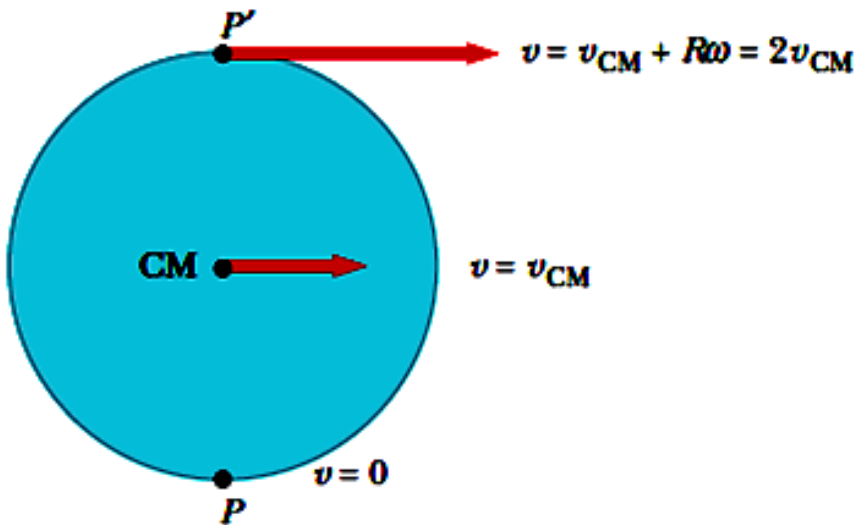
(a) Pure translation



(b) Pure rotation

Pada gerak translasi murni, titik P, P', dan pusat massa bergerak dengan kecepatan linier sama.

Pada gerak rotasi murni, kecep. linier pusat massa = 0, kecep.linier titik P dan P' = $R\omega$



(c) Combination of translation and rotation

Gambar disamping adalah gerak menggelinding, merupakan kombinasi gerak translasi dan rotasi dengan sumbu putar melalui titik P, kecepatan linier pada titik puncak P' = 2 x kecepatan linier pusat roda.



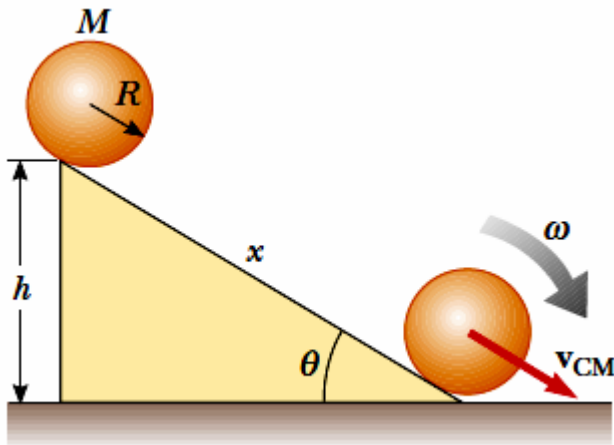
Dari pers. yang diperoleh sebelumnya :

$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

Energi kinetik total dari gerak menggelinding adalah perjumlahan dari energi kinetik rotasi terhadap pusat massa dan energi kinetik translasi dari pusat massa. Dengan demikian dapat diterapkan pada gerak menggelinding pada bidang miring :

Dari hubungan : $v_{CM} = R\omega \rightarrow K = \frac{1}{2} I_{CM} \left(\frac{v_{CM}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M \right) v_{CM}^2$$



Kecepatan pusat massa pada dasar bidang dapat dihitung dari:

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M \right) v_{CM}^2 + 0 = 0 + Mgh$$

$$v_{CM} = \left(\frac{2gh}{1 + (I_{CM}/MR^2)} \right)^{1/2}$$



Momentum Sudut dan Hk Kekekalan Momentum Sudut

Momentum sudut didefinisikan sebagai : $L = I \omega$

Hubungan antara torsi dan momentum sudut adalah $\vec{\tau} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$

Hukum kekekalan momentum : Bila jumlah (neto) torsi luar yang bekerja pada suatu sistem = 0, maka jumlah momentum sudutnya tetap.

