

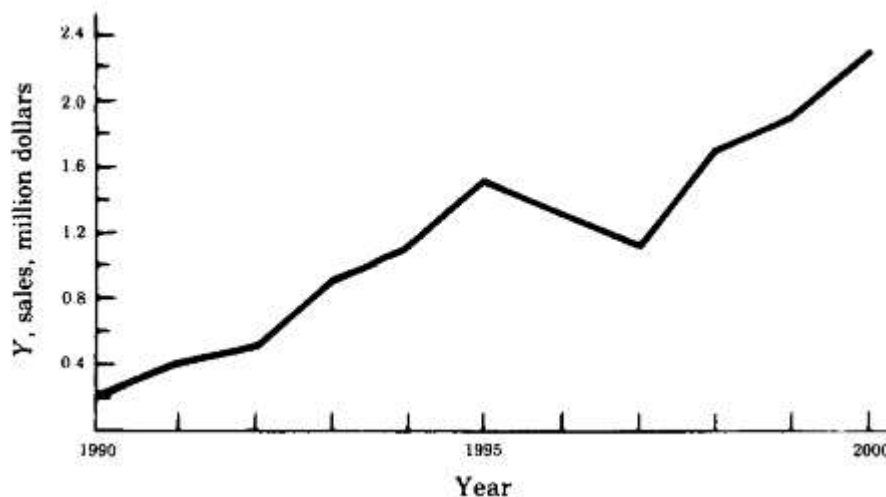
DERET BERKALA DAN PERAMALAN

6

6.1. Model Deret Berkala Klasikal

Data deret berkala adalah suatu himpunan data (hasil observasi) yang dicatat secara berurutan dalam suatu periode tertentu. Contoh dari data deret berkala, misalnya data penjualan produk tertentu dalam beberapa bulan berurutan, data harga saham tertentu selama beberapa tahun terakhir, atau data banyaknya pekerja yang bekerja pada suatu industry tertentu dalam beberapa tahun. Data deret berkala diperlihatkan secara graphical dengan grafik garis, dengan periode waktu direpresentasikan oleh sumbu horizontal dan nilai deret berkala diperlihatkan pada sumbu vertical.

Grafik berikut ini merupakan contoh representasi dari data deret berkala terkait penjualan suatu perusahaan teknologi dari tahun 1990 sampai 2000.



Analisis deret berkala merupakan suatu prosedur dimana factor-faktor (berkaitan dengan waktu) yang mempengaruhi nilai/data observasi pada data deret berkala diidentifikasi. Setelah factor-faktor tersebut dapat diidentifikasi, hasil analisis data berkala ini dapat digunakan untuk mengetahui kondisi masa mendatang atau

meramalkan kondisi mendatang. Peramalan kondisi mendatang sangat bermanfaat untuk perencanaan produksi, pemasaran, keuangan, dan bidang lainnya.

Pendekatan klasikal terkait analisis data berkala mengidentifikasi empat pengaruh, atau dapat dikatakan empat komponen, diantaranya,

- 1) *Trend (T)*: pergerakan jangka panjang pada nilai data berkala (Y) sepanjang periode tahun tertentu.
- 2) Variasi musim, *seasonal variations (S)*: pergerakan naik turun terhadap trend selama setahun yang terjadi setiap tahun. Variasi ini biasanya teridentifikasi pada data berbasis bulanan atau kuartal.
- 3) Variasi siklus, *cyclical fluctuations (C)* : pergerakan naik turun terhadap trend, yang memiliki durasi beberapa tahun.
- 4) Variasi yang tidak tetap, *irregular variations (I)*: suatu variasi tak menentu dari trend yang tidak bisa diklasifikasikan sebagai variasi musim ataupun variasi siklus.

