

MATERI I

KONSEP DASAR ALJABAR, PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN

I. Kemampuan akhir yang direncanakan:

Mahasiswa mampu menjelaskan konsep dasar aljabar

II. Indikator:

1. Mahasiswa mampu mendefinisikan variabel, konstanta dan koefisien
2. Mahasiswa mampu menentukan himpunan solusi pada aljabar sederhana
3. Mahasiswa mampu menentukan himpunan penyelesaian dari persamaan linier dua variabel dengan metode substitusi, eliminasi, dan grafik
4. Mahasiswa mampu menentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan linier dua variabel

A. Konsep Dasar Aljabar

Aljabar merupakan bagian dari ilmu matematika meliputi teori bilangan, geometri, dan analisis penyelesaiannya. Aljabar diperkenalkan pertama kali oleh seorang matematikawan bernama Al-Khawarizmi. Bentuk aljabar adalah teknik yang digunakan untuk menyajikan suatu masalah matematika dengan simbol atau huruf yang dikenal dengan istilah peubah/variabel. Pemahaman yang benar terhadap konsep-konsep aljabar dapat memudahkan pemahaman pada konsep-konsep matematika yang lain. Pada dasarnya terdapat beberapa istilah umum yang perlu diketahui dalam bentuk suatu aljabar dasar, yaitu:

1. Persamaan

Persamaan adalah suatu teknik matematika yang digunakan untuk menyamakan suatu permasalahan dalam bentuk matematika dengan tanda persamaan atau sama dengan (=). Bentuk ini dapat berupa bentuk yang paling sederhana hingga kompleks. Persamaan dapat digunakan untuk membentuk suatu rumus matematika terhadap suatu masalah.

Contoh: $x + y = 8$

2. Variabel (Peubah)

Variabel adalah suatu simbol atau huruf yang digunakan untuk menggantikan suatu nilai yang bersifat tidak tetap (berubah-ubah tergantung persamaan yang memuatnya).

Contoh: $3x + 4y + z = 8$

Pada contoh, terdapat 3 variabel yaitu x , y dan z .

3. Koefisien (*Coefficient*)

Koefisien adalah nilai pengali pada variabel.

$$\text{Contoh: } 3x + 4y + z = 8$$

Pada contoh: terdapat koefisien 3 sebagai pengali variabel x
terdapat koefisien 4 sebagai pengali variabel y
terdapat koefisien 1 sebagai pengali variabel z

4. Konstanta (*Constant*)

Konstanta adalah suatu nilai yang bersifat tetap/konstan pada suatu bentuk aljabar.

$$\text{Contoh: } 3x + 4y + 5 = 12$$

Pada contoh: 5 disebut sebagai konstanta

B. Bentuk Operasi Aljabar

Operasi hitung pada bentuk aljabar terdiri dari empat operasi hitung, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian.

1. Penjumlahan

Suku-suku yang dapat dijumlahkan dalam bentuk aljabar merupakan suku-suku yang sejenis. Penjumlahan bentuk aljabar dapat dilakukan dengan menjumlahkan koefisien dengan koefisien maupun konstanta dengan konstanta pada suku yang sejenis.

$$\text{Contoh: } (2x + 3y + 1) + (5x + 2y + 2) = 7x + 5y + 3$$

2. Pengurangan

Seperti halnya konsep penjumlahan, pada konsep pengurangan suku-suku yang dapat dikurangkan dalam bentuk aljabar merupakan suku-suku yang sejenis.

$$\text{Contoh: } 6ab - 3ab = 3ab$$

3. Perkalian

Perkalian pada bentuk aljabar menggunakan cara distributif. Pada perkalian variabel berpangkat, pangkat variabel akan dijumlahkan.

$$\text{Contoh: } 4(x + y) = 4 \cdot x + 4 \cdot y = 4x + 4y$$

4. Pembagian

Pembagian pada bentuk aljabar satu suku dilakukan dengan menghitung hasil bagi koefisien dengan koefisien dan variabel dengan variabel. Pada pembagian variabel berpangkat, pangkat variabel akan dikurangkan.

C. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Sistem persamaan linear dua variabel (SPLD) terdiri dari dua atau lebih persamaan dengan dua variabel. Bentuk umum dari sistem persamaan linear dua variabel:

$$\begin{cases} ax + by = p \\ cx + dy = q \end{cases}$$

Ada beberapa metode untuk menyelesaikan SPLDV yaitu metode grafik, metode eliminasi, dan metode substitusi.

