

Triangular Fuzzy Number Multi-attribute Decision-making
Menggunakan Metode Set-pair Analysis

Irvanizam Zamanhuri, S.Si, M.Sc

Zulfan, S.Si, M.Sc

Dalila Husna Yunardi, M.Sc

LATAR BELAKANG

Multi-attribute decision-making adalah suatu metode dalam pengambilan keputusan dengan mempertimbangkan berbagai kriteria. *Multi-attribute decision-making* dapat diterapkan dalam berbagai pengambilan keputusan seperti mengevaluasi suatu proyek, menentukan sebuah kebijakan, menetapkan peraturan, menentukan tingkat prioritas suatu objek dan lain sebagainya. Dalam kehidupan, manusia akan mengalami kesulitan dalam memilih. Pengambilan keputusan dalam memilih tersebut mengalami kesulitan diakibatkan oleh sifat manusia, dimana manusia cenderung menilai secara subjektif.

LATAR BELAKANG

Setiap orang memiliki pandangannya sendiri dalam menilai suatu objek. Penilaian baik dari seseorang belum tentu sama dengan penilaian yang baik juga dari orang lain. Sehingga penggunaan angka-angka untuk merepresentasikan nilai adalah solusi terbaik dalam memberikan penilaian yang lebih akurat. Para peneliti menyarankan menggunakan metode *set-pair analysis* dalam *decision-making* yang menggunakan *fuzzy number*. Mereka menyarankan metode tersebut karena set-pair analysis mengacu pada metode matematis sistematis yang digunakan untuk menyelidiki dan mengatasi ketidakpastian dalam sistem yang rumit.

Bahan dan Metode

Set Pair Analysis

Set pair analysis diperkenalkan oleh Zhao Keqin, seorang ilmuan Cina, pada tahun 1989. *Set pair analysis* mengacu pada metode matematis sistematis yang digunakan untuk menyelidiki dan menyelesaikan ketidakpastian dalam sistem yang rumit. Teori matematis ini dapat digunakan untuk mengatasi interaksi antara kepastian dan ketidakpastian dalam sebuah sistem.

Triangular fuzzy number dan dual connection number

Definisi 1:

Jika diasumsikan sebuah *triangular fuzzy number* $\hat{a} = [a^L, a^M, a^U]$ dimana $0 < a^L \leq a^M \leq a^U$, maka dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\mu_{\hat{a}}(x) \begin{cases} 0, & x < a^L \\ \frac{x - a^L}{a^M - a^L}, & a^L \leq x \leq a^M \\ \frac{a^M - x}{a^M - a^U}, & a^M \leq x \leq a^U \\ 0, & x > a^U \end{cases}$$

Dimana a^L dan a^U adalah representasi dari nilai batas bawah dan batas atas, demikian juga dengan a^M yang merepresentasikan nilai tengah.

Triangular fuzzy number dan dual connection number

Definisi 2:

Jika diasumsikan terdapat dua *triangular fuzzy number* $\hat{a} = [a^L, a^M, a^U]$ dan $\hat{b} = [b^L, b^M, b^U]$, maka beberapa persamaan yang berlaku adalah sebagai berikut.

- $\hat{a} + \hat{b} = [a^L + b^L, a^M + b^M, a^U + b^U]$
- $\hat{a} \times \hat{b} = [a^L b^L, a^M b^M, a^U b^U]$
- $\lambda \hat{a} = [\lambda a^L, \lambda a^M, \lambda a^U], \lambda \geq 0$
- $\frac{1}{\hat{a}} = \left[\frac{1}{a^U}, \frac{1}{a^M}, \frac{1}{a^L} \right], a^L, a^M, a^U \neq 0$

Triangular fuzzy number dan dual connection number

Definisi 3:

Jika diasumsikan R^+ adalah himpunan bilangan real positif dan $a, b, c \in R^+$, $i \in [-1, 1]$ serta $j = -1$.

- *identical discrepancy contrary three-unit connection number*

$$u = a + bi + cj$$

- *identical-different dual connection number*, dimana $c = 0$

$$u = a + bi$$

Triangular fuzzy number dan dual connection number

Definisi 4:

Jika diasumsikan terdapat dua *dual connection number* $u_1 = a_1 + b_1i$ dan $u_2 = a_2 + b_2i$, maka beberapa persamaan yang berlaku adalah sebagai berikut.

