Hypothesis Testing

Erna Septyaningrum
Departemen Teknik Fisika ITS
2020

Capaian Pembeajaran

Mahasiswa mampu melakukan uji hipotesa

Overview

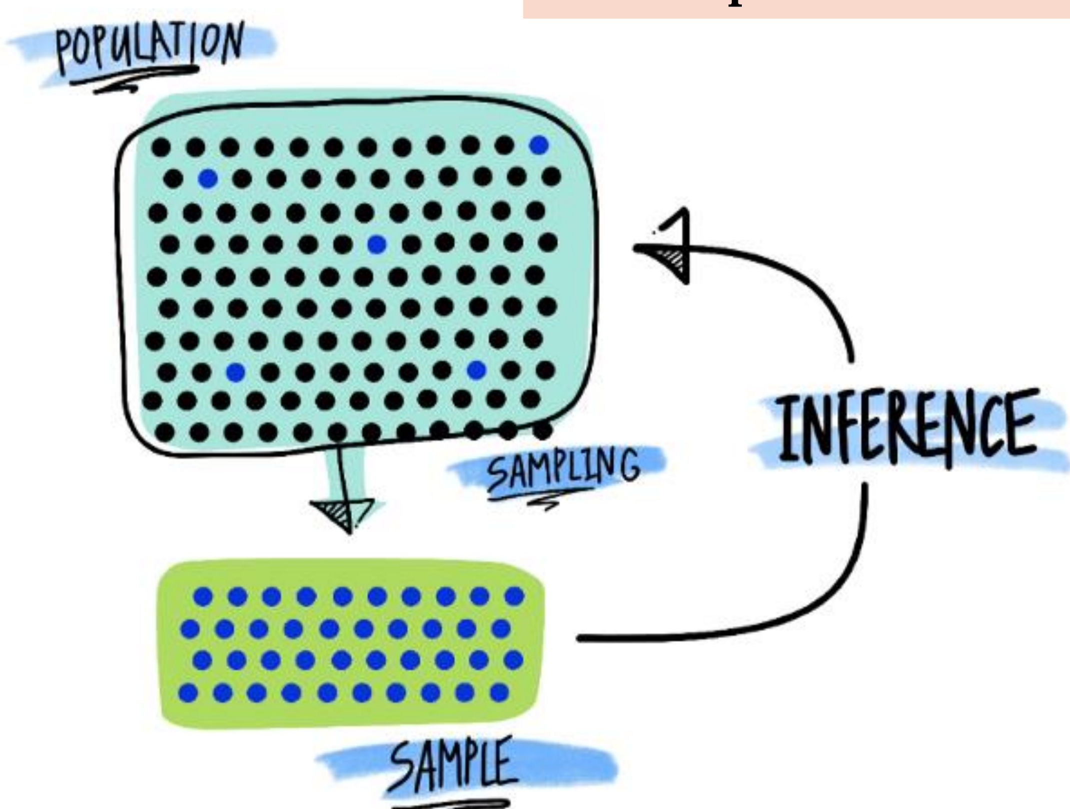
- Hipotesa
- Uji satu sisi dan dua sisi
- Uji untuk Single Mean dan 2 Mean
- Uji Variasi
- Uji Kesesuaian
- Uji Kebebasan

