## 10.2 Gelombang Permukaan

Sifat yang sangat khas dari aliran yang melibatkan sebuah permukaan bebas (seperti dalam aliran kanal-terbuka) adalah kesempatan bagi permukaan bebas untuk terdistorsi menjadi berbagai bentuk. Permukaan dari sebuah danau atau samudera jarang sekali "selicin cermin". Permukaan tersebut biasanya terdistorsi membentuk pola-pola yang selalu berubah berkaitan dengan gelombang-gelombang permukaan. Beberapa gelombang ini sangat tinggi, beberapa hanya sedikit membuat permukaan bergelombang, beberapa gelombang sangat panjang (jarak antara dua puncak gelombang), beberapa sangat pendek, beberapa adalah gelombang pecah yang membentuk buih puncak putih, yang lainnya agak mulus. Meskipun suatu kajian umum untuk gerak gelombang ini berada di luar dari cakupan buku teks ini, suatu pemahaman mengenai beberapa sifat dasar dari gelombang sederhana diperlukan untuk pertimbangan aliran kanal-terbuka. Pembaca yang tertarik disarankan untuk menggunakan beberapa acuan yang sangat baik untuk kajian mengenai gerakan gelombang. (Ref. 1, 2, 3)

### 10.2.1 Kecepatan Gelombang

Perhatikan situasi yang diilustrasikan pada Gambar 10.2*a* di mana sebuah gelombang elementer tunggal dengan ketinggian kecil, $\delta y$, yang dihasilkan pada permukaan sebuah kanal dengan menggerakkan ujung dinding, yang semula diam, secara tiba-tiba dengan kecepatan $\delta V$. Air di dalam kanal diam pada saat awal, $t = 0$. Seorang pengamat yang diam akan melihat sebuah gelombang tunggal bergerak searah kanal dengan *kecepatan gelombang*, $c$, tanpa adanya gerakan fluida yang mendahului gelombang, dan suatu kecepatan fluida $\delta V$ di belakang gelombang. Gerakan tersebut tak tunak untuk pengamat tersebut. Untuk pengamat yang bergerak sepanjang kanal dengan kecepatan $c$, aliran tampak tunak seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 10.2*b*. Bagi pengamat ini, kecepatan fluida menjadi $\mathbf{V} = -c\,\hat{\mathbf{i}}$ pada bagian kanan pengamat dan $\mathbf{V} = (-c + \delta V)\,\hat{\mathbf{i}}$ pada bagian kiri pengamat.

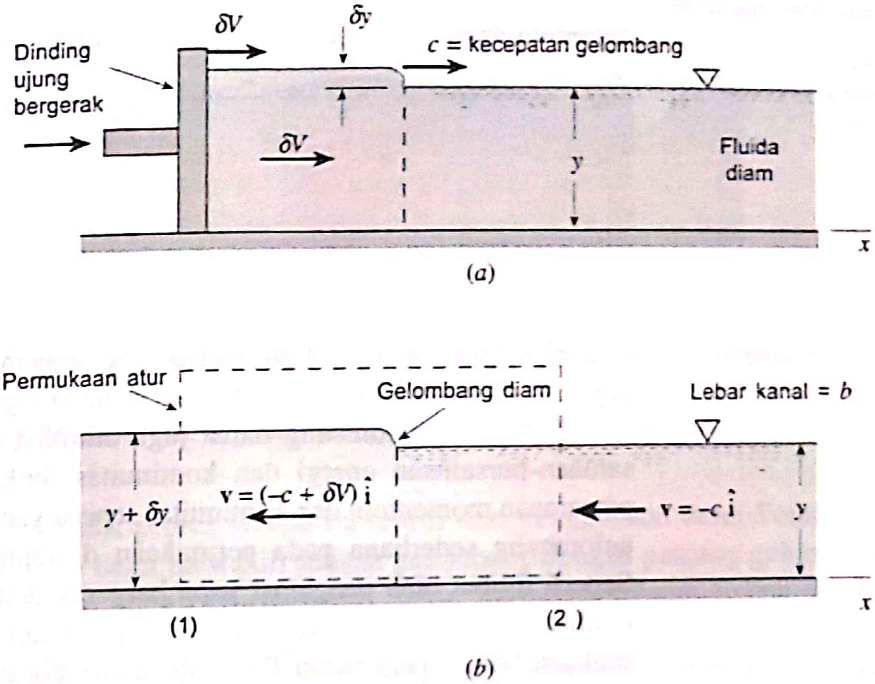
Hubungan antara berbagai parameter yang terlibat pada aliran ini dapat diperoleh dengan menerapkan persamaan-persamaan kontinuitas dan momentum terhadap volume atur yang ditunjukkan dalam Gambar 10.2*b* sebagai berikut. Dengan asumsi aliran seragam satu-dimensi, persamaan kontinuitas (**Persamaan 5.12**) menjadi

