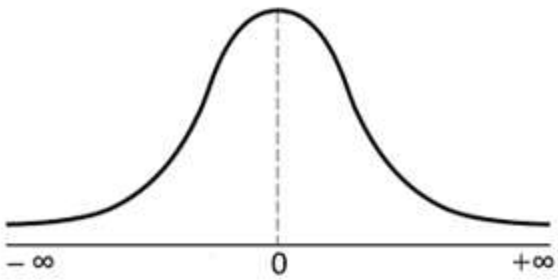
DISTRIBUSI NORMAL

9

9.1 Pendahuluan

Pada penjelasan sebelumnya, telah dibahas mengenai cara menentukan probabilitas kejadian dari suatu percobaan dengan menggunakan variabel acak diskrit dan dengan nilai yang terbatas. Jika suatu percobaan menggunakan variabel acak yang kontinu dan nilai yang tidak terbatas, maka diperlukan distribusi probabilitas kontinu dalam menentukan probabilitas suatu peristiwa yang akan dihasilkan percobaan tersebut. Ada beberapa distribusi probabilitas kontinu, salah satu yang sangat penting adalah distribusi normal. Suatu data akan terdistribusi secara normal apabila rata-rata nilai variabel sama dengan median begitu pula dengan modus nilai data tersebut atau dengan kata lain apabila rata rata, median dan modus suatu kumpulan data maka data tersebut dikatakan terdistribusi secara normal. Distribusi probabilitas normal membentuk suatu kurva normal (kurva yang simetris) yang berbentuk lonceng setangkup yang melebar tak berhingga pada kedua arah positif dan negatifnya.



Gambar 1 Kurva Normal

Gambar 1 merupakan kurva simetris yang disebut dengan distribusi normal dengan puncak distribusi ada di bagian tengah yang nilai rata-rataya sama atau mendekati median dan modus.

Distribusi normal sering disebut distirbusi Gauss, merupakan distribusi probabilitas yang paling banyak digunakan dalam analisis statistika hal ini dikarenakan distribusi normal dapat diterapkan pada banyak situasi, terutama untuk membuat kesimpulan dari sampel yang digunakan dan distribusi normal sangat sesuai dengan distribusi empiris, sehingga dapat dikatakan semua kejadian yang terjadi dalam alam semesta, industri, atau penelitian akan membentuk distribusi ini.

9.2. Distribusi Normal

Sejarah dari distribusi normal ini dimulai ketika De Mouvre pada tahun 1773 mengembangkan bentuk matematis dari kurva normal yang menjadi dasar dalam statistik induksi. Namun selanjutnya distribusi normal disebut distribusi normal Gauss (1777-1855) menurunkan persamaan matematisnya menjadi lebih detail dengan meneliti mengenai kesalahan pada pengukuran berulang dari ukuran kuantitas yang sama.

Variabel random X yang merepresentasikan distribusi normal di sebut variabel random normal, yang distribusinya bergantung pada dua parameter yaitu *mean* (μ) dan deviasi standar (σ), yang biasa dinotasikan sebagai $N(x;\mu,\sigma)$.

Definisi

Fungsi kepadatan dari variabel random X dengan rata rata μ dan variansi σ^2 adalah

$$f(x) = \sigma\, N(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Dengan $-\infty < x < \infty$, $\pi = 3{,}14159 \ldots$, $e = 2{,}72828$

Keterangan:

x = peubah acak normal yang nilainya $-\infty < x < \infty$,

$\mu =$ rata-rata

$\sigma =$ standar deviasi

$\pi =$ konstanta yang nilainya $3{,}14159$

$e =$ konstanta yang nilainya $2{,}72828$

f(x)= fungsi kepadatan peluang

Sifat-Sifat Distribusi Normal

Adapun beberapa sifat penting dari distribusi normal, diantaranya:

1) Kurva berbentuk lonceng dan simetris terhadap garis tegak $x = \mu$
2) Kurva selalu berada di atas sumbu-*x* atau *f(x)>0*
3) Rataan, median, dan modus dari distribusi berhimpitan
4) Fungsi kepadatan peluang mencapai nilai maksimum di $x = \mu$ sebesar $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$
5) Luas daerah di bawah kurva *f(x)* dan di atas sumbu-*x* adalah 1, yaitu $P(-\infty < x < \infty) = 1$
6) Kurva distribusi normal secara asimtots mendekati sumbu-*x* pada ujung ujungnya

Mean, Variansi, dan Fungsi Pembangkit Momen

Mean, variansi, dan fungsi pembangkit momen dari distribusi normal umum sebagai berikut.