Model deret berkala klasikal ini berdasarkan pada asumsi bahwa untuk setiap periode waktu pada data berkala, nilai variabel ditentukan oleh empat komponen yang disebutkan di atas. Lebih lanjut, komponen-komponen di atas memiliki hubungan yang multiplikatif. Jika Y menyatakan nilai data berkala, maka

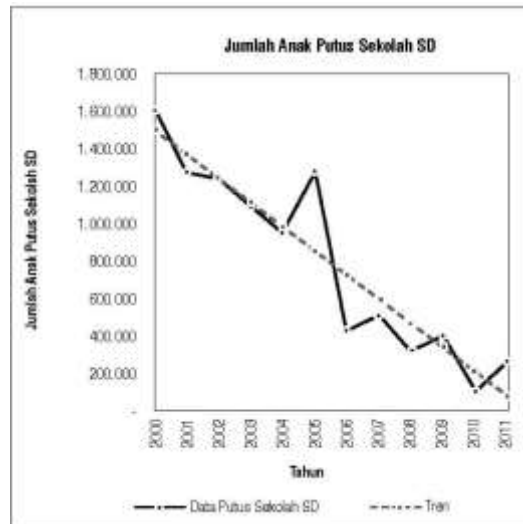
$$Y = T \times S \times C \times I$$

6.2. Trend dan Analisis Trend

Suatu gerakan kecenderungan naik atau turun dalam jangka panjang yang diperoleh dari rata-rata perubahan dari waktu ke waktu dan nilainya cukup rata (smooth). Karena analisis trend menitik beratkan pada pergerakan jangka panjang, analisis ini pada umumnya dilakukan pada data tahunan, sehingga variasi musim dan variasi siklus dalam beberapa tahun tidak digunakan sebagai indikasi yang mempengaruhi trend secara keseluruhan. Dilihat dari arah pergerakannya, trend dapat dibedakan menjadi trend positif dan trend negatif.



Trend Positif



Trend Negatif

Dalam analisis trend, ada beberapa metode yang bisa digunakan, beberapa diantaranya adalah metode semi rata-rata, metode kuadrat terkecil, metode kuadratis, dan metode eksponensial.

1) Metode Semi Rata-Rata

Prinsip dari metode ini adalah :

- Membagi data menjadi 2 bagian
- Menghitung rata-rata kelompok. Kelompok 1 (K1) dan kelompok 2 (K2)
- Menghitung perubahan trend dengan rumus:

$$b = \frac{K2 - K1}{\text{tahun dasar } K2 - \text{tahun dasar } K1}$$

- Merumuskan persamaan trend $Y = a + bX$

Berikut merupakan contoh penggunaan metode semi rata-rata, dengan diketahui data berkala dari tahun 1996 sampai 2001.

	Tahun	Pelanggan	Rata-rata	Nilai X thn dasar 1997	Nilai X thn dasar 2000
K1	1996	4,2		-1	-4
	1997	5,0	4,93	0	-3
	1998	5,6		1	-2
K2	1999	6,1		2	-1
	2000	6,7	6,67	3	0
	2001	7,2		4	1