Bila : $\Sigma \tau = 0$,

maka $L_{awal} = L_{akhir}$ atau $I_{awal} \omega_{awal} = I_{akhir} \omega_{akhir}$



Quick Quiz 10.5 Andy and Charlie are riding on a merry-go-round. Andy rides on a horse at the outer rim of the circular platform, twice as far from the center of the circular platform as Charlie, who rides on an inner horse. When the merry-go-round is rotating at a constant angular speed, Andy's angular speed is (a) twice Charlie's (b) the same as Charlie's (c) half of Charlie's (d) impossible to determine.

Quick Quiz 10.6 Consider again the merry-go-round situation in Quick Quiz 10.5. When the merry-go-round is rotating at a constant angular speed, Andy's tangential speed is (a) twice Charlie's (b) the same as Charlie's (c) half of Charlie's (d) impossible to determine.



Contoh Soal

Diketahui : Massa katrol : $M = 5 \text{ kg}$
 Berat benda : $w = 9.8 \text{ N}$
 Jari-jari katrol : $R = 0.2 \text{ m}$

Tentukan : Percepatan benda

Penyelesaian : $I = \frac{1}{2} MR^2 = 0.10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Hk. Newton II untuk Translasi

$$\sum F = mg - T = ma$$

Hk Newton II untuk rotasi

$$\tau = TR = I\alpha$$

$$\alpha = \frac{TR}{I}$$

Hubungan antara translasi-rotasi $a_t = \alpha R$

$$a_t = \frac{TR^2}{I}$$

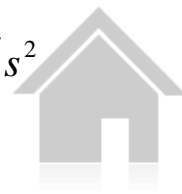
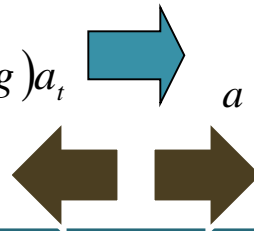
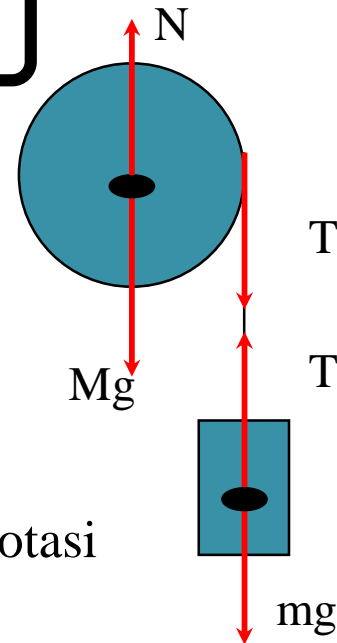
atau

$$T = \frac{I}{R^2} a_t = \frac{0.10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(0.2 \text{ m})^2} a_t = (2.5 \text{ kg}) a_t$$

