PENDALAMAN MATERI

PELUANG

Makalah Disampaikan dalam kegiatan Diklat Peningkatan Kualitas Guru MAN
Bidang Studi Matematika Departemen Agama se Propinsi Jateng dan DIY
15 Desember 2006

Oleh:

Elly Arliani, M.Si.

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2006

PELUANG

Standar Kompetensi : Menggunakan aturan statistik , kaidah pencacahan dan sifat-sifat peluang dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menentukan peluang kejadian dan tafsirannya.

A. Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali masalah peluang yang kita dengar ataupun yang kita hadapi. Misalnya, kita pernah mendengar orang berbicara mengenai peluang seorang atlit tenis menang main tenis pada pertandingan yang akan datang. Untuk menentukan besar peluangnya maka harus diperhatikan prestasi atlit tersebut dan lawan mainnya dalam main tenis sebelumnya. Peluang yang seperti ini disebut peluang subyektif, nilai peluangnya bergantung pada penilaian pribadi setiap individu tentang kemungkinan hasil yang diperoleh.

Contoh lain masalah peluang adalah, panitia suatu kontes tarik suara kesulitan menentukan seorang juara kontes dari lima kandidat karena para kandidat rata-rata mempunyai perfoma yang relatif sama. Tiga orang kandidat berasal dari Yogyakarta, yang seorang berlatar belakang keluarga artis dan lainnya non artis. Dua orang kandidat berasal dari Bandung, seorang diantaranya dari keluarga artis dan lainnya non artis. Panitia akhirnya menyerahkan keputusan penentuan juara kontes kepada para pemilih independen. Andaikan para pemilih menentukan pilihannya dengan cara memilih secara acak salah satu kota terpilih, berapakah peluang kota Yogyakarta terpilih? Berapa pula peluang terpilih seorang kandidat non artis? Jika kota Yogyakarta terpilih, berapakah peluang terpilih seorang kandidat berlatar belakang artis?

Peluang didefinisikan dengan beberapa cara, yaitu **subyektif, klasik, empirik, dan aksiomatik.** Definisi peluang yang subyektif menggunakan intusi, keyakinan seseorang, dan keterangan tak langsung lainnya dalam menentukan besarnya peluang. Untuk definisi peluang klasik, empirik, dan aksiomatik digunakan beberapa istilah berikut.

B. Notasi dan Istilah

1. **Percobaan** atau **eksperimen** adalah sembarang proses yang membangkitkan data. Percobaan atau eksperimen merupakan tindakan yang dapat diulang.

2. **Ruang sampel** atau **ruang contoh**, dilambangkan dengan huruf S, adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan.
3. **Titik sampel** suatu ruang sampel S adalah setiap anggota ruang sampel tersebut.
4. **Kejadian**, dilambangkan dengan huruf besar A, B, dan seterusnya, adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel. Himpunan bagian dari ruang sampel S disebut "kejadian dalam S".
5. **Gabungan (union) dua kejadian A dan B**, dilambangkan dengan $A \cup B$, adalah suatu kejadian yang anggota-anggotanya adalah anggota A atau anggota B.
6. **Irisan (interseksi) dua kejadian A dan B,** dilambangkan dengan $A \cap B$, adalah suatu kejadian yang anggota-anggotanya adalah anggota A yang sekaligus adalah anggota B. Jika $A \cap B = \emptyset$, A dan B dikatakan **saling asing** atau merupakan dua kejadian yang tidak mungkin terjadi bersama-sama.
7. **Komplemen suatu kejadian A**, dilambangkan dengan A' atau A^c, adalah suatu kejadian dalam S yang anggotanya bukan anggota A.

C. Definisi tentang Peluang

Berikut definisi klasik, empirik, dan aksiomatik tentang peluang.

