

## Peubah Acak Kontinu Continuous Random Variables

## Peubah Acak Kontinu

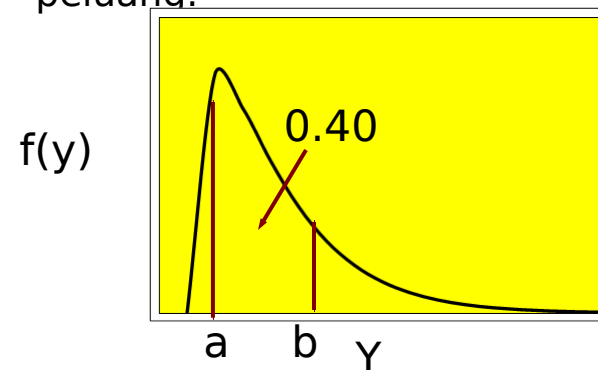
- Peubah Acak Kontinu adalah peubah acak dimana keluarannya merupakan suatu nilai dalam sebuah interval pada garis bilangan riil.
- Biasanya merupakan pengukuran.
- Contoh:
  - $Y$  = panjang dalam mm
  - $X$  = waktu dalam detik
  - $Y$  = temperatur dalam  $^{\circ}\text{C}$

## Peubah Acak Kontinu

- Tidak bisa menghitung  $P(Y = y)$ , yang bisa dihitung adalah  $P(a \leq Y \leq b)$ , dimana  $a$  dan  $b$  adalah bilangan riil.
- Untuk peubah acak kontinu  
 $P(Y = y) = 0$ .

## Peubah Acak Kontinu

- **Probability density function (pdf)** jika digambar terhadap semua nilai  $Y$  akan berbentuk kurva. Daerah (area) dibawah kurva pada interval tertentu adalah peluang.



## Sifat dari Probability Density Function (pdf)

- 1)  $f(y) \geq 0$  untuk semua nilai dalam interval yang mengandung  $y$ .
- 2)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(y)dy = 1$
- 3) Jika  $y_0$  adl nilai yang diamati, maka cumulative distribution function (cdf) adalah:  
$$F(y_0) = P(Y \leq y_0) = \int_{-\infty}^{y_0} f(y)dy$$
- 4) Jika  $y_1$  dan  $y_2$  adl dua nilai yang diamati, maka  
$$P(y_1 \leq Y \leq y_2) = \int_{y_1}^{y_2} f(y)dy = F(y_2) - F(y_1)$$

Besaran lead (gram) per liter bensin mempunyai probability density function (pdf):

$$f(y) = 12.5y - 1.25 \quad \text{untuk } 0.1 \leq y \leq 0.5$$

Berapa peluang bahwa seliter bensin mengandung kurang dari 0.3 grams lead?

## Nilai Harapan Peubah Acak Kontinu

- Ingat Nilai Harapan dari peubah acak diskrit:

$$E(Y) = \mu = \sum y \cdot p(y)$$

- Nilai Harapan dari Peubah Acak Kontinu:

$$E(Y) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} yf(y)dy$$

## Nilai Harapan Peubah Acak Kontinu dari $g(y)$

$$g(y) = k + y$$

$$E[g(y)] = E[k + y]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (k + y)f(y)dy$$

$$= k \int_{-\infty}^{\infty} f(y)dy + \int_{-\infty}^{\infty} yf(y)dy$$

$$= k + \mu$$

## Nilai Harapan Peubah Acak Kontinu dari $g(y)$

$$g(y) = ky$$

$$\begin{aligned} E[g(y)] &= E[ky] = \int_{-\infty}^{\infty} ky f(y) dy \\ &= k \int_{-\infty}^{\infty} y f(y) dy \\ &= k\mu \end{aligned}$$

## Varians Peubah Acak Kontinu

Ingat Varians dari Peubah Acak Diskrit:

$$\text{Var}(Y) = \sigma^2 = \sum (y - \mu)^2 p(y)$$

Varians untuk Peubah Acak Kontinu:

$$\text{Var}(Y) = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (y - \mu)^2 f(y) dy$$

## Penggunaan Distribusi Normal

1. Menjelaskan banyak proses acak yang kontinu

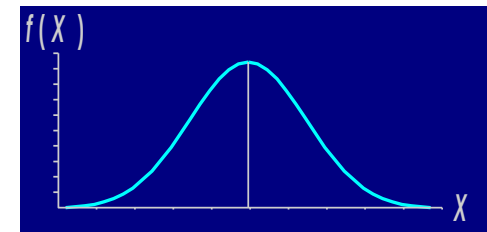
Bisa digunakan untuk mendekati peluang peubah acak diskrit

- Example: Binomial

Dasar dari semua statistik inferensia klasik

## Normal Distribution

1. 'Bell-Shaped' & Symmetrical
2. Mean, Median, Mode sama
3. 'Middle Spread' adl  $1.33 \sigma$
4. Peubah Acak mempunyai range tak hingga