$$\sum F = mg - T = ma$$

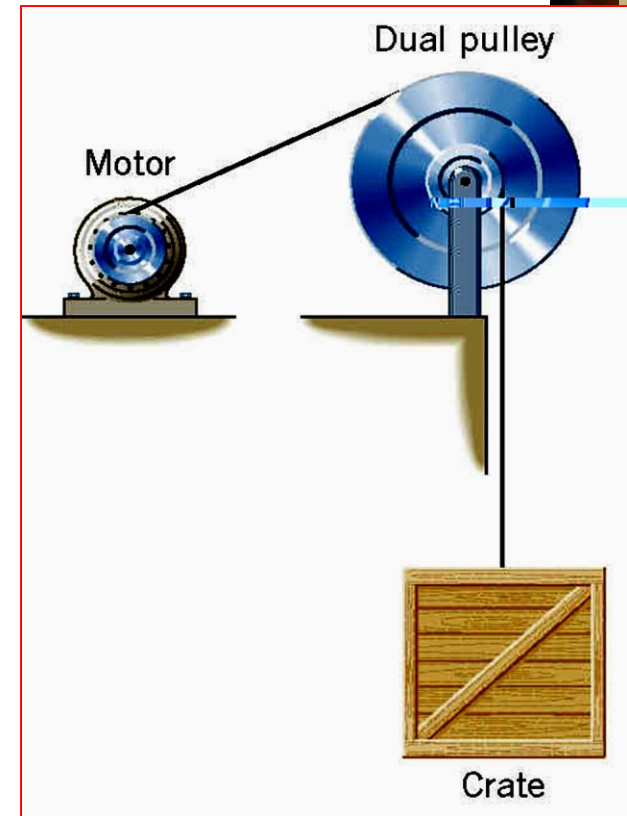
$$mg - (2.5 \text{ kg}) a_t = ma$$

$$a = \frac{mg}{(m + 2.5 \text{ kg})} = \frac{9.8 \text{ N}}{3.5 \text{ kg}} = 2.8 \text{ m/s}^2$$



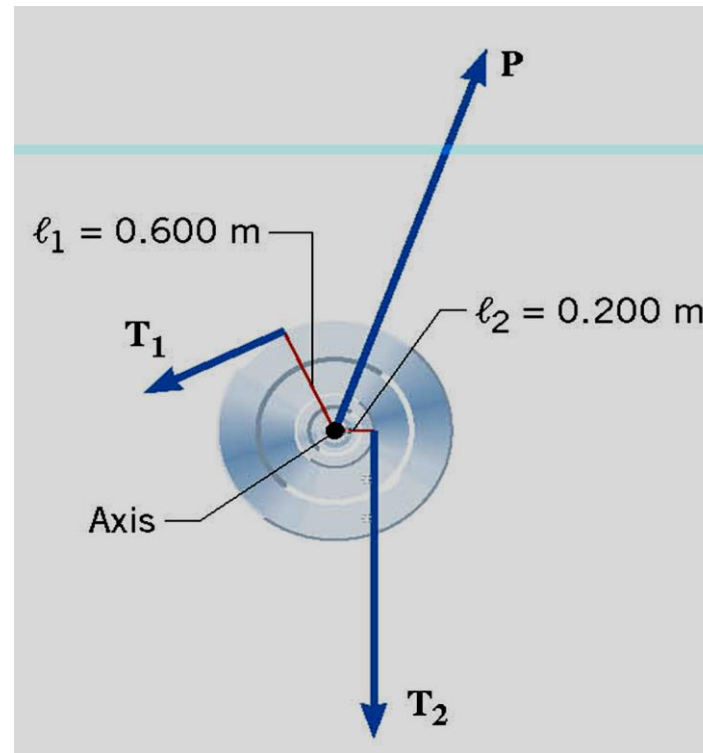
Contoh Soal

Sebuah peti kayu berat 4420 N diangkat dengan katrol ganda yang direkatkan secara erat, sehingga membentuk satu katrol yang berputar pada sumbu yang sama. Dua kabel dilingkarkan pada kedua katrol masing-masing berjari-jari 0.600 and 0.200 m. Momen inersia sistem katrol tersebut $I = 50.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Besar tegangan kabel $T_1 = 2150 \text{ N}$. Tentukan percepatan sudut dari katrol dan tegangan tali pengangkat peti kayu. $g = 9.8 \text{ m/det}^2$



Penyelesaian Contoh Soal

Penyelesaian



Hk Newton II untuk rotasi

$$\sum \tau = T_1 \lambda_1 - T_2 \lambda_2 = I \alpha$$

$$(2150 \text{ N})(0.600 \text{ m}) - T_2(0.200 \text{ m}) = (50.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \alpha$$