1. **Definisi klasik tentang peluang**. Jika suatu percobaan menghasilkan N hasil yang mungkin, dan masing-masing mempunyai kemungkinan yang sama untuk terjadi, dan jika tepat n di antara hasil percobaan itu merupakan anggota kejadian A, maka peluang kejadian A yang dilambangkan dengan $P(A)$ adalah

$$P(A) = \frac{n}{N} \ .$$

2. **Definisi empirik tentang peluang**. Jika suatu percobaan dilakukan sebanyak N kali, dan kejadian A muncul sebanyak n kali ($0 \le n \le N$), maka frekuensi relatif munculnya kejadian A adalah $f(A) = \frac{n}{N}$. Peluang kejadian A adalah limit dari frekuensi relatif apabila N mendekati tak hingga, yaitu

$$P(A) = \lim_{N \to \infty} f(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{n}{N} \ .$$

3. **Definisi aksiomatik tentang peluang**. Misalkan S ruang sampel dari suatu percobaan. Untuk setiap kejadian A pada ruang sampel ini, diasumsikan ada suatu bilangan $P(A)$ yang memenuhi tiga aksioma berikut:
   a. $0 \le P(A) \le 1$
   b. $P(S) = 1$
   c. Untuk sembarang kejadian A_1, A_2, ... yang saling asing, yaitu $A_i \cap A_j = \varnothing$ untuk $i \neq j$,

$$P(A_i \cup A_2 \cup ...) = P(A_1) + P(A_2) + ...$$

   $P(A)$ disebut peluang kejadian A.

D. Teorema

Berikut teorema tentang peluang.

Misalkan S ruang sampel dari suatu percobaan acak , H himpunan semua kejadian dalam S dan A $\in$ H, maka berlaku:

1. $P(A^c) = 1 - P(A)$
2. $P(A) \le 1$
3. Jika A, B $\in$ H dengan $A \cap B = \varnothing$ maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
4. Jika A, B $\in$ H maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
5. Jika A_1, A_2, ..., A_n $\in$ H adalah kejadian-kejadian yang tidak mungkin terjadi bersama-sama maka $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$.

Contoh Soal dan Penyelesaian

Soal dan penyelesaian berikut ini menggunakan definisi klasik dan aksiomatik tentang peluang serta teoremanya.

1. Suatu susunan panitia yang terdiri dari 3 orang akan dibentuk dari 4 laki-laki dan 5 perempuan. Berapa peluang susunan panitia yang terbentuk terdiri dari 1 laki-laki dan 2 perempuan?

   Penyelesaian:

   Misalkan ruang sampel S adalah susunan panitia yang mungkin terjadi yang terdiri dari 3 orang bila dibentuk dari 9 orang yang terdiri dari 4 laki-laki dan 5 perempuan dan A adalah kejadian susunan panitia yang terbentuk terdiri dari 1 laki-laki dan 2 perempuan. Banyak susunan panitia yang mungkin terjadi merupakan banyak anggota ruang sampel, yaitu n(S) = $C_3^9 = \frac{9!}{3!6!} = 84$. Banyak anggota kejadian susunan panitia yang terbentuk terdiri dari 1 laki-laki dan 2 perempuan, yaitu n(A) = $C_1^4 C_2^5$ = 4. 10 = 40. Jadi peluang susunan panitia yang terbentuk terdiri dari 1 laki-laki dan 2 perempuan adalah $\frac{40}{84}$ = 0,476.

2. Tiga orang calon saling bersaing memperebutkan satu jabatan. Calon A dan B mempunyai peluang berhasil yang sama., sedang calon C mempunyai peluang berhasil dua kali lebih besar daripada calon A maupun calon B.

   a. Berapa peluang C berhasil?

   b. Berapa peluang B tidak berhasil?

   Penyelesaian:

   Misalkan A, B, dan C berturut-turut menyatakan calon A, B, dan C berhasil, dan misalkan *x* adalah peluang calon A berhasil, maka P(A) = P(B) = *x* dan P(C) = 2*x*.