$$-cyb = (-c + \delta V)(y + \delta y)b$$

di mana $b$ adalah lebar kanal. Persamaan ini dapat disederhanakan menjadi

$$c = \frac{(y + \delta y)\,\delta V}{\delta y}$$

atau pada limit dari gelombang dengan amplitudo kecil dengan $\delta y \ll y$




**■ GAMBAR 10.2 Pembentukan gelombang elementer tunggal di dalam sebuah kanal sebagaimana dilihat oleh seorang pengamat diam. (*b*) Gelombang seperti yang dilihat oleh pengamat bergerak dengan kecepatan yang sama dengan kecepatan gelombang.**

$$c = y\frac{\delta V}{\delta y} \tag{10.1}$$

Demikian pula halnya dengan persamaan momentum (**Persamaan 5.22**) adalah

$$\tfrac{1}{2}\gamma y^2 b - \tfrac{1}{2}\gamma(y + \delta y)^2 b = \rho b c y[(c - \delta V) - c]$$

di mana kita telah menuliskan laju aliran massa $\dot{m} = \rho bcy$ dan telah meng-as+umsikan bahwa variasi tekanan adalah hidrostatik di dalam fluida. Artinya, gaya tekan pada penampang kanal (1) dan (2) masing-masing adalah $F_1 = \gamma y_{c1} A_1 = \gamma(y + \delta y)^2 b/2$ dan $F_2 = \gamma y_{c2} A_2 = \gamma y^2 b/2$. Jika kita sekali lagi menerapkan asumsi gelombang dengan amplitudo kecil [artinya, $(\delta y)^2 \ll y\delta y$], persamaan momentum menjadi

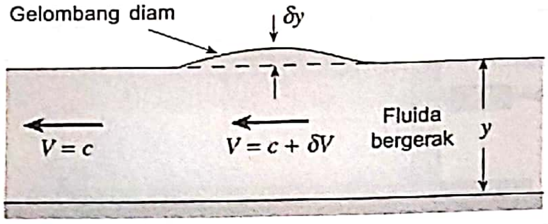
*Kecepatan gelombang dapat diperoleh dari persamaan kontinuitas dan persamaan momentum.*

$$\frac{\delta V}{\delta y} = \frac{g}{c} \tag{10.2}$$

Kombinasi Persamaan 10.1 dan 10.2 memberikan kecepatan gelombang sebagai

$$c = \sqrt{gy} \tag{10.3}$$

Kecepatan dari gelombang tunggal dengan amplitudo kecil seperti ditunjukkan dalam Gambar 10.2 sebanding dengan akar kuadrat dari kedalaman fluida, $y$, dan tidak tergantung pada amplitudo gelombang, $\delta y$. Kerapatan fluida bukanlah sebuah parameter yang penting, meskipun percepatan gravitasi penting. Hal ini disebabkan kenyataan bahwa gerakan gelombang seperti itu adalah kesetimbangan antara efek inersia (sebanding dengan $\rho$) dan berat




■ **GAMBAR 10.3** **Gelombang sederhana dan diam dalam sebuah fluida yang mengalir.**

atau efek tekanan hidrostatik (sebanding dengan $\gamma = \rho g$). Rasio dari gaya-gaya ini menghilangkan faktor yang sama $\rho$ tapi tetap mempertahankan $g$.

Kecepatan gelombang dapat juga dihitung dengan menggunakan persamaan-persamaan energi dan kontinuitas, bukannya dengan persamaan-persamaan momentum dan kontinuitas seperti yang dilakukan di atas. Sebuah gelombang sederhana pada permukaan ditunjukkan dalam Gambar 10.3. Seperti dilihat oleh pengamat yang bergerak dengan kecepatan gelombang, $c$, aliran tersebut tunak. Karena tekanan konstan di titik manapun pada permukaan bebas, persamaan Bernoulli untuk aliran tanpa gesekan ini adalah

$$\frac{V^2}{2g} + y = \text{konstan}$$

atau dengan mendiferensialkan

$$\frac{V\,\delta V}{g} + \delta y = 0$$

Juga, dengan mendiferensialkan persamaan kontinuitas, $Vy$ = konstan, kita mendapatkan