1. Metode Grafik

Penyelesaian SPLDV menggunakan metode grafik adalah dengan menentukan titik potong antara dua persamaan garis sehingga didapatkan himpunan penyelesaian dari persamaan linear dua variabel tersebut. Himpunan penyelesaian SPLDV memiliki beberapa ciri penyelesaian: apabila persamaan dua garis saling sejajar, maka himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong; jika persamaan dua garis saling berhimpit, maka himpunan penyelesaiannya tak berhingga; dan jika persamaan dua garis berpotongan di satu titik, maka himpunan penyelesaiannya tunggal. Langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode grafik adalah sebagai berikut :

- a. Gambarkan grafik garis $ax + by = p$ dan $cx + dy = q$ pada sebuah sistem koordinat Cartesius. Pada langkah pertama yaitu menentukan titik potong sumbu X dan titik potong sumbu Y, titik potong sumbu X saat $y = 0$ dan titik potong sumbu Y saat $x = 0$. Kemudian kedua titik potong tersebut dihubungkan sehingga diperoleh garis persamaan.
- b. Tentukan koordinat titik potong kedua garis $ax + by = p$ dan $cx + dy = q$ (jika ada).
- c. Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dibawah ini menggunakan metode grafik.

$$2x - y = 2$$

$$x + y = 4$$

Penyelesaian:

Tabel digunakan untuk menentukan titik potong sumbu X dan titik potong sumbu Y setiap persamaan.

Persamaan $2x - y = 2$

Titik potong terhadap sumbu X

X	1
Y	0

Titik potong terhadap sumbu Y

X	0
Y	-2

Persamaan $x + y = 4$

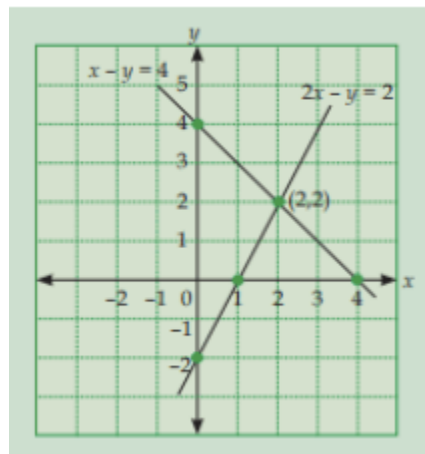
Titik potong terhadap sumbu X

X	4
Y	0

Titik potong terhadap sumbu Y

X	0
Y	4

Grafik penyelesaian sistem persamaan:



2. Metode Eliminasi

SPLDV dapat diselesaikan dengan menggunakan cara eliminasi. Suatu persamaan yang tidak lagi mengandung nilai x nya, maka dikatakan bahwa x telah dieliminasi dengan penyamaan. Langkah penyelesaiannya adalah dengan mencari nilai x dari kedua persamaan yang diberikan itu (nilai y seolah-olah dianggap sebagai bilangan yang diketahui).

Contoh: Carilah himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut ini :

$$3x + 5y = 21$$

$$2x - 7y = 45$$

3. Metode Substitusi

Diketahui SPLDV dengan variabel x dan y . Langkah-langkah penyelesaian metode substitusi adalah sebagai berikut :

- Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana, kemudian nyatakan y dalam x atau x dalam y .
- Substitusikan x atau y yang diperoleh pada langkah 1 ke dalam persamaan lainnya.
- Selesaikan persamaan yang diperoleh pada langkah 2.
- Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Contoh: Carilah himpunan penyelesaian dari SPLDV berikut ini :

$$3x + 2y = 10$$

$$9x - 7y = 43$$

D. Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Pertidaksamaan linear dua variabel merupakan kalimat terbuka matematika yang memuat dua variabel, dengan masing-masing variabel berderajat satu dan dihubungkan dengan tanda ketidaksamaan. Tanda ketidaksamaan tersebut adalah $>$, $<$, \leq , atau \geq . Penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel berupa daerah penyelesaian.

Langkah-langkah penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel antara lain:

- Ubahlah tanda ketidaksamaan dari pertidaksamaan menjadi tanda sama dengan ($=$), sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel
- Lukis grafik/garis dari persamaan linear dua variabel tersebut. Hal ini dapat dilakukan dengan menentukan titik potong sumbu x dan sumbu y dari persamaan atau menggunakan dua titik sembarang yang dilalui oleh garis. Garis akan membagi dua bidang kartesius

3. Lakukan uji titik yang tidak dilalui oleh garis (substitusi nilai x dan y titik ke pertidaksamaan). Jika menghasilkan pernyataan yang benar, artinya daerah tersebut merupakan penyelesaiannya, namun apabila menghasilkan pernyataan salah maka bagian lainnya lah yang merupakan penyelesaiannya.

Contoh 1

Tentukan daerah penyelesaian dari pertidaksamaan linear dua variabel berikut

a. $3x + y < 9$

b. $4x - 3y \geq 24$