   Karena ruang sampelnya adalah S = { A, B, C} maka P(A) + P(B) + P(C) = P(S), yaitu *x* + *x* + 2*x* = 1 atau 4*x* = 1. Diperoleh *x* = $\frac{1}{4}$, sehingga

   a. P(C) = 2*x* = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

   b. $P(B^c)$ = 1 - P(B) = 1 – *x* = 1 - $\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

   Jadi peluang calon C berhasil adalah $\frac{1}{2}$ dan peluang calon B tidak berhasil adalah $\frac{3}{4}$.

3. Seorang pemilik modal ingin menanamkan modal di suatu perusahaan. Peluang ia menanamkan modal di perusahaan A dan B berturut-turut adalah 0,5 dan 0,15. Peluang ia menanamkan modal pada keduanya adalah 0,2. Berapa peluang bahwa ia akan menanamkan modal pada perusahaan A atau perusahaan B tetapi tidak keduanya?

   Penyelesaian:

   Misalkan A dan B berturut-turut adalah kejadian pemilik modal menanamkan modal di perusahaan A dan perusahaan B, maka P(A) = 0,5 ; P(B) = 0,15 ; dan P(A $\cap$ B)

= 0,2. Selanjutnya peluang ia akan menanamkan modal pada perusahaan A atau perusahaan B tetapi tidak keduanya adalah

$$\begin{aligned} P(A \cup B) - P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \\ &= 0,5 + 0,15 - 2(0,2) \\ &= 0,25. \end{aligned}$$

4. Batistuta akan melakukan tendangan pinalti ke gawang yang dijaga oleh Buffon. Peluang Batistuta dapat membuat gol dalam sekali tendangan pinalti adalah $\frac{4}{5}$. Jika Batistuta melakukan 5 kali tendangan pinalti, berapakah peluang Batistuta membuat tiga gol?

   Penyelesaian:

   Banyak cara Batistuta membuat tiga kali gol dari 5 tendangan pinalti adalah $C_3^5 = 10$ dengan peluang masing-masing cara adalah $\left(\frac{4}{5}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{64}{3125}$. Peluang Batistuta membuat tiga kali gol dari 5 tendangan pinalti adalah $C_3^5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3\left(\frac{1}{5}\right)^2 = 10.\frac{64}{3125} = \frac{128}{625}$.

   Penyelesaian soal ini dapat juga diselesaikan dengan menggunakan distribusi/sebaran **peluang binomial**.

5. Seorang pedagang ayam mempunyai 6 ekor ayam jantan dan 4 ekor ayam betina. Ia akan menjual 5 ekor ayamnya. Berapa peluang bahwa 3 di antara yang terjual adalah ayam betina?

   Penyelesaian:

   Peluang terjual 2 ayam jantan dan 3 ayam betina adalah $\frac{C_2^6 C_3^4}{C_5^{10}} = \frac{15 \times 4}{252} = \frac{5}{21}$.

6. Seseorang kehilangan catatan tentang nomor telepon seorang teman lamanya. Ia hanya dapat mengingat bahwa nomor telepon temannya tersebut terdiri dari 11 angka dengan 8 angka awalnya adalah 08157918. Ia akan menelepon dengan mencoba sembarang angka untuk 3 digit sisanya. Berapakah peluang ia akan

menghubungi tiga digit sisanya saling berbeda dan bukan merupakan bilangan 0, 3, atau 6, serta digit terakhirnya bukan angka 5?

Penyelesaian:

Banyak susunan tiga angka adalah $10^3 = 1000$.

Banyak susunan tiga angka yang saling berbeda dan bukan merupakan bilangan 0, 3, atau 6, serta digit terakhirnya bukan angka 5 adalah $6 \times 5 \times 6 = 180$.

Jadi peluang ia akan menghubungi nomor telepon yang terdiri dari 11 angka dengan 8 angka awalnya adalah 08157918 dengan tiga digit sisanya saling berbeda dan bukan merupakan bilangan 0, 3, atau 6, serta digit terakhirnya bukan angka 5 adalah $\frac{180}{1000} = 0{,}180$.