Hari ini

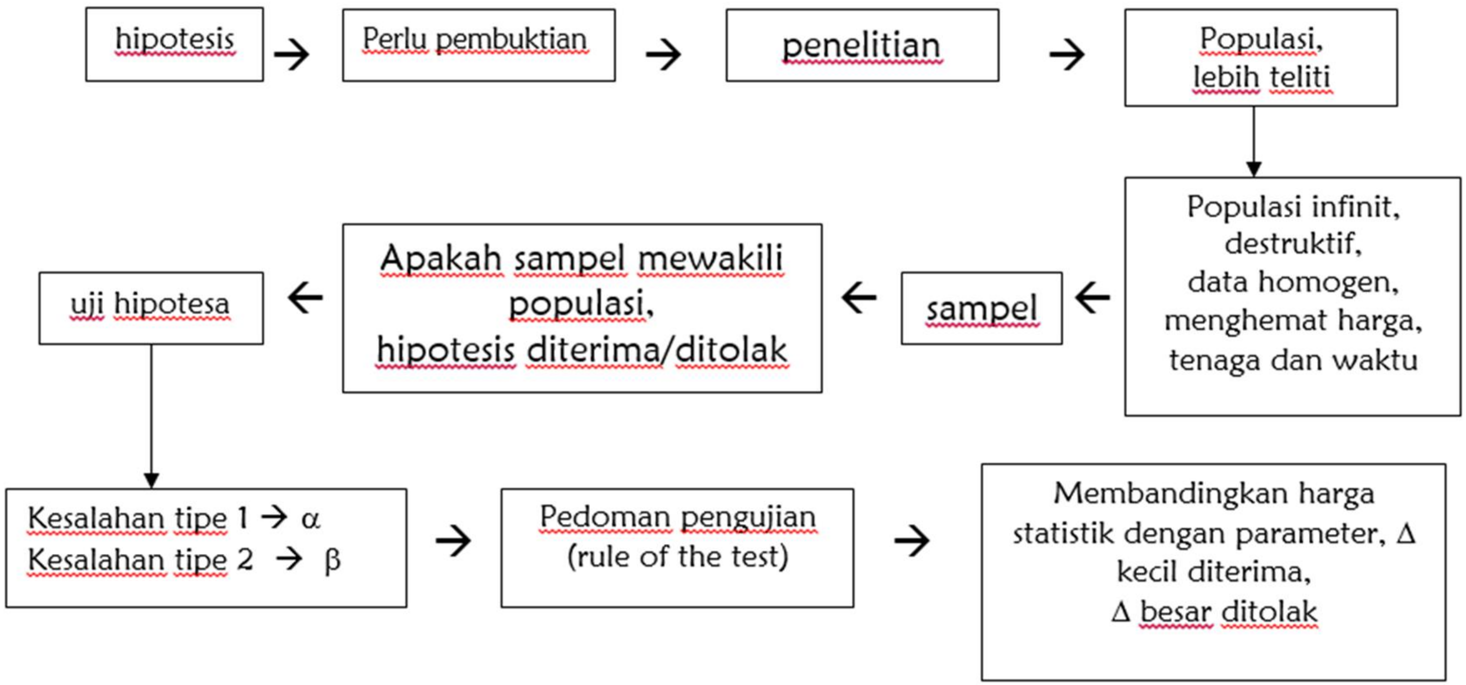
1. Konsep Dasar : Hipotesis Statistic

Saya menduga:
a. ????
b. ????

Jadi Hipotesis adalah…..

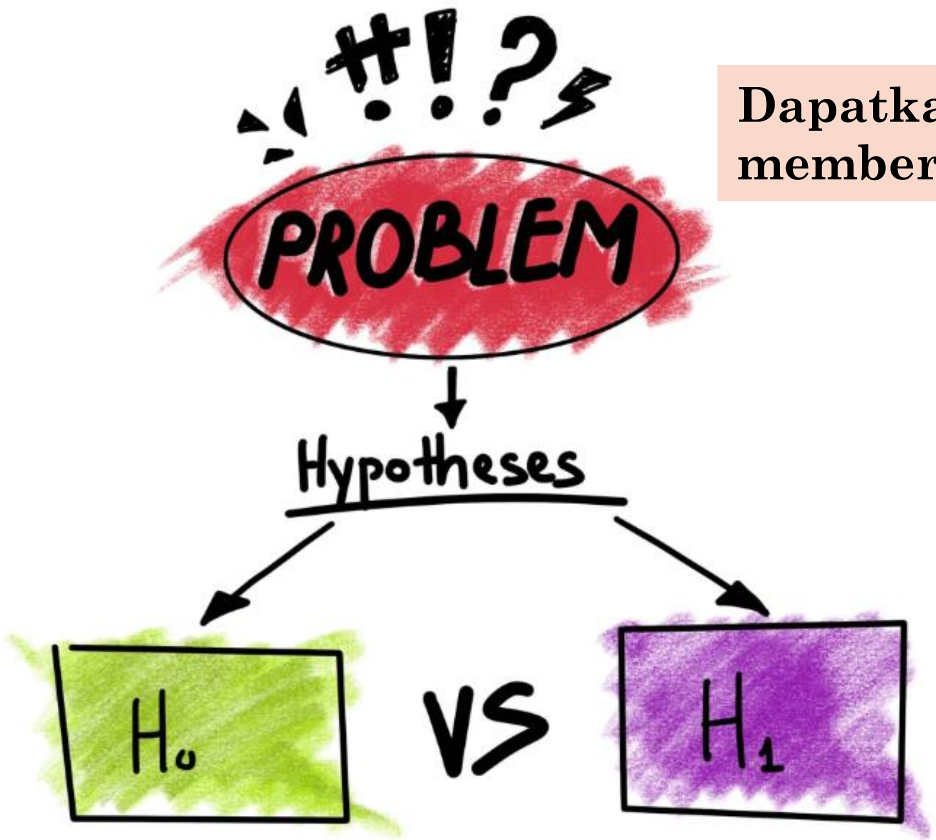


Hipotesis adalah pernyataan mengenai suatu hal yang harus diuji kebenarannya.