Mean  
Median  
Mode

# Normal Distribution

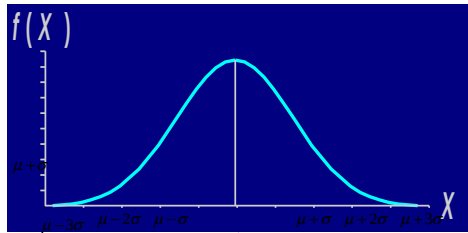
## Sifat yg penting

Hampir separo "bobot/weight" berada dibawah mean (krn symmetri)

68% peluang berada dlm 1 standard deviation dari mean

95% peluang berada dlm 2 standard deviations

99% peluang berada dlm 3 standard deviations



Mean  
Median  
Mode

# Probability Density Function

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$x$  = Nilai Peubah acak ( $-\infty < x < \infty$ )

$\sigma$  = Standard Deviation *dari populasi*

$\pi$  = 3.14159

$e$  = 2.71828

$\mu$  = Mean dari peubah acak  $x$

## Notasi

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

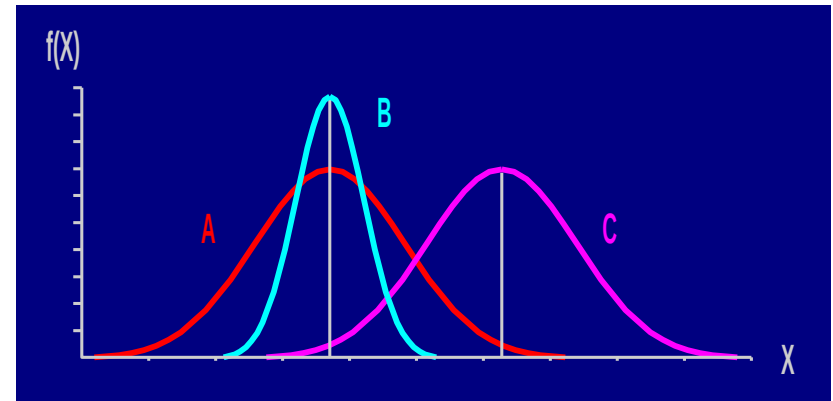
Peubah Acak  $X$  mengikuti distribusi Normal (N) dengan mean  $\mu$  dan standard deviation  $\sigma$ .

$$X \sim N(40, 1)$$

$$X \sim N(10, 5)$$

$$X \sim N(50, 3)$$

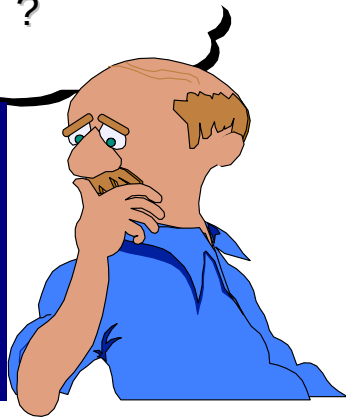
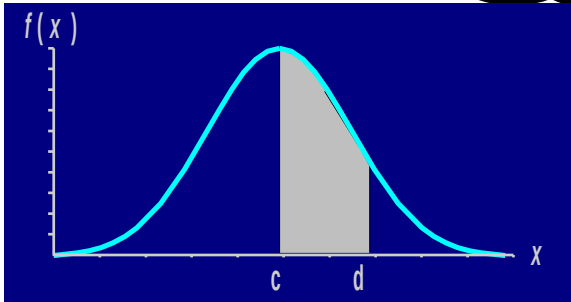
## Akibat dari Variasi Parameter ( $\mu$ & $\sigma$ )



# Normal Distribution Probability

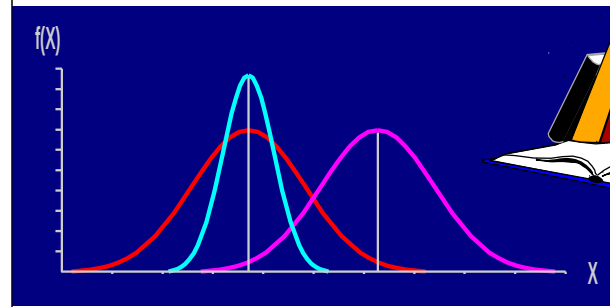
Peluang dibawah kurva!

$$P(c \leq x \leq d) = ?$$



# Tak hingga tabel Normal

Tiap distribusi memerlukan satu tabel.