7. Tersedia 16 kunci berbeda dan ada 1 kunci yang dapat digunakan untuk membuka suatu pintu. Kunci diambil satu persatu tanpa pengembalian. Berapakah peluang pada pengambilan ke-7 kunci yang terambil dapat digunakan untuk membuka pintu tersebut?

   Penyelesaian:

   Misalkan $K_1, K_2, ..., K_6$ masing-masing adalah kejadian terambil kunci ke-1, 2, ..., 6 gagal membuka pintu, dan K_7 adalah kejadian terambil kunci ke-7 berhasil membuka pintu, maka $P(K_1) = \frac{15}{16}$, $P(K_2) = \frac{14}{15}$, $P(K_3) = \frac{13}{14}$, $P(K_4) = \frac{12}{13}$, $P(K_5) = \frac{11}{12}$, $P(K_6) = \frac{10}{11}$, dan $P(K_7) = \frac{1}{10}$. Jadi peluang pada pengambilan ke-7 kunci yang terambil dapat digunakan untuk membuka pintu tersebut adalah

   $$P(K_1) \,.\, P(K_2) \,.\, P(K_3) \,.\, P(K_4) \,.\, P(K_5) \,.\, P(K_6) \,.\, P(K_7) = \frac{15}{16} . \frac{14}{15} . \frac{13}{14} . \frac{12}{13} . \frac{11}{12} . \frac{10}{11} . \frac{1}{10}$$

   $$= \frac{1}{16} .$$

8. Enam orang anak yang terdiri dari 3 perempuan dan 3 laki-laki akan duduk satu baris menonton suatu pertunjukan di sekolah mereka. Mereka bebas memilih tempat duduk yang tersedia. Berapa peluang bahwa cara duduk mereka berselang-seling menurut jenis kelamin?

   Penyelesaian:

   Banyak cara mereka duduk tanpa syarat adalah 6.5.4.3.2.1 = 720.

   Banyak cara mereka duduk berselang-seling adalah 2(3.3.2.2.1.1) = 72.

Jadi peluang bahwa cara duduk mereka berselang-seling menurut jenis kelamin adalah $\frac{72}{720} = 0{,}10$.

9. Dari pengalaman masa lalu, pedagang saham yakin bahwa dalam kondisi ekonomi sekarang ini, peluang pemilik uang akan menanamkan modalnya dalam obligasi yang bebas pajak 0,6, akan menanamkan dalam dana bersama (*mutual fund*) dengan peluang 0,3, dan akan menanam saham dalam keduanya dengan peluang 0,15. Tentukan peluang bahwa seorang pemilik modal akan menanamkan uangnya dalam obligasi bebas pajak atau dana bersama, tetapi tidak keduanya.

   Penyelesaian:

   Misalkan *O* dan *D*, berturut-turut menyatakan kejadian pemilik uang akan menanamkan modalnya dalam obligasi yang bebas pajak dan kejadian pemilik uang akan menanamkan modalnya dalam dana bersama, maka $P(O) = 0{,}6$, $P(D) = 0{,}3$, dan $P(O \cap D) = 0{,}15$.

   Peluang bahwa seorang pemilik modal akan menanamkan uangnya dalam obligasi bebas pajak atau dalam dana bersama, tetapi tidak keduanya adalah

$$\begin{aligned} P(O \cup D) - P(O \cap D) &= P(O) + P(D) - 2P(O \cap D) \\ &= 0{,}6 + 0{,}3 - 2(0{,}15) \\ &= 0.6. \end{aligned}$$

10. Peluang suatu pompa bensin kedatangan 0, 1, 2, 3, 4, atau 5 mobil atau lebih mobil selama periode 30 menit tertentu adalah 0,03, 0,18, 0,24, 0,28, 0,10, dan 0,17. Hitunglah peluang bahwa dalam periode 30 menit ini

    a. pompa bensin itu akan kedatangan lebih dari 2 mobil;

    b. pompa bensin itu akan kedatangan sebanyak-banyaknya 4 mobil;

    c. pompa bensin itu akan kedatangan 4 mobil atau lebih mobil.