- Dalam melakukan pengambilan keputusan sebaiknya ada **dugaan-dugaan** ttg karakteristik populasi yang diteliti
- Dugaan ini disebut sebagai hipotesis statistik

Hipotesis statistik



Dapatkan anda memberikan contoh?

Null Hepotesis (H_o) = Hipotesis yang digunakan untuk kemudian dibuktikan kesalahannya melalui uji statistik

Hipotesis Alternatif (H_1) = Hipotesis yang berbeda dari yang digunakan

Penolakan terhadap Hipotesis H_o, berarti menerima hipotesis H_1

- **Null Hepotesis (H_o)** biasanya berstatus netral dan akan dibuktikan kesalahannya melalui uji statistic.
- Nilai Ho akan dipertahankan sampai ada **cukup pembuktian melalui ekperimental atau uji statistic** yang membuktikan bahwa H_1 dapat diterima dan Ho ditolak.

Contoh:

Industri pompa membuat 100 pompa per harinya. Seorang enginernya ingin mengetahui perapa perbandingan jumlah pompa yang rusak dengan jumlah pompa yang diuji. Dia menduga ada 10 pompa yang rusak dari 100 pompa yang diproduksi. Hipotesis yang dia buat:

H_o => p=0.1

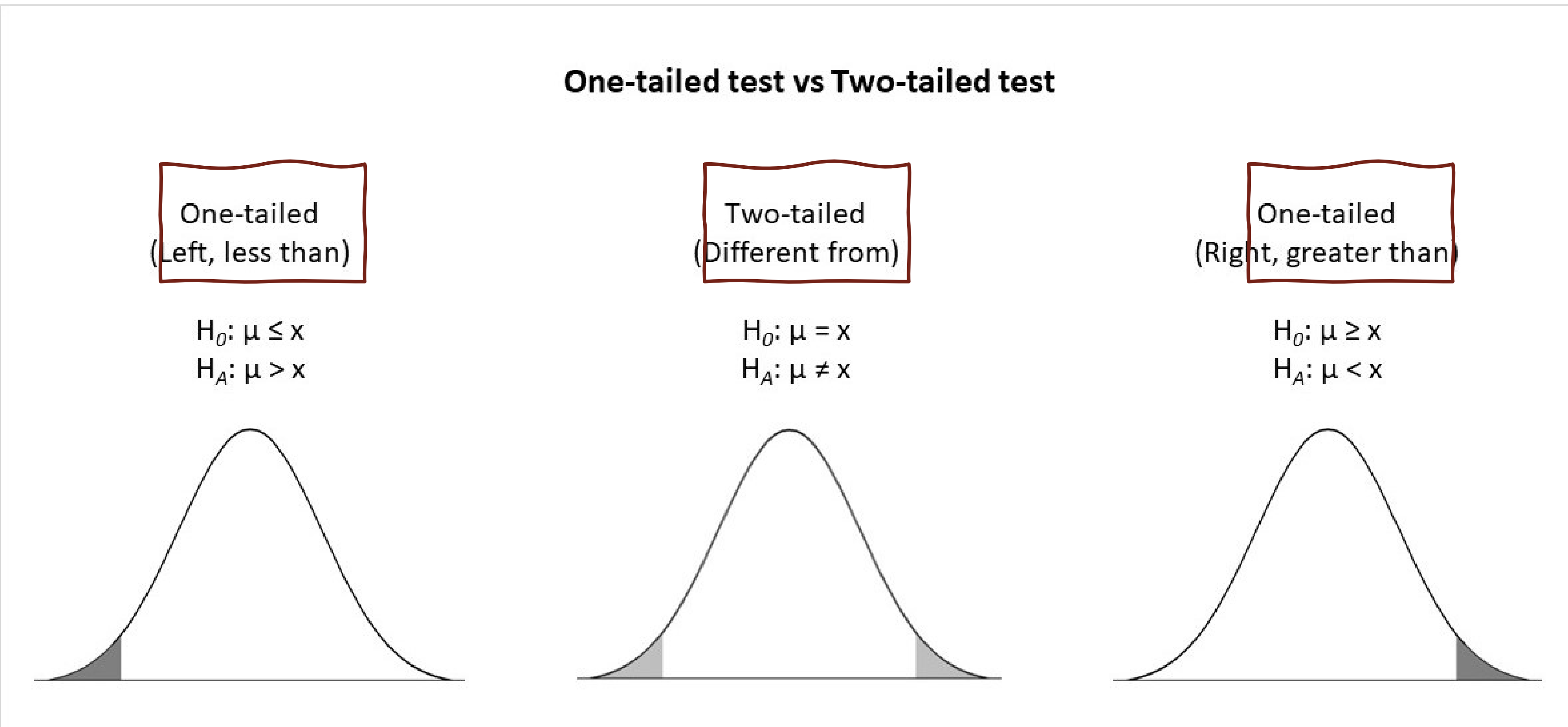
H_1 => P>0.01

Pengujian Hipotesis Statistik

H_0 vs H_1

KESIMPULAN	KEADAAN SEBENARNYA	
	H_0 benar	**H_0 salah**
Menerima H_0	Benar	Kesalahan tipe 1
Menolak H_0	Kesalahan tipe 2	Benar

2. Pengujian satu sisi dan dua sisi