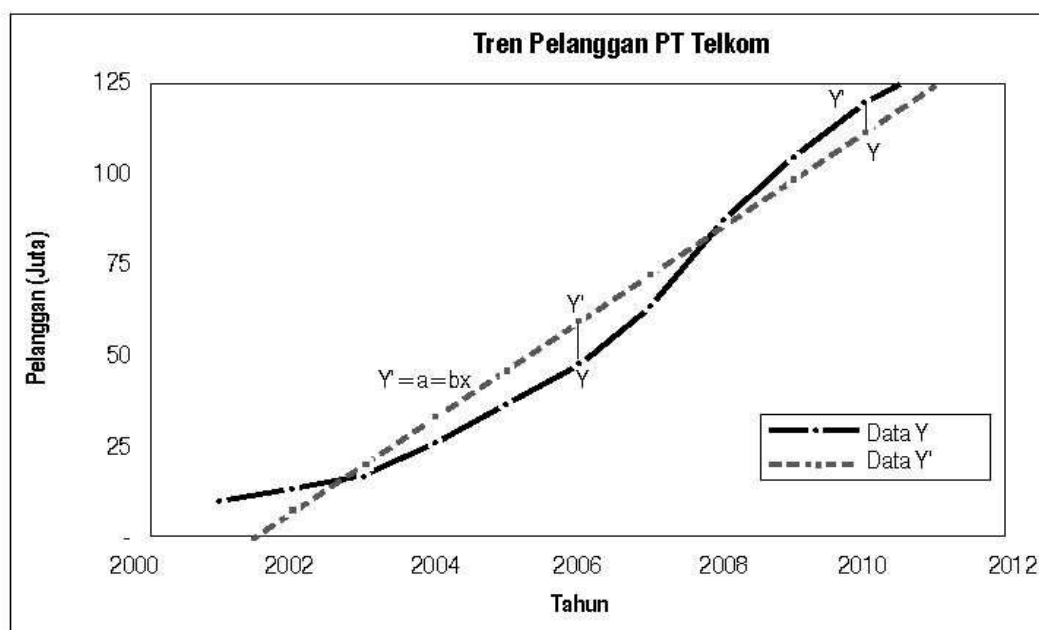
$$b = \frac{6,67 - 4,93}{2000 - 1997} = 0,58$$

$$Y_{th\ 1997} = 4,93 + 0,58X$$

$$Y_{th\ 2000} = 6,67 + 0,58X$$

2) Metode Kuadrat Terkecil

Prinsip dari metode kuadrat terkecil adalah menentukan garis trend yang mempunyai jumlah terkecil dari kuadrat selisih data asli dengan data pada garis trendnya.



Bentuk persamaan Y dengan metode kuadrat terkecil adalah :

$$Y = a + bX$$

Dengan

$$b = \frac{\Sigma(YX) - n\bar{X}\bar{Y}}{\Sigma(X^2) - n\bar{X}^2}, \quad a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

Berikut merupakan contoh penggunaan metode kuadrat terkecil.

Tahun	Pelanggan (Y)	Kode X (tahun)	YX	X ²
2003	17.66	-4	-70.64	16
2004	25.86	-3	-77.58	9
2005	36.60	-2	-73.2	4
2006	48.50	-1	-48.5	1
2007	63.00	0	0	0
2008	86.60	1	86.6	1
2009	105.10	2	210.2	4
2010	120.50	3	361.5	9
2011	129.80	4	519.2	16
N = 9	ΣY = 633.62	ΣX = 0	Σ(YX) = 907.58	Σ(X ²) = 60

Dari tabel di atas, diperoleh $b = 15,13$ dan $a = 70,40$.

Dengan demikian persamaan trendnya adalah $Y' = 70,40 + 15,13X$.

3) Metode Kuadratis



Untuk jangka waktu pendek, kemungkinan trend tidak bersifat linear. Metode kuadratis adalah salah satu contoh metode nonlinear dengan formulasi

$$Y = a + bX + cX^2$$

Koefisien a, b, dan c dicari dengan rumus sebagai berikut:

$$a = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2 Y)(\Sigma X^2)}{n(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2)^2}$$

$$b = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2}$$

$$c = \frac{n(\Sigma X^2 Y) - (\Sigma X^2)(\Sigma Y)}{n(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2)^2}$$

Berikut merupakan contoh penggunaan metode kuadratis

Tahun	Y	X	YX	X ²	X ² Y	X ⁴
2003	17,66	-4	-70,64	16	282,56	256
2004	25,86	-3	-77,58	9	232,74	81
2005	36,60	-2	-73,20	4	146,40	16
2006	48,50	-1	-48,50	1	48,50	1
2007	63,00	0	0,00	0	0	0
2008	86,60	1	86,60	1	86,60	1
2009	105,10	2	210,20	4	420,40	16
2010	120,50	3	361,50	9	1.084,50	81
2011	129,80	4	519,20	16	2.076,80	256
Jumlah	633,62		907,58	60	4.378,50	708