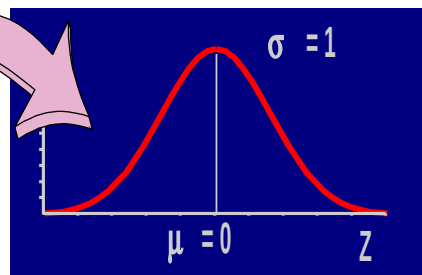
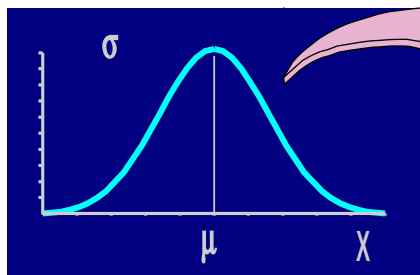
# Standardize the Normal Distribution

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$Z$  is  $N(0,1)$

Normal Distribution

Standardized Normal Distribution



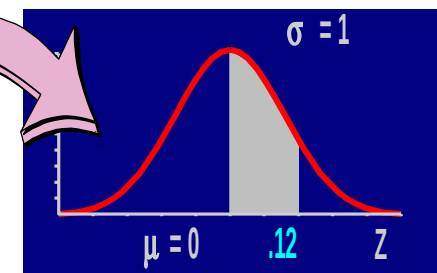
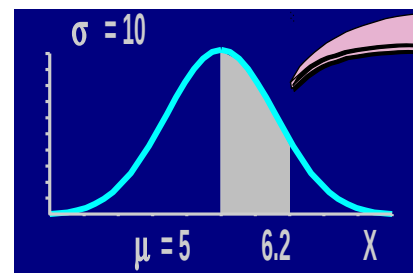
*Hanya satu tabel!*

# Contoh Standarisasi

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{6.2 - 5}{10} = .12$$

Normal Distribution

Standardized Normal Distribution



# Mendapatkan Peluangnya

Standardized Normal Probability Table (Portion)

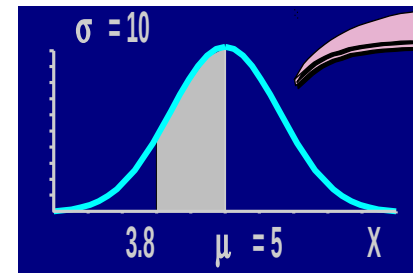
Z	.00	.01	.02
0.0	.0000	.0040	.0080
0.1	.0398	.0438	<b>.0478</b>
0.2	.0793	.0832	.0871
0.3	.1179	.1217	.1255

Probabilities

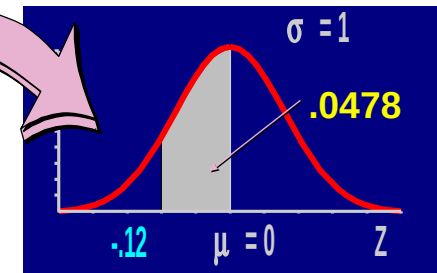
# Contoh $P(3.8 \leq X \leq 5)$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{3.8 - 5}{10} = -.12$$

Normal Distribution



Standardized Normal Distribution



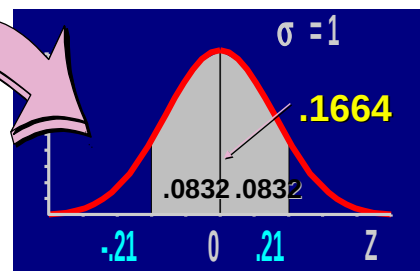
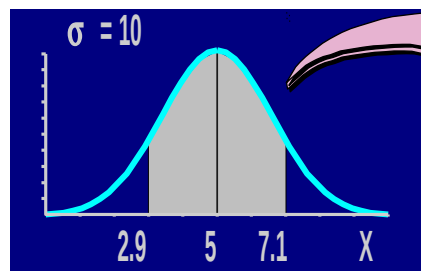
# Contoh $P(2.9 \leq X \leq 7.1)$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{2.9 - 5}{10} = -.21$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{7.1 - 5}{10} = .21$$

Standardized Normal Distribution

Normal Distribution

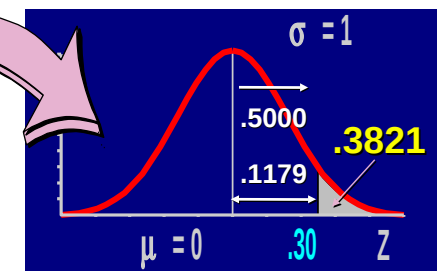
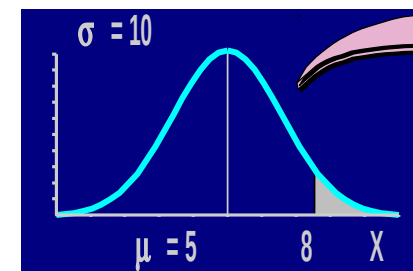


# Contoh $P(X \geq 8)$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8 - 5}{10} = .30$$

Standardized Normal Distribution

Normal Distribution



# Contoh

## $P(7.1 \leq X \leq 8)$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{7.1 - 5}{10} = .21$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8 - 5}{10} = .30$$

Normal  
Distribution

Standardized  
Normal Distribution