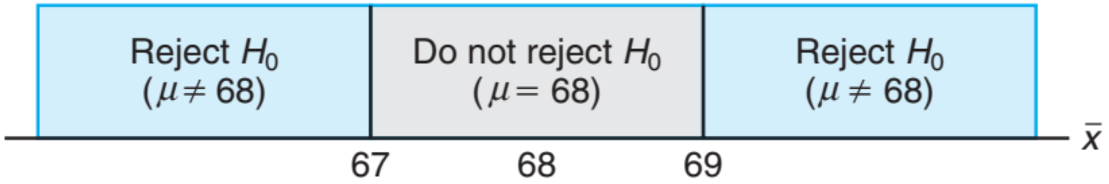


Carsten Grube. Statistical Data Analysis. dataZ4s.com

Contoh

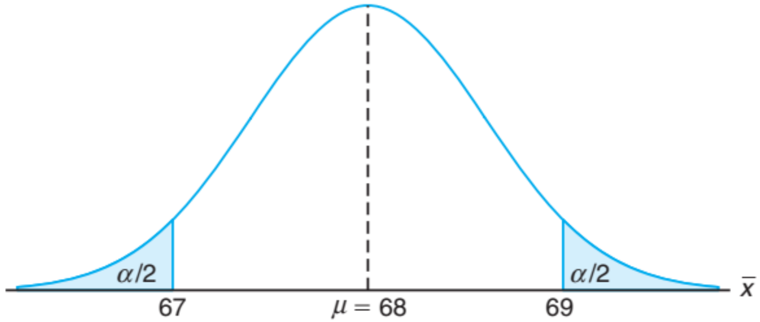
- Misalkan berat rata-rata siswa laki-laki di suatu sekolah adalah 68 kg, dengan standard deviasi σ = 3.6. Jumlah sampel yang digunakan adalah 36. Hipotesis yang digunakan

$$H_0:\ \mu = 68,$$
$$H_1:\ \mu \neq 68.$$



Probabilitas untuk terjadinya eror tipe 1

$$\alpha = P(\bar{X} < 67 \text{ when } \mu = 68) + P(\bar{X} > 69 \text{ when } \mu = 68).$$



- Hitung z dengan menggunakan persamaan:

untuk sampel kecil (n<30)

$$t_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

untuk sampel besar (n>30)

$$Z_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$z_1 = \frac{67 - 68}{0.45} = -2.22 \qquad z_2 = \frac{69 - 68}{0.45} = 2.22.$$

$$\alpha = P(Z < -1.67) + P(Z > 1.67) = 2P(Z < -1.67) = 0.0950.$$

Sebesar 9.5% dari 36 sampel akan menolak μ = 68 kilograms walaupun pada kenyataanya ini benar

Contoh Soal:

Buatlah hipotesa untuk soal berikut dan tentukan apakah diperlukan *one-tiled test* atau *two tiled test*

a. Sebuah pabrik susu menyebutkan bahwa jumlah kadar lemak dalam setiap gelas penyajian susunya tidak lebih dari 1.6 gram

b. Seorang pengamat transportasi darat mengklaim bahwa setiap keluarga memiliki lebih dari 3 sepeda motor.