Dari tabel di atas, diperoleh

$$a = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2 Y)(\Sigma X^2)}{n(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2)^2} = 67,06$$

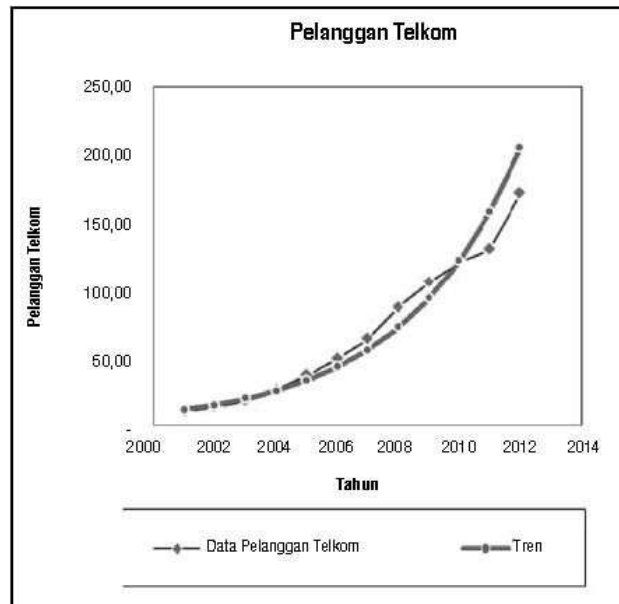
$$b = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} = 15,13$$

$$c = \frac{n(\Sigma X^2 Y) - (\Sigma X^2)(\Sigma Y)}{n(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2)^2} = 0,501$$

Dengan demikian, persamaan untuk trendnya diperoleh

$$Y' = 67,06 + 15,13 X + 0,501 X^2$$

4) Trend Eksponensial



Persamaan eksponensial dinyatakan dalam bentuk variabel waktu (X) sebagai pangkat, dengan bentuk formulasi

$$Y = a(1 + b)^X$$

Untuk mencari nilai a, dan b dari data Y dan X, digunakan rumus sebagai berikut:

$$Y' = a(1 + b)^X$$

$$\ln Y' = \ln a + X \ln (1 + b)$$

Sehingga,

$$a = \text{anti ln} \left(\frac{\sum \ln Y}{n} \right)$$

$$b = \text{anti ln} \frac{\sum (X \ln Y)}{\sum (X^2)} - 1$$

Sebagai contoh, perhatikan tabel berikut!

Tahun	Y	X	ln Y	X ²	X ln Y
2003	17,66	-4	2,87	16	-11,4852
2004	25,86	-3	3,25	9	-9,75809
2005	36,60	-2	3,60	4	-7,2001
2006	48,50	-1	3,88	1	-3,88156
2007	63,00	0	4,14	0	0
2008	86,60	1	4,46	1	4,4613
2009	105,10	2	4,65	4	9,309825
2010	120,50	3	4,79	9	14,37495

2011	129,80	4	4,87	16	19,46398
Jumlah	633,62		36,52	60	15,28509

Dari tabel di atas, diperoleh nilai a dan b sebagai berikut.

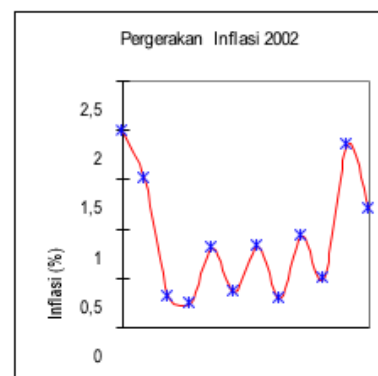
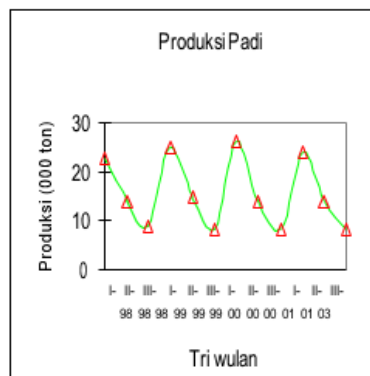
$$a = \text{anti ln} \left(\frac{\sum \ln Y}{n} \right) = \text{anti ln} \left(\frac{36,52}{9} \right) = 57,9$$