- $u_1 + u_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$
- $u_1 \times u_2 = a_1a_2 + (a_1b_2 + b_1b_2 + a_2b_1)i$

Triangular fuzzy number dan dual connection number

Definisi 5:

Jika diasumsikan R^+ adalah himpunan bilangan real positif. Jika $a^L < a^M < a^U \in R^+$ dan sebuah *triangular fuzzy number* $\hat{a} = [a^L, a^M, a^U]$, maka *triangular fuzzy number* dapat dikonversi menjadi *identical-different dual connection number*.

$$u = a^M + \frac{\sqrt{(a^M - a^L)^2 + (a^M - a^U)^2}}{2} i$$

dimana $i \in [-1, 1]$.

Triangular fuzzy number dan dual connection number

Definisi 6:

Jika diasumsikan terdapat dua *dual connection number* $u_1 = a_1 + b_1i$ dan $u_2 = a_2 + b_2i$, maka jarak *connection number* antara keduanya adalah sebagai berikut.

$$L(u_1, u_2) = |a_1 - a_2| + |b_1 - b_2|$$

Deskripsi penelitian

Jika diasumsikan terdapat himpunan skema yaitu $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$. Setiap skema memiliki n atribut indeks. Himpunan atribut adalah $C = \{C_1, C_2, C_3, \dots, C_n\}$. Sedangkan $\hat{a} = [a^L, a^M, a^U]$ adalah nilai *triangular fuzzy number* untuk atribut t dimana C_t ($t = 1, 2, \dots, n$) dari skema k A_k ($k = 1, 2, \dots, m$). Dan $\hat{w}_t = [w_t^L, w_t^M, w_t^U]$, dimana \hat{w}_t adalah bobot untuk atribut t C_x dan $0 \leq w_t^L \leq w_t^U \leq 1$,

$$\sum_{t=1}^n w_t^L \leq 1$$

Dan

$$\sum_{t=1}^n w_t^U \geq 1$$

Langkah *multi-attribute decision-making*

Langkah 1:

Normalisasi matriks *decision-making*. Proses ini dilakukan untuk menghilangkan pengaruh perbedaan dimensi pada hasil keputusan diantara atribut. Secara umum terdapat 2 jenis atribut, yaitu atribut tipe *benefit* dan tipe *cost*. Atribut tipe *benefit* adalah suatu nilai yang lebih besar mengidentifikasikan hasil yang lebih baik, sedangkan atribut tipe *cost* sebaliknya, nilai yang lebih kecil mengidentifikasikan hasil yang lebih baik.

Langkah *multi-attribute decision-making*

Langkah 1:

Berikut proses normalisasi atribut tipe *benefit*.

$$y_{kt}^L = \frac{a_{kt}^L}{\sum_{k=1}^m a_{kt}^U}, y_{kt}^M = \frac{a_{kt}^M}{\sum_{k=1}^m a_{kt}^M}, y_{kt}^U = \frac{a_{kt}^U}{\sum_{k=1}^m a_{kt}^L}$$

Berikut proses normalisasi atribut tipe *cost*.

$$y_{kt}^L = \frac{\frac{1}{a_{kt}^U}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{a_{kt}^L}}, y_{kt}^M = \frac{\frac{1}{a_{kt}^M}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{a_{kt}^M}}, y_{kt}^U = \frac{\frac{1}{a_{kt}^L}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{a_{kt}^U}}$$

Langkah *multi-attribute decision-making*

Langkah 2:

Konversi *triangular fuzzy number* menjadi *identical-different dual connection numbers* berdasarkan **definisi 5**.

$$u_{kt} = a_{kt} + b_{kt}i$$

dimana:

$$b_{kt} = \frac{\sqrt{(y_{kt}^L - y_{kt}^M)^2 + (y_{kt}^U - y_{kt}^M)^2}}{2}; i \in [-1,1]; a_{kt} = y_{kt}^M$$

Langkah *multi-attribute decision-making*

Langkah 3:

Menentukan *absolute positive ideal connection number* dan *absolute negative ideal connection number* dari nilai atribut.

- *absolute positive ideal connection number*

$$u_t^+ = a_t^+ + b_t^+i$$

dimana:

$$a_t^+ = \max_{1 \leq k \leq m} a_{kt} ; b_t^+ = \min_{1 \leq k \leq m} b_{kt}$$

- *absolute negative ideal connection number*

$$u_t^- = a_t^- + b_t^-i$$

dimana:

$$a_t^- = \min_{1 \leq k \leq m} a_{kt} ; b_t^- = \max_{1 \leq k \leq m} b_{kt}$$

Langkah *multi-attribute decision-making*

Langkah 4:

Berdasarkan **definisi 6**, tentukan jarak antara *attribute weight connection number* dan *absolute positive ideal weight connection number*. Kemudian ditentukan juga jarak antara *attribute weight connection number* dan *absolute negative ideal weight connection number*.