Langkah Pengujian Hipotesis

1. Tentukan Ho dan H_1
2. Tentukan nilai tingkat kepercayaan α
3. Tentukan daerah kritis berdasarkan α
4. Hitung nilai t_{hitung} atau z_{hitung}
5. Bandingkan t_{hitung} dan t_{tabel} atau z_{hitung} dan z_{tabel}
6. Ho ditolak jika nilai z_{hitung} atau t_{hitung} berada di daerah kritis

3. Pengujian satu mean dan dua mean

Pengujian Satu Mean

Pengujian satu mean/single mean merupakan pengujian hipotesa yang dilakukan pada satu populasi yang memiliki 1 nilai mean.

untuk sampel besar (n>30)

(distribusi student)

$$H_0:\ \mu = \mu_0,$$
$$H_1:\ \mu \neq \mu_0,$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

untuk sampel besar (n>30)

$$H_0\colon \mu = \mu_0,$$
$$H_1\colon \mu \neq \mu_0.$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

Contoh soal

1. Ujilah hipotesis bahwa hasil rata-rata keseluruhan per hari dari suatu pabrik adalah 880 ton dengan alternatif bahwa rata-rata lebih besar atau lebih kecil dari 880 ton per hari. Suatu sampel yang didasarkan pada 50 kali pengukuran, hasil rata-rata per hari 875 ton dengan deviasi standard 21 ton. Gunakan α 5%

2. Suatu jenis pupuk yang disebarkan pada tanaman padi dikatakan akan menaikkan hasil panenan rata-rata 5 kw per Ha. Suatu sampel random dengan 9 Ha sawah memberikan panenan rata-rata 4 kw lebih banyak dari rata-rata panen sebelum menggunakan pupuk tersebut dengan deviasi standar 1 kw. Apakah cukup alasan untuk menerima pernyataan bahwa ada kenaikan rata-rata 5 kw per Ha? Gunakan α = 0,05

Jawab

1. H_0 : $\mu = 880$ ton

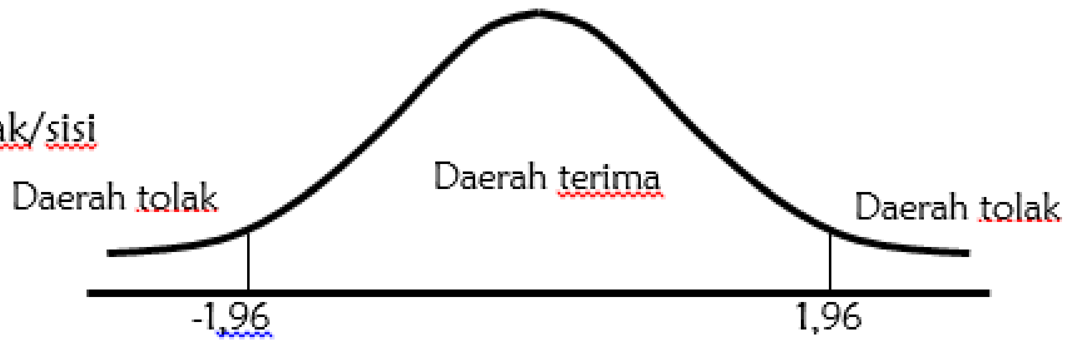
   H_a : $\mu \neq 880$ ton

   Digunakan pengujian dua pihak/sisi

   α : 5%, z = 1,96

   Kriteria pengujian

   H_0 diterima apabila : $-1{,}96 \leq Z \leq 1{,}96$



$$z_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{875 - 880}{\frac{21}{\sqrt{50}}} = -3{,}03$$

$-3{,}03 < -1{,}96$; H_0 ditolak

kesimpulan : hasil rata-rata per hari tidak sama dengan 880 ton

2. H_0 : $\mu = 5$ kw/Ha

H_a : $\mu \neq 5$ kw/Ha ; Digunakan pengujian dua pihak/sisi

α : 0,05, $t_{(\alpha/2\,;\,n-1)} = t_{(0{,}025\,;\,8)} = 2{,}306$ (dicari dari tabel t, dist. Student)

Kriteria pengujian

H_0 diterima apabila : $-2{,}306 \leq t_{hitung} \leq 2{,}306$

$$t_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{4-5}{\frac{1}{\sqrt{9}}} = \frac{-1}{1/3} = -3$$

