

28 Agustus 2025

Relasi, Fungsi, dan Transformasi Geometri

Jawaban Latihan Soal:

1. Diketahui:

Untuk setiap titik $P \in V$:

a. $T(P) = P$ jika $P \in g$

b. $T(P) = Q$ jika g sumbu dari $\overline{PQ}$

Ditanyakan: Apakah relasi T merupakan suatu transformasi?

Jawab:

→ Transformasi adalah fungsi yang memetakan setiap titik di suatu bidang ke titik lain di bidang yang sama.

Definisi relasi T :a) Jika P terletak pada garis g , maka $T(P) = P$. Ini berarti titik P dipetakan ke dirinya sendirib) Jika g adalah sumbu dari ruas garis PQ , maka $T(P) = Q$. Berarti titik P dipetakan ke titik Q , yg merupakan refleksi P terhadap garis g .

∴ Karena relasi T memetakan setiap titik di bidang V ke titik lain di bidang V , maka relasi T memenuhi definisi transformasi.

2. Untuk setiap $P \in V$:

a) $T(P) = A$ jika $P = A$

b) $T(P) = P'$ sehingga P titik tengah $\overline{AP'}$ jika $P \neq A$.

Jawab :

1. Pemetaan ke dalam kodomain

a. Jika $P = A$, maka $T(P) = A$. Karena A adalah titik di bidang Euklides V , maka pemetaan ini memenuhi syarat.

b. Jika $P \neq A$, maka $T(P) = P'$. Berarti P' adalah refleksi dari A terhadap titik P .

2. Pemetaan satu ke satu

Untuk setiap titik P di bidang V , relasi T mendefinisikan tepat satu titik hasil pemetaan.

a. Jika $P = A$, maka $T(P) = A \rightarrow$ hanya ada 1 kemungkinan hasil.

b. Hanya ada 1 titik P' yang memenuhi.

$\therefore$ Karena kedua syarat terpenuhi, maka relasi T adalah transformasi.

3. Untuk setiap $P \in V$:

a. $T(P) = P$ jika $P \in g$

b. $T(P) = Q$ sehingga P titik tengah ruas garis tegak lurus dari Q ke garis g , jika $P \notin g$.

Jawab :

a. Pada point a, berarti titik tersebut dipetakan di / ke dirinya sendiri.

b. Pada point b, berarti titik P dipetakan ke titik Q , yang merupakan refleksi P terhadap garis g .

$\therefore$ Karena garis pada relasi T memetakan setiap titik di bidang Euclidean V ke titik lain di bidang yg sama, dan setiap titik memiliki peta yg unik, maka relasi T memenuhi definisi transformasi.

4. Untuk setiap $P \in V$:

a. $T(P) = A$ jika $P = A$

b. $T(P) = Q$ jadi / sehingga A titik tengah $\overline{PQ}$, jika $P \neq A$.

Jawab :

a. Pada point $A(a)$, A adalah titik tengah dari segmen garis PQ . Maka, $T(P)$ didefinisikan untuk setiap P di V .

b. Pada point b, Jika $P = A$ maka $T(P) = A$,

yg merupakan titik tunggal. Jika $P \neq A$, maka A adalah titik tengah dari segmen garis PQ .

Oleh karena itu, $T(P)$ didefinisikan secara unik untuk setiap P di V .

$\therefore$ Maka T adalah transformasi.

5. Untuk setiap $P \in V$ sudah diketahui, maka :

• Langkah 1 :

a. Jika $P = A$, maka $T(P) = A$

b. Jika $P \in L$, maka $T(P) = P$

c. Jika $P \neq A$ dan $P \in L$, maka $T(P) = Q$

sedemikian rupa sehingga $AP \cdot AQ = r^2$.

• Langkah 2 :

a. Jika $P = A$, maka $T(P) = A$

b. Jika $P \in L$, maka $T(P) = P$

c. Jika $P \notin A$ dan $P \notin L$, maka $T(P) = Q$,

dimana Q adalah titik unik yg memenuhi

$AP \cdot AQ = r^2$.

$\therefore$ Karena relasi T didefinisikan untuk setiap titik P di bidang V , dan untuk setiap titik P , $T(P)$ menghasilkan satu titik, maka T adalah transformasi.

6. Relasi T didefinisikan :

Jika $P(x, y) \in V$, maka :

a) $T(P) = (x+1, y)$ untuk $x \geq 0$

b) $T(P) = (x-1, y)$ untuk $x < 0$

Dalam hal ini, T memetakan setiap titik $P(x, y)$ di V ke titik lain di V .

$\therefore$ Karena setiap titik $P(x, y)$ di V dipetakan ke titik lain di V berdasarkan aturan yg diberikan, maka T adalah transformasi / bukan transformasi.

7. Diketahui :

Untuk setiap $P(x, y) \in V$, $T(P) = (x+a, y+b)$

Dalam hal ini, T memetakan titik ke $P(x, y)$ ke titik $(x+a, y+b)$, maka T memenuhi definisi transformasi.