

## Kuliah 16: Contoh Soal Ujian Akhir Semester

Tulislah jawaban Anda secara logis dan sistematis. Nilai maksimum akan diperoleh jika proses dan jawaban akhir benar. Ingat bedakan indeks dan perkalian, misalnya  $X_t \neq Xt$  dan akan ada penalti berupa pengurangan nilai jika tulisan Anda tidak jelas terbaca. Untuk jawaban yang memerlukan bantuan komputer Anda dapat menggunakan R atau software lain. Untuk software yang memerlukan kode harap cantumkan kodenya misalnya skrip R, skrip Matlab, makro Excel dan lain-lain.

1. Soal berikut berhubungan dengan model autoregresif.

- (a) Tunjukkan bahwa model AR(2) dengan bentuk  $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$  bisa dinyatakan dalam bentuk ortogonal sebagai

$$X_t = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2} X_{t-1} + \phi_2 \left( X_{t-2} - \frac{\phi_1}{1 - \phi_2} X_{t-1} \right) + \varepsilon_t.$$

[Nilai: 3]

- (b) Berikan syarat-syarat untuk  $\phi_1$  dan  $\phi_2$  agar model AR(2) ini stasioner. [Nilai: 3]  
(c) Sekarang diberikan model AR(2) sebagai berikut:  $X_t - X_{t-1} + 0,5X_{t-2} = \varepsilon_t$ . Tentukan nilai  $\phi_1$  dan  $\phi_2$ . Kemudian, hitunglah secara manual (dengan kalkulator) nilai  $\rho(h)$  untuk  $h = 1, \dots, 5$ . [Nilai: 8]  
(d) Buatlah sketsa plot fungsi autokorelasi untuk model (c) sampai beda kala 50. [Nilai: 6]

**[Total: 20]**

2. Misalkan  $\{X_t\}$  adalah deret yang dibangkitkan dari deret  $X_t = \varepsilon_t + c\varepsilon_{t-1} + c\varepsilon_{t-2} + c\varepsilon_{t-3} + \dots + c\varepsilon_0$  untuk  $t > 0$ .

- (a) Hitung nilai tengah dan kovarians fungsi  $\{X_t\}$ . Apakah  $\{X_t\}$  stasioner? [Nilai: 6]  
(b) Hitung nilai tengah dan kovarians fungsi  $\{\nabla X_t\}$ . Apakah  $\{\nabla X_t\}$  stasioner? [Nilai: 6]  
(c) Identifikasi  $\{X_t\}$  sebagai proses ARIMA. Dengan kata lain, tentukan berapa nilai  $p$ ,  $d$ , dan  $q$  pada model ARIMA( $p, d, q$ ). [Nilai: 4]  
(d) Lakukan simulasi model ARIMA dengan  $n = 200$  untuk  $c = 0,9$  dan  $c = 0,1$ . Kemudian plot hasil simulasi kedua model. [Nilai: 4]

**[Total: 20]**

3. Soal berikut berhubungan dengan identifikasi model ARIMA dan transformasi data.

(a) Untuk masing-masing model ARIMA berikut hitunglah nilai  $E(\nabla X_t)$  dan  $\text{var}(\nabla X_t)$

i.  $X_t = 3 + X_{t-1} + \varepsilon_t - 0,7\varepsilon_{t-1}$ .

ii.  $X_t = 10 + 1,25X_{t-1} - 0,25X_{t-2} + \varepsilon_t - 0,1\varepsilon_{t-1}$ .

[Nilai: 10]

(b) Lihat definisi transformasi Box-Cox. Gunakan kalkulus untuk menunjukkan bahwa untuk setiap  $x > 0$  dan sebagaimana  $\lambda \rightarrow 0$  maka  $(x^\lambda - 1)/\lambda \rightarrow \log x$ . [Nilai: 10]

**[Total: 20]**

4. Misalkan deret waktu didefinisikan oleh

$$X_t = M_t + e_t \quad \text{dengan} \quad M_t = M_{t-1} + \varepsilon_t$$

dengan  $\{e_t\}$  dan  $\{\varepsilon_t\}$  adalah deret derau putih (*white noise*) saling bebas. Lebih jelasnya,  $\{e_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma_e^2)$  dan  $\{\varepsilon_t\} \sim \text{WN}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

(a) Buktikan bahwa  $\nabla X_t = \nabla M_t + \nabla e_t = \varepsilon_t + e_t - e_{t-1}$ . [Nilai: 6]

(b) Buktikan bahwa  $\text{var}(\nabla X_t) = \sigma_\varepsilon^2 + 2\sigma_e^2$ . [Nilai: 4]

(c) Buktikan bahwa  $\text{cov}(\nabla X_t, \nabla X_{t-1}) = -\sigma_e^2$ . [Nilai: 4]

(d) Buktikan bahwa

$$\text{cor}(\nabla X_t, \nabla X_{t-1}) = -\frac{1}{2 + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_e^2}}$$

[Nilai: 6]

**[Total: 20]**

5. Lakukan analisis data terhadap data yang Anda miliki dan ramalkan untuk enam langkah ke depan. Ikuti format penulisan seperti pada berkas BJSales revisi. [Nilai: 20]

### **PENTING!**

Anda harus melakukan hal-hal berikut:

1. Untuk soal yang menggunakan kode program, kirimkan kode yang Anda gunakan ke alamat email saya.

2. Penilaian untuk soal nomor 5, yakni tentang analisis data diatur sebagai berikut:

(a) Kualitas laporan (maks): 10

Meliputi bagaimana memodelkan data, mengapa memilih model tersebut, apakah melakukan transformasi, *differencing*, dan lain-lain.

- (b) Presentasi (maks): 6  
Meliputi bagaimana Anda berinteraksi dengan audiens, yaitu rekan mahasiswa dan dosen; bagaimana Anda menanggapi pertanyaan dari audiens dan lain-lain.
  - (c) Format laporan (maks): 4  
Kesesuaian dengan format yang diberikan, penggunaan EYD, mudah dibaca, minim kesalahan pengetikan, dan lain-lain.
3. Pada halaman depan lembar jawaban salin dan tanda tangani pernyataan berikut ini (Catatan: jika Anda tidak menyalinnya, dianggap Anda tidak mengumpulkan tugas):

Jawaban UAS ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Jika terdapat jawaban yang sama persis titik-koma (plagiat) maka saya akan mendapat sanksi diberi nilai nol (0).

Nama :

NIM :

Tanda tangan :