$$y\,\delta V + V\,\delta V = 0$$

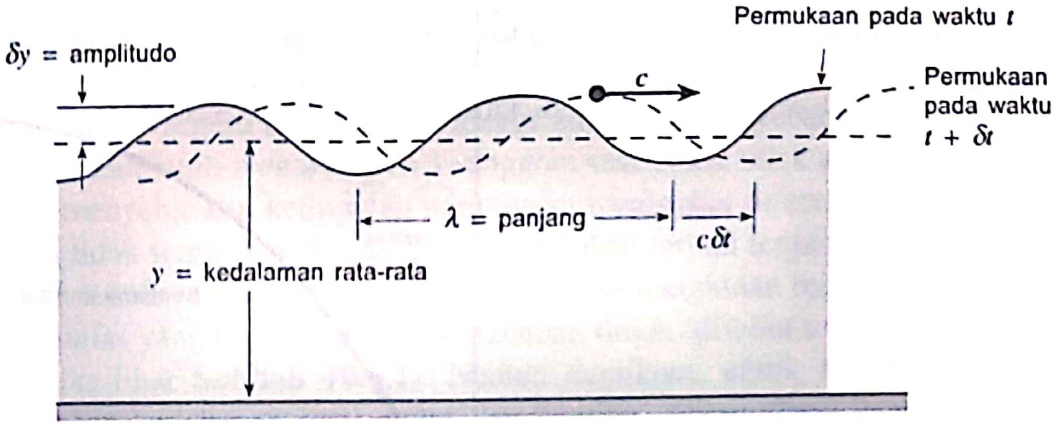
*Kecepatan gelombang dapat diperoleh dari persamaan kontinuitas dan persamaan energi.*

Kita menggabungkan kedua persamaan ini untuk menghilangkan $\delta V$ dan $\delta y$ dan menggunakan fakta bahwa $V = c$ untuk situasi ini (pengamat yang bergerak dengan kecepatan $c$) untuk mendapatkan kecepatan gelombang yang diberikan oleh Persamaan 10.3. Hasil di atas terbatas pada gelombang-gelombang dengan amplitudo kecil karena kita telah mengasumsikan aliran satu-dimensi. Artinya, $\delta y/y \ll 1$. Analisis tingkat lanjut dan eksperimen-eksperimen menunjukkan bahwa kecepatan gelombang untuk gelombang tunggal dengan ukuran terhingga melebihi yang diberikan oleh Persamaan 10.3. Untuk perkiraan pertama, diperoleh (Ref.4)

$$c \approx \sqrt{gy}\left(1 + \frac{\delta y}{y}\right)^{1/2}$$

Semakin besar amplitudonya, semakin cepat gelombang berjalan.

Suatu deskripsi yang lebih umum dari gerakan gelombang dapat diperoleh dengan meninjau gelombang kontinu (bukan tunggal) yang berbentuk sinusoidal seperti ditunjukkan dalam Gambar 10.4. (Lihat **foto** pada awal bab ini). Dengan menggabungkan gelombang-gelombang dengan berbagai panjang gelombang, $\lambda$, dan amplitudo, $\delta y$, maka dimungkinkan untuk menggambarkan pola permukaan yang sangat kompleks yang dijumpai secara alamiah, seperti gelombang pada danau yang disebabkan angin. Secara




■ **GAMBAR 10.4 Gelombang permukaan sinusoidal**

matematika, proses serupa itu terdiri dari penggunaan deret Fourier (setiap suku dari deret mewakili sebuah gelombang dengan panjang gelombang dan amplitudo yang berbeda-beda) untuk mewakili sebuah fungsi sembarang (bentuk permukaan bebas).

Suatu analisis yang lebih lanjut dari gelombang permukaan sinusoidal dengan amplitudo kecil seperti itu menunjukkan bahwa kecepatan gelombang bervariasi terhadap keduanya, panjang gelombang dan kedalaman fluida sebagai (Ref.1)

$$c = \left[\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right)\right]^{1/2} \tag{10.4}$$

Di mana $\tanh(2\pi y/\lambda)$ adalah tangen hiperbola dari argumen $2\pi y/\pi$. Hasilnya diplot dalam Gambar 10.5. Untuk kondisi di mana kedalaman air lebih besar dari panjang gelombang ($y \gg \lambda$, seperti di lautan), kecepatan gelombang tidak tergantung pada $y$ dan diberikan oleh

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

Hasil ini sesuai dengan Persamaan 10.4, karena $\tanh(2\pi y/\lambda) \rightarrow 1$ jika $y/\lambda \rightarrow \infty$. Sebaliknya, jika lapisan fluida dangkal ($y \ll \lambda$, sebagaimana yang sering terjadi pada kanal-terbuka), kecepatan gelombang diberikan oleh $c = (gy)^{1/2}$, sebagaimana yang diturunkan dari gelombang tunggal pada Gambar 10.2. Hasil ini juga sesuai Persamaan 10.4 karena $\tanh(2\pi y/\lambda) \rightarrow 2\pi y/\lambda$ jika $y/\lambda \rightarrow 0$. Dua kasus batas ini ditunjukkan di dalam Gambar 10.5. Untuk lapisan dengan kedalaman sedang/moderat ($y \sim \lambda$), hasilnya diberikan oleh Persamaan 10.4 yang lengkap. Perhatikan bahwa untuk kedalaman fluida yang diberikan, gelombang yang panjang bergerak paling cepat. Jadi, untuk tujuan ini, kita akan membahas kecepatan gelombang sebagai situasi batas ini, $c = (gy)^{1/2}$.