$$b = \text{anti ln} \frac{15,29}{60} - 1 = 0,29$$

Dengan demikian diperoleh persamaan untuk Y adalah $Y' = 57,9(1 + 0,29)^X$.

6.3. Analisis variasi musim

Variasi musim terkait dengan perubahan atau fluktuasi dalam musim- musim atau bulan tertentu dalam 1 tahun. Berikut diberikan contoh fluktuasi data yang memperlihatkan pengaruh variasi musim.



Pengaruh dari komponen variasi musim pada data berkala diidentifikasi dengan menentukan indeks musim untuk setiap bulan atau setiap kuartal dalam setahun. Identifikasi indeks musim ini sangat penting dalam produksi atau pengambilan keputusan dan perencanaan dalam industri. Untuk menentukan indeks musim, ada beberapa metode yang bisa digunakan, sebagai berikut.

1) Metode rata-rata sederhana

Dengan metode rata-rata sederhana, indeks musim ditentukan dengan formula

$$\text{Indeks Musim} = \frac{\text{Rata - rata per kuartal(perbulan)}}{\text{rata - rata total per kuartal(perbulan)}} \times 100$$

Sebagai contoh, dapat diperhatikan data berkala pada tabel berikut.

Tahun	Produksi	Triwulan		
		I	II	III
2008	60,32	28,12	20,91	11,29
2009	64,40	29,51	22,46	12,43
2010	66,46	29,32	22,15	14,99
2011	69,05	32,13	23,54	13,38
2012	69,27	32,31	22,88	14,08
Jumah	329,50	151,39	111,94	66,17
Rata-rata	65,90	30,28	22,39	13,23

$$\text{Rata - rata total per triwulan} = \frac{65,90}{3} = 21,97$$

$$\text{Indeks Musim I} = \frac{30,28 \times 100}{21,97} = 137,83$$

$$\text{Indeks Musim II} = \frac{22,39 \times 100}{21,97} = 101,92$$

$$\text{Indeks Musim III} = \frac{13,23 \times 100}{21,97} = 60,24$$

2) Metode rata-rata dengan trend

Prinsip dari metode rata-rata dengan trend yaitu indeks musim diperoleh dari perbandingan antara nilai data asli dibagi dengan nilai trend. Oleh sebab itu nilai trend Y' harus diketahui terlebih dahulu dengan persamaan $Y' = a + bX$. Dengan demikian, perhitungan indeks musim menggunakan metode rata-rata dengan trend adalah:

$$\text{Indeks musim} = \frac{Y}{Y'} \times 100$$

Sebagai contoh hasil perhitungan, dapat diperhatikan pada tabel berikut

Bulan	Y	X	XY	X ²	Y'	Indeks musim $\frac{Y}{Y'} \times 100$
Januari	95,00	-6	-570,00	36	87,94	108,03
Februari	80,40	-5	-402,00	25	90,97	88,38
Maret	108,90	-4	-435,60	16	94,00	115,85
April	80,90	-3	-242,70	9	97,03	83,38

Mei	109,60	-2	-219,20	4	100,06	109,54
Juni	92,00	-1	-92,00	1	103,09	89,25
Juli	122,10	0	0,00	0	106,11	115,06
Agustus	99,00	1	99,00	1	109,14	90,71
September	102,00	2	204,00	4	112,17	90,93
Oktober	121,70	3	365,10	9	115,20	105,64
Nopember	119,00	4	476,00	16	118,23	100,65
Desember	124,60	5	623,00	25	121,26	102,75
Jumlah	1255,20	- 6	-194,4	146		

Perhitungan trend pada tabel di atas menggunakan metode kuadrat terkecil, dengan $Y' = 106,12 - 3,03 X$.