Kemudian dihitung jarak keseluruhan, dimana:

- Jarak keseluruhan *absolute positive ideal connection number*

$$L_k^+ = \sum_{t=1}^n L_{kt}^+$$

- Jarak keseluruhan *absolute negative ideal connection number*

$$L_k^- = \sum_{t=1}^n L_{kt}^-$$

Langkah *multi-attribute decision-making*

Langkah 5:

Menghitung jarak *connection number* relatif D_k dan perangkingan untuk setiap skema berdasarkan nilai D_k . Nilai yang lebih besar mengidentifikasi skema yang lebih baik.

$$D_k = \frac{L_k^-}{L_k^+ + L_k^-}$$

Hasil dan Pembahasan

Contoh Analisa

Sebuah organisasi memiliki 6 indeks penilaian (atribut) dalam menilai dan melakukan seleksi.

1. Ideologi dan moralitas (C_1)
2. Sikap bekerja (C_2)
3. Gaya bekerja (C_3)
4. Tingkat Pendidikan dan struktur pengetahuan (C_4)
5. Kepemimpinan (C_5)
6. Pengembangan kemampuan (C_6)

Diasumsikan telah dipilih 5 kandidat A_i ($i = 1, 2, \dots, 5$). Setiap atribut di ekspresikan dalam *triangular fuzzy number* seperti pada Tabel 1. Begitu juga dengan bobot setiap atribut yang di buat dalam *triangular fuzzy number* seperti pada Tabel 2.

Contoh Analisa

Tabel 1: inialisasi nilai observasi kedalam matriks

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	[0.80, 0.85, 0.90]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.91, 0.94, 0.95]	[0.93, 0.96, 0.99]	[0.90, 0.91, 0.92]	[0.95, 0.97, 0.99]
A_2	[0.90, 0.95, 1.00]	[0.89, 0.90, 0.93]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.94, 0.97, 0.98]	[0.90, 0.93, 0.95]
A_3	[0.88, 0.91, 0.95]	[0.84, 0.86, 0.90]	[0.91, 0.94, 0.97]	[0.91, 0.94, 0.96]	[0.86, 0.89, 0.92]	[0.91, 0.92, 0.94]
A_4	[0.85, 0.87, 0.90]	[0.91, 0.93, 0.95]	[0.85, 0.88, 0.90]	[0.86, 0.89, 0.93]	[0.87, 0.90, 0.94]	[0.92, 0.93, 0.96]
A_5	[0.86, 0.89, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.95]	[0.90, 0.95, 0.97]	[0.91, 0.93, 0.95]	[0.90, 0.92, 0.96]	[0.85, 0.87, 0.90]

Tabel 2: bobot atribut

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
W	[0.19, 0.21, 0.23]	[0.15, 0.17, 0.19]	[0.10, 0.13, 0.15]	[0.15, 0.17, 0.19]	[0.10, 0.13, 0.15]	[0.23, 0.24, 0.25]

Contoh Analisa

Langkah 1:

Normalisasi triangular fuzzy number. Karena semua atribut bertipe *benefit* maka dilakukan normalisasi dengan persamaan tipe *benefit*. Hasil normalisasi dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3: Hasil normalisasi triangular fuzzy number matriks decision-making

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	[0.170, 0.190, 0.210]	[0.192, 0.203, 0.214]	[0.192, 0.203, 0.213]	[0.195, 0.207, 0.220]	[0.191, 0.198, 0.206]	[0.200, 0.210, 0.219]
A_2	[0.191, 0.213, 0.233]	[0.190, 0.199, 0.209]	[0.190, 0.199, 0.213]	[0.188, 0.198, 0.211]	[0.199, 0.211, 0.219]	[0.190, 0.201, 0.210]
A_3	[0.187, 0.204, 0.221]	[0.179, 0.190, 0.203]	[0.192, 0.203, 0.217]	[0.190, 0.203, 0.213]	[0.182, 0.194, 0.206]	[0.192, 0.199, 0.208]
A_4	[0.181, 0.195, 0.210]	[0.194, 0.205, 0.214]	[0.179, 0.190, 0.201]	[0.180, 0.192, 0.206]	[0.184, 0.196, 0.210]	[0.194, 0.201, 0.212]
A_5	[0.183, 0.199, 0.221]	[0.192, 0.203, 0.214]	[0.190, 0.205, 0.217]	[0.190, 0.200, 0.211]	[0.191, 0.200, 0.215]	[0.179, 0.188, 0.199]

Contoh Analisa

Langkah 2:

Konversi nilai triangular fuzzy number yang telah ternormalisasi menjadi identical-different dual connection. Hasil konversi dapat dilihat pada table 4.