Mean $E(X) = \mu$

Bukti

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Misalkan $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ maka $dx = \sigma dz$, sehingga:

$$E(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} (\mu + \sigma z) \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} \sigma dz$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \mu \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \sigma z \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

$$= \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} z \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

$$= \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} \cdot 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \cdot (e^{\infty} - e^{-\infty})dz$$

$$= \frac{2\mu}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2\pi} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \cdot 0$$

$$= \mu - 0$$

$$= \mu$$

Variansi $Var(X) = \sigma^2$

Bukti

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)]^2$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Misalkan $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ maka $dx = \sigma dz$, sehingga:

$$E[(x-\mu)]^2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2\sigma^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} \sigma dz$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

Menggunakan integral parsial,

Misal:

$u = z \rightarrow du = dz, dv = ze^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \rightarrow v = -e^{-\frac{1}{2}(z)^2}$, sehingga:

$$E[(x-\mu)]^2 = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(-ze^{-\frac{1}{2}(z)^2} \right)_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} -e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \right]$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \left[0 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} -e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \right]$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \left[0 + 2\, \frac{1}{2} \sqrt{2\pi} \right]$$

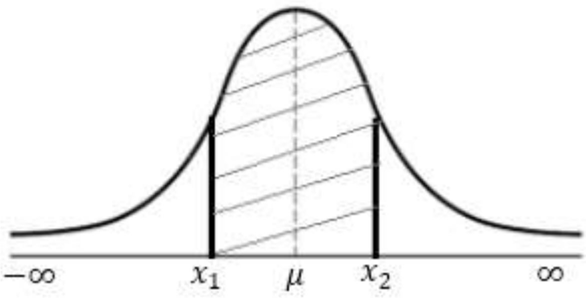
$$= \sigma^2$$

Standar deviasi

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Luas Daerah Kurva Normal

Probabilitas distribusi normal *f(x)* pada interval $x_1 < x < x_2$ ditentukan dengan mencari luas daerah di bawah kurva yang ditunjukkan pada Gambar 2



Gambar 2 Probabilitas Distribusi Normal Pada Interval $x_1 < x < x_2$

Pada Gambar 2 probabilitas $P(x_1 < x < x_2)$ ditunjukkan oleh luas daerah yang diarsir yang dibatasi oleh kurva *f(x)*, sumbu-x, garis tegak $x = a$ dan $x = b$. Karena *f(x)* merupakan fungsi kontinu, probabilitas $P(x_1 < x < x_2)$ dihitung dengan menggunakan integral dari fungsi *f(x)* yang dibataso oleh $x = x_1$ dan $x = x_2$, yaitu:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\,dx$$

Integral digunakan untuk menghitung daerah di bawah kurva distribusi normal standar. Akan tetapi, secara sistematis bentuk integral dari fungsi *f(x)* tersebut sulit dipecahkan secara langsung dengan teknik integral oleh karena itu variabel random normal *X* ditransformasikan ke suatu variabel normal standar *Z* dengan rata-rata $\mu = 0$ dan variansi $\sigma^2 = 1$, untuk menyelesaikan integral dari distribusi probabilitas normal. Tranformasi yang dimaksud yaitu:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Jika variabel random normal *X* menghasilkan nilai *x*, maka nilai yang sama dalam variabel random *Z* adalah $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$. Jika *x* terletak antara nilai $x = x_1$ dan $x = x_2$ maka diperoleh

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma}$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

Dari uraian sebelumnya dapat dituliskan:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\,dx$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} N(z; 0{,}1)\, dz$$

$$= P(z_1 < x < z_2)$$

Definisi

Distribusi probabilitas dari variabel random normal Z dengan rata-rata $\mu = 0$ dan variansi $\sigma^2 = 1$ disebut distribusi normal baku dengan notasi $N(0{,}1)$

Membaca Tabel Distribusi Normal untuk Menentukan Luas Di Bawah Kurva Normal

Berikut merupakan tabel distribusi normal standar (tabel z) untuk $P(X < x)$ atau dapat diilustrasikan dengan luas kurva normal standar dari $X = -\infty$ sampai dengan $X = x$.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	.09834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99996832									
4.5	0.99999660									
5.0	0.99999971									
5.5	0.99999998									
6.0	0.99999999									

Tabel *z* statistik pada umumnya dibuat dengan format berikut:

a) Kolom dan baris pertama dari tabel *z* menunjukkan *z score*
b) Kolom pertama dari tabel *z* statistik berisi bilangan bulat dan bilangan di tempat desimal pertama (bilangan bulat dan satu bilangan di belakang koma)
c) Baris pertama dari tabel *z* statistik berisi bilangan yang menunjukkan bilangan di tempat desimal kedua (bilangan kedua di belakang koma)
d) Nilai yang berada di dalam tabel merupakan peluang

Contoh:

1. Hitunglah *P*(*z* < *1.25*)

   Penyelesaian:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

   Pada tabel, carilah bilangan 1.2 pada kolom kiri. Selanjutnya, carilah angka 0.05 pada baris paling atas. Sel para pertemuan kolom dan baris tersebut adalah 0.8944.