3) Metode rasio rata-rata bergerak

Prinsip dari metode rasio rata-rata bergerak adalah membuat rata-rata bergerak selama periode tertentu. Untuk membuat rata-rata tidak ada ketentuan berapa periode (n). nilai n bisa 2, 3, 4, atau 12 tergantung pada kondisi pengaruh fluktuasi musiman. Indeks musim metode rasio rata-rata bergerak dirumuskan sebagai berikut.

$$\text{indeks musim} = \text{nilai rasio} \times \text{faktor koreksi}$$

dengan

nilai rasio = data asli / data rata-rata bergerak

factor koreksi = $(100 \times n) / \text{jumlah rata-rata rasio selama } n$.

sebagai contoh, perhatikan perhitungan pada tabel berikut.

Tahun	Triwulan	Y	Total bergerak 3 triwulan	rerata bergerak	indeks musim
	I	28,12			
2008	II	20,91	28,12+20,91+11,29 = 60,32	20,11	104,00
	III	11,29	61,71	20,57	54,89
	I	29,51	63,26	21,09	139,95
2009	II	22,46	64,4	21,47	104,63
	III	12,43	64,21	21,40	58,08
	I	29,32	63,9	21,30	137,65
2010	II	22,15	66,46	22,15	99,98
	III	14,99	69,27	23,09	64,92

	I	32,13	70,66	23,55	136,41
2011	II	23,54	69,05	23,02	102,27
	III	13,38	69,23	23,08	57,98
	I	32,31	68,57	22,86	141,36
2012	II	22,88	69,27	23,09	99,09
	III	14,08			

Setelah mendapatkan indeks musim setiap triwulan, perlu untuk mengetahui rata-rata setiap kuartal dari setiap tahunnya. Analisis selanjutnya dapat dilihat pada tabel berikut.

Tahun	triwulan		
	I	II	III
2008		104	54,89
2009	139,95	104,63	58,08
2010	137,65	99,98	64,92
2011	136,41	102,27	57,98
2012	141,36	99,09	
rata-rata	138,84	101,99	58,97

$$\text{Faktor koreksi} = \frac{100n}{\text{jumlah rata-rata}} = \frac{300}{299,80} = 1,000654$$

Indeks musim kuartal selanjutnya dikalikan dengan factor koreksi, sehingga diperoleh