    Penyelesaian:

    Misalkan $M_0, M_1, M_2, M_3, M_4,$ dan M_5 berturut-turut menyatakan kejadian suatu pompa bensin kedatangan 0, 1, 2, 3, 4, atau 5 atau lebih mobil selama periode 30 menit tertentu, maka $P(M_0) = 0{,}03$, $P(M_1) = 0{,}18$, $P(M_2) = 0{,}24$, $P(M_3) = 0{,}28$, $P(M_4) = 0{,}10$, dan $P(M_5) = 0{,}17$.

    a. Peluang bahwa dalam periode 30 menit ini pompa bensin itu akan kedatangan lebih dari 2 mobil adalah

1- { $P(M_0) + P(M_1) + P(M_2)$ } = 1 – { 0,03 + 0,18 + 0,24}

= 1- 0,45

= 0,55.

b. Peluang bahwa dalam periode 30 menit ini pompa bensin itu akan kedatangan sebanyak-banyaknya 4 mobil adalah 1- $P(M_5)$ = 1 – 0,17 = 0,83.

c. Peluang bahwa dalam periode 30 menit ini pompa bensin itu akan kedatangan 4 atau lebih mobil adalah $P(M_4) + P(M_5)$ = 0,10 + 0,17 = 0,27.

Masalah lain yang sering muncul dalam kehidupan sehari-hari adalah menentukan peluang akan terjadinya suatu kejadian , bila kejadian lain telah terjadi. Peluang seperti ini disebut **peluang bersyarat**.

Contoh, misalkan suatu tim urusan Anti Narkoba terdiri atas 8 polisi , 5 TNI, dan 7 sipil. Keduapuluh anggota tim tersebut terbagi pula menurut jenis kelamin sebagai berikut.

	Laki-laki (L)	Perempuan (P)	Jumlah
Polisi (T_1)	6	2	8
TNI (T_2)	4	1	5
Sipil (T_3)	4	3	7
Jumlah	14	6	20

Akan dipanggil secara acak seorang diantaranya untuk mewakili tim menghadap Presiden. Berapa peluang yang terpilih tersebut adalah laki-laki, jika diketahui ia adalah seorang polisi?

Misalkan T_1, T_2, dan T_3 berturut-turut menyatakan kejadian terpilih polisi, TNI, dan sipil, serta L dan P masing-masing menyatakan terpilih laki-laki dan perempuan. Dari tabel dapat dilihat bahwa dari 8 orang polisi, 6 diantaranya laki-laki. Jika diketahui yang terpilih tersebut adalah seorang polisi, maka peluang bahwa ia adalah seorang laki-laki adalah banyak polisi laki-laki dibagi banyak polisi, dinyatakan sebagai

$$P(L/T_1) = \frac{n(L \cap T_1)}{n(T_1)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

Jika dari persamaan tersebut, pembilang dan penyebut masing-masing dibagi banyak anggota tim, yaitu *n(S)* = 20, maka persamaan tersebut menjadi:

$$P(L/T_1) = \frac{n(L \cap T_1)/n(S)}{n(T_1)/n(S)} = \frac{P(L \cap T_1)}{P(T_1)}.$$

Dari uraian di atas, secara umum peluang bersyarat didefinisikan sebagai berikut.

E. Peluang Bersyarat

1**. Definisi.** Jika A dan B dua kejadian dalam ruang sampel S, maka peluang terjadinya A dengan syarat B telah terjadi atau peluang A dengan syarat B, dinotasikan dengan *P(A/B)* adalah

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ dengan } P(B) > 0.$$

Demikian juga peluang terjadinya B dengan syarat A telah terjadi atau peluang B dengan syarat A, dinotasikan dengan *P(B/A)* adalah

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ dengan } P(A) > 0.$$

Dari definisi di atas, diperoleh teorema berikut.