Penyelesaian Contoh Soal

$$m = (4420 \text{ N}) / (9.80 \text{ m/s}^2) = 451 \text{ kg:}$$

Hk Newton II untuk translasi

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$T_2 - (4420 \text{ N}) = (451 \text{ kg})a_y$$

$$a_y = r\alpha = (0.200 \text{ m}) \alpha \quad \text{hub. translasi-rotasi}$$

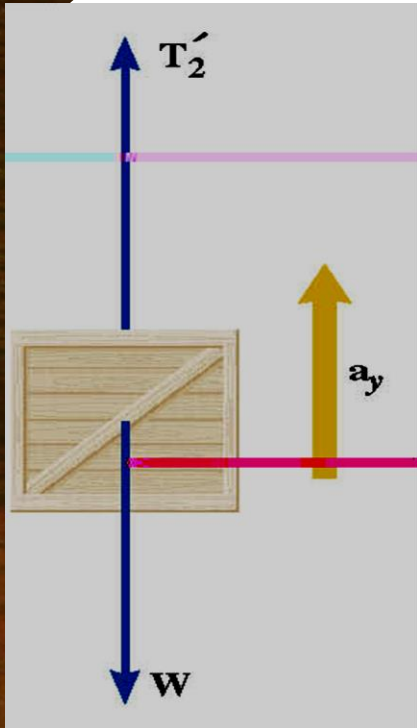
$$T_2 - (4420 \text{ N}) = (451 \text{ kg})(0.200 \text{ m})\alpha$$

Jadi :

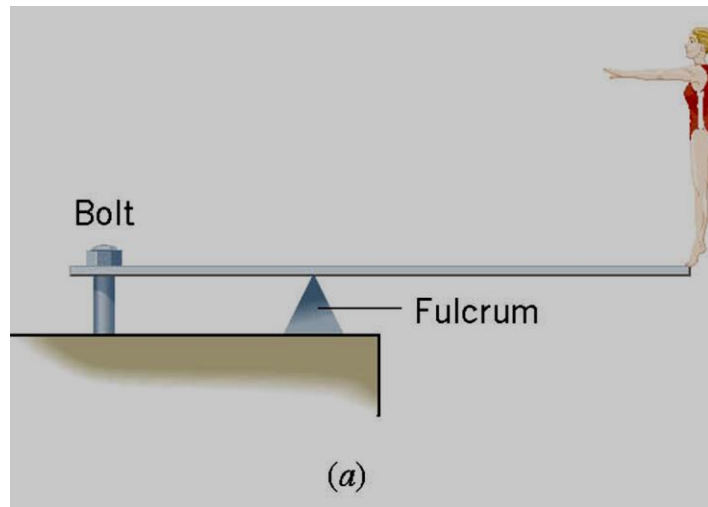
$$T_2 = 4960 \text{ N}$$

dan

$$\alpha = 6.0 \text{ rad/s}^2$$



Contoh Soal



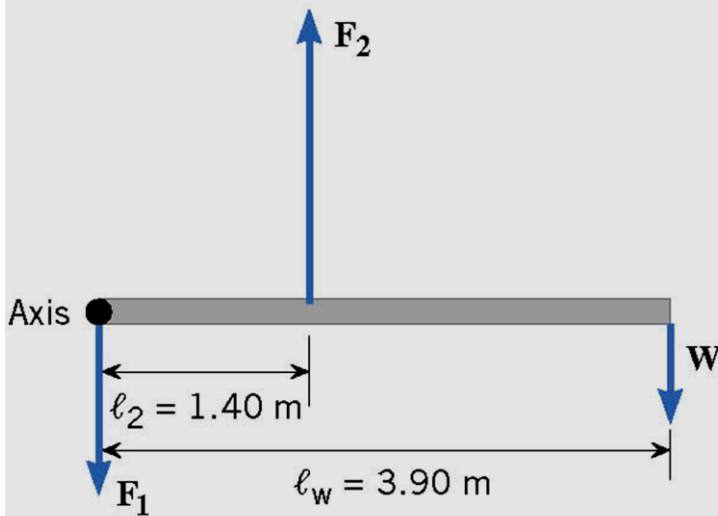
A woman whose **weight** is 530 N is poised at the right end of a diving board with a length of 3.90 m. The board has negligible weight and is bolted down at the left end, while being supported 1.40 m away by a fulcrum. Find the forces F_1 and F_2 that the bolt and the fulcrum, respectively, exert on the board