Indeks triwulan I = 138,93

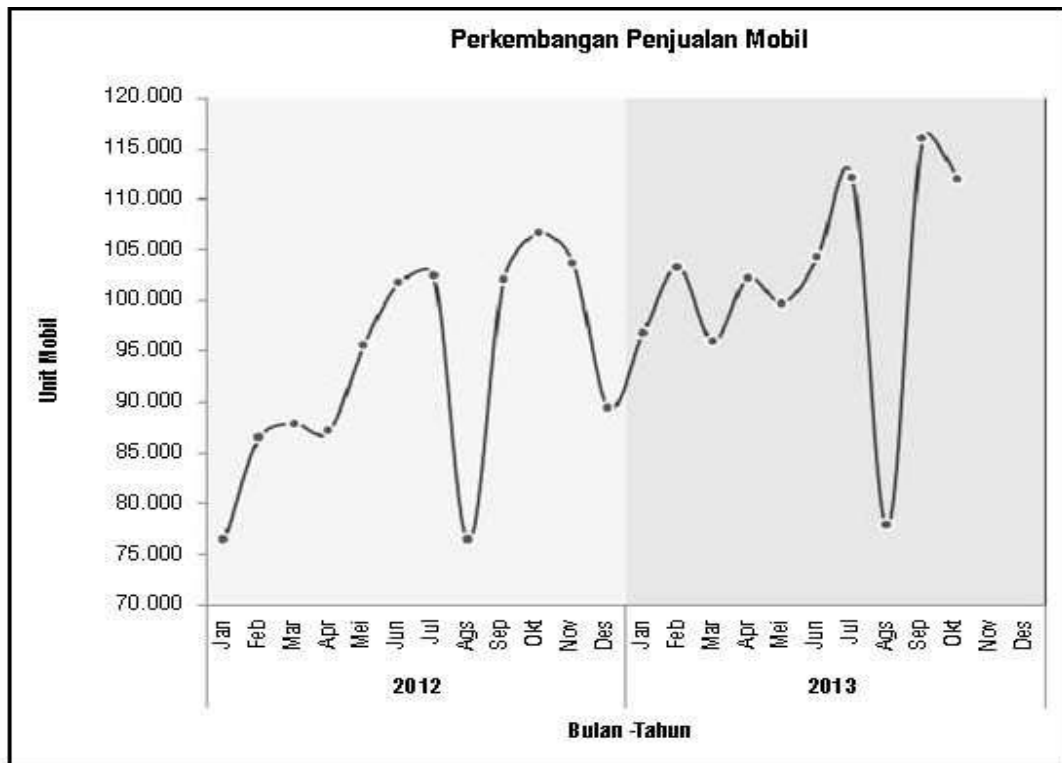
Indeks triwulan II = 102,06

Indeks triwulan III = 59,01

Indeks triwulan inilah yang digunakan untuk peramalan selanjutnya.

6.4. Analisis Siklus

Nilai data berkala tahunan pada umumnya hanya memperlihatkan pengaruh dari komponen trend dan siklus, sebab variasi musim dan variasi tak tetap teridentifikasi pada pengaruh jangka pendek. Berikut merupakan contoh grafik yang memperlihatkan adanya variasi siklus.



Ingat bahwa hubungan antara nilai data berkala dengan komponennya adalah

$$Y = T \times S \times C \times I$$

Maka

$$TCI = \frac{Y}{S}$$

$$CI = \frac{TCI}{T}$$

Berikut ini diberikan contoh perhitungan indeks siklus dalam tabel berikut.

Tahun	Triwulan	Y	T	S	TCI=Y/S	CI=TCI/T	C
	I	28,12	22,41				
2008	II	20,91	22,34	104,00	20,11	89,99	
	III	11,29	22,28	54,89	20,57	92,32	92,41
	I	29,51	22,22	139,95	21,09	94,91	94,71
2009	II	22,46	22,15	104,63	21,47	96,89	96,23
	III	12,43	22,09	58,08	21,40	96,88	96,82
	I	29,32	22,03	137,65	21,30	96,69	98,14
2010	II	22,15	21,97	99,98	22,15	100,85	100,98
	III	14,99	21,90	64,92	23,09	105,41	104,70
	I	32,13	21,84	136,41	23,55	107,84	106,31

2011	II	23,54	21,78	102,27	23,02	105,69	106,60
	III	13,38	21,72	57,98	23,08	106,27	105,84
	I	32,31	21,65	141,36	22,86	105,56	106,26
2012	II	22,88	21,59	99,09	23,09	106,95	
	III	14,08	21,53				