2**. Teorema.** Jika A dan B kejadian-kejadian dengan *P(A)* > 0 dan *P(B)* > 0, maka

$$P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = P(B)P(A/B)$$

3**. Kejadian-kejadian yang Saling Bebas**

Jika kejadian A dan B dengan sifat $P(A/B) = P(A)$ maka dikatakan peluang terjadinya kejadian A tidak dipengaruhi oleh kejadian B. Demikian pula, jika $P(B/A) = P(B)$ maka dikatakan peluang terjadinya kejadian B tidak dipengaruhi oleh kejadian A, sehingga diperoleh $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Kejadian A dan B yang demikian dikatakan saling bebas.

Definisi. Dua kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Teorema Bayes. Misalkan $B_1, B_2, ..., B_n$ adalah kejadian-kejadian yang saling asing dalam ruang sampel S, dengan $P(B_i) > 0$ untuk setiap i, dan $B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n = S$. Jika A adalah kejadian dalam S sedemikian sehingga $A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup ... \cup (A \cap B_n)$ maka

$$P(B_k / A) = \frac{P(B_k)P(A / B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A / B_i)}, \; k = 1, 2, ..., n$$

Contoh, suatu tes laboratorium tentang penggunaan doping bagi atlit profesional mempunyai tingkat keterandalan sebagai berikut:

Pengguna Doping	Hasil Tes	
	Negatip	Positip
Ya	0,05	0,95
Tidak	0,99	0,01

Diketahui tingkat penggunaan doping diantara atlit profesional adalah 1 : 50. Jika hasil tes seorang atlit adalah negatip, berapakah peluangnya bahwa ia benar-benar bukan pengguna doping?

Misalkan Y dan Y^c masing-masing menyatakan kejadian seorang atlit adalah pengguna doping dan bukan pengguna doping, dan N dan N^c masing-masing menyatakan kejadian hasil tes seorang atlit adalah negatip dan positip maka dapat dihitung bahwa

$$P(Y) = \frac{1}{50} = 0{,}02 \text{ dan } P(Y^c) = 1 - P(Y) = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50} = 0{,}98.$$

Selanjutnya dari tabel, diperoleh $P(N / Y) = 0{,}05$ dan $P(N / Y^c) = 0{,}99$.

Karena $N = (N \cap Y) \cup (N \cap Y^c)$ maka peluang kejadian hasil tes seorang atlit adalah negatip adalah $P(N) = P(N \cap Y) + P(N \cap Y^c))$

$$= P(Y)P(N / Y) + P(Y^c)P(N / Y^c)$$

$$= (0{,}02)\ (0{,}05) + (0{,}98)\ (0{,}99)$$

$$= 0{,}001 + 0{,}9702$$

$$= 0{,}9712.$$

Jika hasil tes seorang atlit adalah negatip, maka peluang bahwa ia benar-benar bukan pengguna doping adalah

$$P(Y^c / N) = \frac{P(Y^c \cap N)}{P(N)} = \frac{0{,}9702}{0{,}9712} = 0{,}9990 .$$

Contoh Soal dan Penyelesaian (sambungan)

11. Di dalam suatu kotak terdapat tiga koin yang setimbang . Salah satu dari ketiga koin tersebut sisi-sisinya sama, sedang dua lainnya mempunyai dua sisi yang berbeda. Secara acak diambil sebuah koin dari dalam kotak tersebut dan kemudian dilambungkan tiga kali.

    a. Berapakah peluang bahwa ketiga tampilan sama?

    b. Jika diketahui bahwa ketiga tampilan sama, berapakah peluang bahwa koin yang terambil adalah koin dengan dua sisi yang berbeda?