2. Gunakanlah tabel distribusi normal standar untuk menghitung luas daerah:
   a) Di sebelah kanan *z = 1.44*
   b) Antara *z = -1.97* sampai dengan *z=0.86*

   Penyelesaian:

   a. *P*(*z* > *1.44*)

      Karena pada tabel distriusi normal kumulatif luas yang diberikan dari $z = -\infty$ sampai dengan z_0 tertentu atau $P(z < z_0)$, maka:

      P(*z* > *1.44*) = 1- P(*z* ≤*1.44*) = 1-0.9251 = 0.0749

   b. $P(-1.97 < z < 0.86)$

      $P(-1.97 < z < 0.86)$ = $P(z < 0.86)$ - $P(z < -1.97)$

      = 0.8051 – 0.0244

      = 0.7807

3. Carilah nilai $z = k$ pada distribusi normal standar, sehingga:
   a) *P*(*z* >*k*) = 0.8770
   b) $P(k < z < -0.18) = 0.4197$

   Penyelesaian:

   a. P(*z* >*k*) = 0.8770

      P(*z* >*k*) = 1 - P(*z* <*k*)

0.8770 = 1 - P(z <k)

P(z <k) = 1 - 0.8770

P(z <k) = 0.1230

Dari tabel terbaca luas ke kiri untuk 0.123 adalah untuk $z = -1.16$

b. $P(k < z < -0.18) = 0.4197$

$P(k < z < -0.18) =$ $P(z < -0.18)$ - $P(z < k)$

0.4197 = 0.4286 - $P(z < k)$

$P(z < k)$ = 0.4286 - 0.4197

$P(z < k) = 0.0089$

Dari tabel diperoleh $z = -2.37$

4. Variabel X terdistribusi normal dengan rata rata 825 dan standar deviasinya 40. Tentukanlah probabilitas untuk menemuan X bernilai antara 795 dan 845.

Penyelesaian:

Diketahui: $\mu = 825, \sigma = 40, x_1 = 795, x_2 = 845$

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{795 - 825}{40} = -0.75$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{845 - 825}{40} = 0.5$$

$P(-0.75 < z < 0.5) = P(z < 0.5)$ - $P(z < -0.75)$

= 0.6915 – 0.2266

= 0.4649

9.3. Penerapan Distribusi Normal

Banyak masalah yang diselesaikan dengan distribusi normal, seperti beberapa contoh berikut ini.

1) Rata-rata jarak tempuh bus pada suatu perusahaan travel yaitu 5000 km perbulan dan standar deviasinya 1200 km yang mengikuti sebaran normal. Berapakah probabilitas bus menempuh jarak antara 3400 km dan 6500 km dalam 1 bulan?

Penyelesaian:

Diketahui: $\mu = 5000, \sigma = 1200, x_1 = 3400, x_2 = 6500$

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{3400 - 5000}{1200} = -1.33$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{6500 - 5000}{1200} = 1.25$$

$P(-1.33 < z < 1.25) = P(z < 1.25)$ - $P(z < -1.33)$

= 0.8944 – 0.0918

= 0.8026

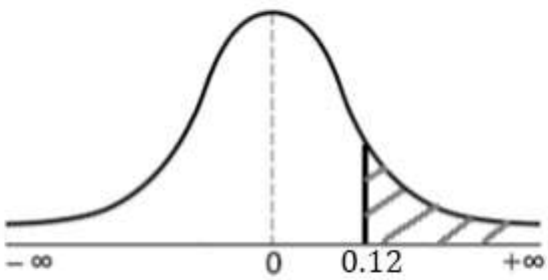
Jadi probabilitas bus menempuh jarak antara 3400 km dan 6500 km dalam 1 bulan yaitu 0,8026

2) Suatu nilai ujian mata kuliah statistika mengikuti sebaran normal, dengan nilai rata ratanya 73 dan simpangan bakunya 8. Bila 12% di antara peserta ujian mendapat nilai A, berapakah kemungkinan nilai A yang terkecil dan nilai B tertinggi?

Penyelesaian:

Diketahui: $\mu = 73, \sigma = 8$

Pada soal, diketahui luas daerah atau peluang yang diketahui yaitu 12% atau 0,12 kemudian dicari nilai-*z* lalu tentukan *x* dari rumus $x = \sigma z + \mu$



Gambar 3

Diperlukan nilai Z sehingga luas di sebelah kanannya 0,12 yang artinya luas daerah di sebelah kirinya 0,88.

Berdasarkan tabel, $P(z < 1.175) = 0.88$, jadi $z = 1.175$

Dengan demikian,

$$x = \sigma z + \mu$$

$$x = (8)(1.175) + 73$$

$$x = 82.4$$

Jadi kemungkinan nilai A terkecil bagi A adalah 83 dan nilai tertinggi bagi B adalah 82