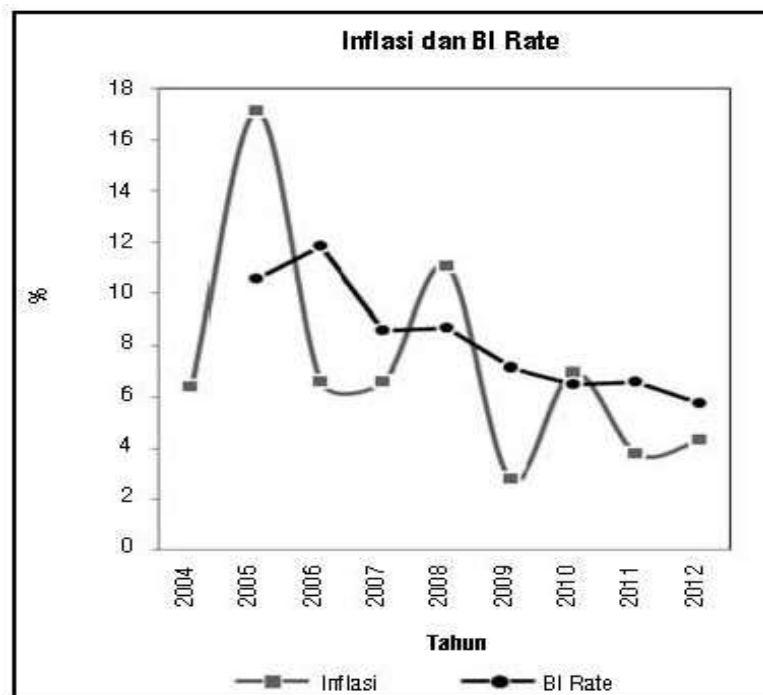
Kolom T (trend) diperoleh dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan $T = 21,97 - 0,06275 X$.

Kolom S (indeks musim) diperoleh dengan metode rasio rata-rata bergerak.

Kolom C (indeks siklus) diperoleh dengan metode rata-rata bergerak, misalnya indeks siklus pada triwulan III tahun 2008 sebesar 92,41 diperoleh dengan $(89,99+92,32+94,91)/3$.

6.5. Gerak Tak Beraturan

Gerak atau fluktuasi yang tak beraturan merupakan suatu variasi tak menentu dari trend yang tidak bisa diklasifikasikan sebagai variasi musim ataupun variasi siklus. Dengan demikian, variasi ini bersifat insiden dan tidak bisa diprediksi. Banyak penyebab dari pergerakan yang tak beraturan diantaranya adalah perang, krisis, dan bencana alam. Berikut contoh grafik yang memperlihatkan komponen ini.



Ingat hubungan antara nilai data berkala dan keempat komponen yang berpengaruh.

$$Y = T \times S \times C \times I$$

$$TCI = \frac{Y}{S}$$

$$CI = \frac{TCI}{T}$$

$$I = \frac{CI}{C}$$

Dari formula di atas, pada bagian analisis siklus, sudah ditentukan CI dan C. Untuk lebih memahami, diperlihatkan contoh penggunaannya pada tabel dibawah ini.

Tahun	Triwulan	Y	T	S	TCI=Y/S	CI=TCI/T	C	I=CI/C
	I	28,12	22,41					
2008	II	20,91	22,34	104,00	20,11	89,99		
	III	11,29	22,28	54,89	20,57	92,32	92,41	99,91
	I	29,51	22,22	139,95	21,09	94,91	94,71	100,21
2009	II	22,46	22,15	104,63	21,47	96,89	96,23	100,69
	III	12,43	22,09	58,08	21,40	96,88	96,82	100,06
	I	29,32	22,03	137,65	21,30	96,69	98,14	98,52
2010	II	22,15	21,97	99,98	22,15	100,85	100,98	99,87
	III	14,99	21,90	64,92	23,09	105,41	104,70	100,68
	I	32,13	21,84	136,41	23,55	107,84	106,31	101,44
2011	II	23,54	21,78	102,27	23,02	105,69	106,60	99,14
	III	13,38	21,72	57,98	23,08	106,27	105,84	100,41
	I	32,31	21,65	141,36	22,86	105,56	106,26	99,34
2012	II	22,88	21,59	99,09	23,09	106,95		
	III	14,08	21,53					

Kolom I diperoleh dengan formula $I = \frac{CI}{C} \times 100$