Tabel 4: Identical-different dual connection number

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	0.190+0.014i	0.203+0.008i	0.203+0.007i	0.207+0.009i	0.198+0.005i	0.210+0.006i
A_2	0.213+0.015i	0.199+0.007i	0.199+0.008i	0.198+0.008i	0.211+0.007i	0.201+0.007i
A_3	0.204+0.012i	0.190+0.008i	0.203+0.009i	0.203+0.008i	0.194+0.008i	0.199+0.006i
A_4	0.195+0.010i	0.205+0.007i	0.190+0.008i	0.192+0.009i	0.196+0.009i	0.201+0.006i
A_5	0.199+0.014i	0.203+0.008i	0.205+0.010i	0.200+0.007i	0.200+0.009i	0.188+0.007i
W	0.210+0.014i	0.170+0.014i	0.130+0.018i	0.170+0.014i	0.130+0.018i	0.240+0.007i

Contoh Analisa

Langkah 3:

Menentukan absolute positive ideal connection number u_t^+ dan absolute negative ideal connection number u_t^- untuk setiap atribut identical-different dual connection numbers di table 4.

- absolute positive ideal connection number u_t^+ dapat berupa seperti berikut.

0.2125+0.0102i, 0.2053+0.0069i, 0.2052+0.0073i 0.1902+0.0147i, 0.1898+0.0083i, 0.1901+0.0097i

- absolute negative ideal connection number u_t^- dapat berupa seperti berikut.

0.2069+0.0072i, 0.2113+0.0054i, 0.2100+0.0055i 0.1918+0.0093i, 0.1939+0.0092i, 0.1883+0.0071i

Contoh Analisa

Langkah 4:

Menghitung jarak antara attribute values weighed connection number dan absolute positive ideal weight connection number, hasil perhitungan seperti pada tabel 5. Dan menghitung jarak antara attribute values weighed connection number dan absolute negative ideal weight connection number, hasil perhitungan seperti pada tabel 6.

Tabel 5: Jarak antara attribute value weighed connection number dan absolute positive ideal weight connection number

	L_{k1}^+	L_{k2}^+	L_{k3}^+	L_{k4}^+	L_{k5}^+	L_{k6}^+	L_k^+
A_1	0.0048	0.0004	0.0003	0.0000	0.0017	0.0000	0.0072
A_2	0.0001	0.0011	0.0009	0.0015	0.0000	0.0021	0.0057
A_3	0.0019	0.0026	0.0003	0.0007	0.0023	0.0026	0.0104
A_4	0.0038	0.0000	0.0020	0.0026	0.0021	0.0021	0.0126
A_5	0.0029	0.0004	0.0000	0.0011	0.0015	0.0052	0.0111

Contoh Analisa

Tabel 6: Jarak antara attribute value weighed connection number dan absolute negative ideal weight connection number

	L_{k1}^-	L_{k2}^-	L_{k3}^-	L_{k4}^-	L_{k5}^-	L_{k6}^-	L_k^-
A_1	0.0000	0.0023	0.0017	0.0026	0.0006	0.0052	0.0124
A_2	0.0047	0.0015	0.0011	0.0011	0.0023	0.0031	0.0138
A_3	0.0029	0.0000	0.0017	0.0019	0.0000	0.0026	0.0091
A_4	0.0010	0.0026	0.0000	0.0000	0.0003	0.0031	0.0070
A_5	0.0019	0.0023	0.0020	0.0015	0.0009	0.0000	0.0086

Contoh Analisa

Langkah 5:

Menghitung jarak connection number relatif D_k dari setiap skema berdasarkan data pada tabel 5 dan tabel 6.

Maka diperoleh hasil sebagai berikut

$$D_1 = 0.6327$$

$$D_2 = 0.7077$$

$$D_3 = 0.4667$$

$$D_4 = 0.3571$$

$$D_5 = 0.4365$$

Dari hasil tersebut maka hasil perangkingan yang diperoleh adalah $A_2 > A_1 > A_3 > A_5 > A_4$ dan skema yang paling optimal adalah A_2 .

Kesimpulan

Kesimpulan

Untuk menyelesaikan permasalahan dengan pendekatan triangular fuzzy number pada decision-making yang menggunakan metode set pair analysis, nilai atribut dan nilai bobot harus dibuat dalam format triangular fuzzy number. Metode ini sangat sesuai dengan pemikiran dan sesuai dengan keadaan yang sebenarnya serta dapat digunakan secara luas untuk menganalisa dan mengambil keputusan dalam pengembangan personal, organisasi, maupun koordinasi social.