$-3 < -2{,}306$; H_0 ditolak

kesimpulan : kenaikan rata-rata tidak sama dengan 5 kw/Ha

Pengujian Dua Mean

Pengujian satu mean/single mean merupakan pengujian hipotesa yang dilakukan pada satu populasi yang memiliki 1 nilai mean.

untuk sampel besar (n>30)

(distribusi student)

$$H_0\text{: } \mu_1 = \mu_2,$$
$$H_1\text{: } \mu_1 \neq \mu_2,$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}},$$

$$s_p^2 = \frac{s_1^2(n_1-1) + s_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2}$$

untuk sampel besar (n>30)

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$$

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}.$$

$$H_0\text{: } \mu_1 - \mu_2 = d_0.$$

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}},$$

An experiment was performed to compare the abrasive wear of two different laminated materials. Twelve pieces of material 1 were tested by exposing each piece to a machine measuring wear. Ten pieces of material 2 were similarly tested. In each case, the depth of wear was observed. The samples of material 1 gave an average (coded) wear of 85 units with a sample standard deviation of 4, while the samples of material 2 gave an average of 81 with a sample standard deviation of 5. Can we conclude at the 0.05 level of significance that the abrasive wear of material 1 exceeds that of material 2 by more than 2 units? Assume the populations to be approximately normal with equal variances.

1. H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 2$.
2. H_1: $\mu_1 - \mu_2 > 2$.
3. $\alpha = 0.05$.
4. Critical region: $t > 1.725$, where $t = \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-d_0}{s_p\sqrt{1/n_1+1/n_2}}$ with $v = 20$ degrees of freedom.
5. Computations:

$$\bar{x}_1 = 85, \qquad s_1 = 4, \qquad n_1 = 12,$$

Hence

$$s_p = \sqrt{\frac{(11)(16)+(9)(25)}{12+10-2}} = 4.478,$$

$$t = \frac{(85-81)-2}{4.478\sqrt{1/12+1/10}} = 1.04,$$

$$P = P(T > 1.04) \approx 0.16. \qquad \text{(See Table A.4.)}$$

6. Decision: Do not reject H_0. We are unable to conclude that the abrasive wear of material 1 exceeds that of material 2 by more than 2 units.

Soal Latihan – Deadline: Senin, 7 Desember 2020

1. Suatu sampel yang berjumlah 100 siswa menunjukkan bawah nilai matematika untuk siswa kelas XI di suatu sekolah adalah 82. Asumsikan standar deviasi populasi adalah 8,2? Apakah saat ini masih menunjukkan bawah nilai matematika semua siswa diatas 80? Gunakan tingkat kepercayaan 0,05

2. Sebuah industri alat pancing mengklaim mempunyai alat pancing berkekuatan 8.5kg dg standard deviasi 0,25kg. Ujilah hipotesa bahwa $\mu = 8.5$kg dan hipotesa alternatif $\mu \neq 8.5$kg, jika ukuran sampel 75 dan dapatkan kemungkinan kekuatannya hanya 7,8kg. Gunakan tingkat keyakinan 0,01.

3. Populasi ikan lemuru hasil tangkapan menggunakan purse seine memiliki panjang rata-rata 80 cm dengan simpangan baku 7 cm. Setelah 3 tahun beroperasi, konsumen meragukan panjang ikantersebut. Guna meyakinkan keabsahan hipotesis itu, seorang peneliti mengambil sampel acak 100 ekor ikan lemuru dan diperoleh hasil perhitungan panjang rata-rata ikan adalah 83 cm dan standar deviasinya tetap. Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa rata-rata panjang ikan lemuru yang dihasilkan alat tangkap purse seine sama dengan 80 cm pada taraf signifikan 5% ?

4. Sebuah percobaan ingin membandingkan kekasaran dua bahan pelapis. Bahan pelapis 1 dilapiskan pada 12 benda dan bahan pelapis 2 dilapiskan pada 10 benda. Hasil pengujian menunjukkan kekasaran bahan 1 sebesar 85 dg standar deviasi 4 dan bahan 2 sebesar 81 dg standar deviasi 5. Dapatkah kita simpulkan dg tingkat keyakinan 0,05 bahwa kekasaran bahan 1 lebih tinggi minimal 2 dibanding dg bahan 2? Asumsikan populasi memiliki distribusi normal dg variansi yg sama.