$$F_1 = 900 \text{ N}$$

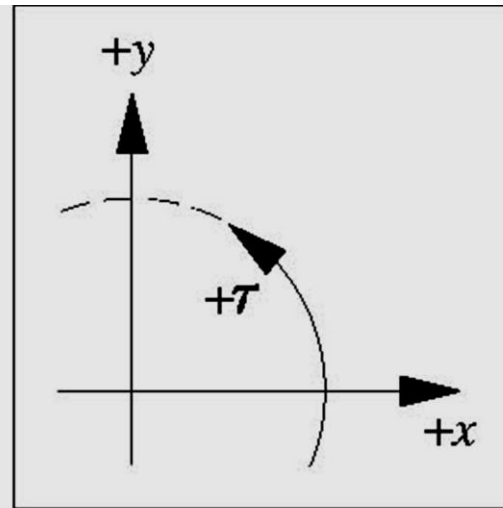


Penyelesaian Contoh Soal



(b) Free-body diagram of the diving board

$$\sum F_y = -F_1 + F_2 - W = 0$$



$$\sum \tau = +F_2 \lambda_2 - W \lambda_w = 0$$

$$F_2 = \frac{W \lambda_w}{\lambda_2} = \frac{(530 \text{ N})(3.90 \text{ m})}{1.40 \text{ m}} = 1480 \text{ N}$$

$$F_1 = 900 \text{ N}$$

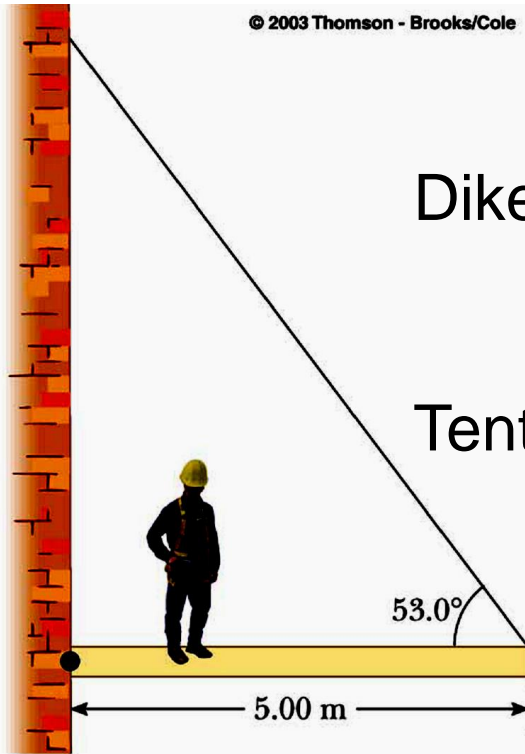
Ringkasan

- Momen gaya atau torsi = $\tau = \mathbf{R} \times \mathbf{F}$, arah $\perp \mathbf{R}$ dan \mathbf{F}
- Momen inersia : $I = \int r^2 dm$ untuk massa kontinyu
- Momen inersia : $I = \sum m_i r_i^2$ untuk massa diskrit
- Hukum Newton II untuk gerak rotasi $\tau = I \alpha$
- Pada gerak menggelinding $K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$
- Hubungan torsi dan momentum sudut adalah $\vec{\tau} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$



Latihan Soal

© 2003 Thomson - Brooks/Cole



Diketahui : $x = 1.5 \text{ m}$, $L = 5.0 \text{ m}$,

$$W_{\text{batang}} = 300 \text{ N},$$

$$W_{\text{orang}} = 600 \text{ N}$$

Tentukan tegangan tali : T

(a)

Fig 8.12, p.228

Slide 17



**SEKIAN
&
TERIMAKASIH**