    Penyelesaian:

    Misalkan A_1 adalah kejadian terambil koin bersisi sama, misalkan keduanya muka *(M)* dan A_2 kejadian terambil koin dengan sisi berbeda, misalkan muka *(M)* dan belakang *(B)*, maka $P(A_1) = \frac{1}{3}$ dan $P(A_2) = \frac{2}{3}$. Kejadian muncul ketiga tampilan sama adalah ketiganya muka, namakan ke`jadian tersebut adalah M_3, maka $P(M_3/A_1) = 1$ dan $P(M_3/A_2) = \frac{1}{8}$. Karena $M_3 = (M_3/A_1) \cup (M_3/A_2)$, maka

    a. $P(M_3) = P(M_3 \cap A_1) + P(M_3 \cap A_2)$

    $= P(A_1).\ P(M_3/A_1) + P(A_2).\ P(M_3/A_2)$

    $= \frac{1}{3} . 1 + \frac{2}{3} . \frac{1}{8} = \frac{8+2}{24} = \frac{5}{12}.$

    Jadi peluang bahwa ketiga tampilan sama adalah $\frac{5}{12}$.

    b. Jika diketahui bahwa ketiga tampilan sama, maka peluang bahwa koin yang terambil adalah koin dengan dua sisi yang berbeda adalah

$$P(A_2/M_3) = \frac{P(M_3 \cap A_2)}{P(M_3)} = \frac{P(A_2)P(M_3 \cap A_2)}{P(M_3)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{5}{12}} = \frac{1}{5} .$$

12. Suatu serum kebenaran yang biasa diberikan kepada seorang tersangka, diketahui 90% dapat dipercaya bila ternyata tersangka tersebut memang bersalah dan 99% dapat dipercaya bila tersangka tersebut tidak bersalah. Dengan kata lain, 10% di antara yang bersalah dinyatakan tidak bersalah dan 1% di antara yang tidak bersalah dinyatakan bersalah oleh serum tersebut. Bila seorang tersangka diambil dari sejumlah tersangka yang hanya 5% di antaranya pernah melakukan kejahatan, dan serum itu menunjukkan bahwa ia bersalah, berapakah peluang bahwa sesungguhnya ia tidak bersalah?

Penyelesaian:

Keterangan di atas dapat kita nyatakan dalam tabel berikut**.**

	Hasil yang ditunjukkan Serum	
	Bersalah (S)	Tidak Bersalah (S^c)
Tersangka Bersalah (T)	90%	10%
Tersangka Tidak Bersalah (T^c)	1%	99%

Misalkan T dan T^c berturut-turut menyatakan kejadian bahwa tersangka bersalah dan tidak bersalah dan misalkan S dan S^c berturut-turut menyatakan kejadian bahwa hasil serum menunjukkan bahwa tersangka bersalah dan tidak bersalah maka *P(T)* = 5%, $P(T^c)$ = 95%, $P(S/T) = 90\%$, $P(S/T^c) = 1\%$, $P(S^c/T) = 10\%$, dan $P(S^c/T^c) = 99\%$.

Selanjutnya jika serum menunjukkan bahwa ia bersalah, maka peluang bahwa sesungguhnya ia tidak bersalah, dinyatakan dengan $P(T^c/S)$, adalah

$$P(T^c/S) = \frac{P(T^c \cap S)}{P(S)}$$

$$= \frac{P(T^c \cap S)}{P(S \cap T) + P(S \cap T^c)}$$

$$= \frac{P(T^c)P(S/T^c)}{P(T)P(S/T) + P(T^c)P(S/T^c)}$$

$$= \frac{95\%.1\%}{5\%.90\% + 95\%.1\%}$$

= 0,1743.

Daftar Pustaka

Bain, L.J. and Engelhardt,M (1992*). Introduction to Probability and statistics*. California:
Duxdury Presss.

Dudewicz, E.J. and Mishra, M. (1995). *Statistika Matematika Modern.* (Terjemahan oleh R.K. Sembiring). Bandung: ITB.

Ross, S. (1996). *Suatu Pengantar ke Teori Peluang*. (Terjemahan oleh Bambang Sumantri). Bogor: Jurusan Statistika FMIPA-IPB.

Sudjana. (1996). *Metoda Statistika. Bandung*: Tarsito.