

PRO-RATING DAN PEMECAHAN KELOMPOK UMUR

1. Pro-Rating

Tabel 1. Penduduk Provinsi Bali Menurut Kelompok Umur.

Kelompok Umur	Laki-laki	Perempuan	Jumlah
0-4	173522	161169	334691
5-9	178836	167662	346498
10-14	168541	157493	326034
15-19	147446	137553	284999
20-24	141707	141180	282887
25-34	336860	337136	673996
35-44	336440	326993	663433
45-54	221806	221376	443182
55-64	137467	140667	278134
65-74	81659	90250	171909
75+	37061	47930	84991
Tak Terjawab (TT)	3	0	3
Jumlah	1961348	1929409	3890757

Sumber: Bali Dalam Angka 2013 (Hasil Sensus Penduduk 2010)

Contoh perhitungan pro-rating digambarkan dalam Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Penduduk Provinsi Bali Menurut Kelompok Umur, Sebelum dan Sesudah Diadakan Pro-Rating.

Kelompok Umur	Sebelum Pro-Rating	Sesudah Pro-Rating
0-4	334691	334691
5-9	346498	346498
10-14	326034	326034
15-19	284999	284999
20-24	282887	282887
25-34	673996	673997
35-44	663433	663434
45-54	443182	443183
55-64	278134	278134
65-74	171909	171909
75+	84991	84991
Tak Terjawab (TT)	3	-
Jumlah	3890757	3890757

Penjelasan:

Penduduk Provinsi Bali sesudah diadakan pro-rating dapat dihitung dengan cara sebagai berikut:

$$R = \frac{\text{Jumlah Penduduk Total}}{(\text{Jumlah Penduduk Total} - \text{Jumlah Penduduk Tak Terjawab})} \times \text{Jumlah Penduduk}$$

Contoh:

Perhitungan Penduduk Provinsi Bali dengan kelompok umur 35-44 tahun sesudah pro-rating:

$$R = \frac{3890757}{(3890757 - 3)} \times 663433 = 663434$$

2. Pemecahan Kelompok Umur Jenjang Sepuluh Tahunan Menjadi Umur Lima Tahunan.

Dalam perhitungan ini, data yang digunakan adalah data penduduk dengan kelompok umur sepuluh tahunan yang telah diadakan pro-rating. Adapun perhitungan yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$f_{na} = \frac{1}{2} \left[f_n + \frac{1}{8} (f_{n-1} - f_{n+1}) \right]$$

Keterangan:

f_{na} = Jumlah penduduk jenjang lima tahunan hasil pemecahan pertama.

f_n = Jumlah penduduk dengan jenjang sepuluh tahunan yang akan dipecah menjadi lima tahunan.

f_{n-1} = Jumlah penduduk jenjang sepuluh tahunan sebelum kelompok f_n

f_{n+1} = Jumlah penduduk jenjang sepuluh tahunan sesudah kelompok f_n

Sebagai contoh, akan diadakan pemecahan penduduk dengan kelompok umur 35-44 tahun dari Tabel 2 di atas. Maka, penduduk dengan kelompok umur 35-39 tahun atau f_{na} adalah

$$\begin{aligned}
 f_{na} = f(35 - 39) &= \frac{1}{2} \left[663434 + \frac{1}{8} (673997 - 443183) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[663434 + \frac{1}{8} (230814) \right] \\
 &= \frac{1}{2} (663434 + 28852) \\
 &= \frac{1}{2} (692286) \\
 &= 346143 \text{ orang}
 \end{aligned}$$

$$f(40 - 44) = 663434 - 346143 = 317291 \text{ orang}$$

Pengerjaan yang sama dapat dilakukan untuk kelompok umur sepuluh tahunan yang lain. Data pada Tabel 2 setelah dipecah akan menjadi seperti yang disajikan dalam Tabel 3.

Tabel 3. Penduduk Provinsi Bali Menurut Kelompok Umur Setelah Diadakan Pemecahan Kelompok Umur Jenjang Sepuluh Tahunan Menjadi Umur Lima Tahunan.

Kelompok Umur	Sesudah Pro-Rating	Setelah Pemecahan Kelompok Umur
0-4	334691	334691
5-9	346498	346498
10-14	326034	326034
15-19	284999	284999
20-24	282887	282887
25-29	673997	331027
30-34		342970
35-39	663434	346143
40-44		317291
45-49	443183	245673
50-54		197510
55-59	278134	156022
60-64		122112
65-69	171909	98026
70-74		73883
75-79	84991	84991
Tak Terjawab (TT)	-	-
Jumlah	3890757	3890757

3. Pemecahan Kelompok Umur Jenjang Lima Tahunan Menjadi Satu Tahunan dengan Faktor Pengali Sprague.

Untuk keperluan tertentu, misalnya mengetahui jumlah penduduk umur 7 tahun (usia masuk sekolah) maka penduduk dengan kelompok umur 5-9 tahun perlu dipecah menjadi umur 5,6,7,8, dan 9 tahun. Pemecahan ini dapat dikerjakan dengan menggunakan Faktor Pengali Sprague (*Sprague Multipliers*). Ada 5 buah faktor pengali untuk memecah seluruh kelompok jenjang lima tahunan menjadi umur tunggal tahunan. Sebagai contoh, kelompok penduduk dengan jenjang lima tahunan, dimulai dengan umur 0 dan berakhir dengan 99 tahun seperti tampak dalam bagan di bawah ini:

Kelompok Umur:

0-4 → First End-Panel

5-9 → First Next to End-Panel

10-14 }
· }
· } Mid-Panel
· }
85-89 }

90-94 → Last Next to End-Panel

95-99 → Last-End Panel

Kelompok *end-panel* tergantung pada nilai kelas terakhir dari pengelompokan tersebut (tidak diperbolehkan ada kelas terbuka). Misalkan kelompok umur yang terakhir adalah 100 atau 100+, maka dapat dijadikan kelompok umur 100-104 tahun. Faktor Pengali Sprague (*Sprague Multipliers*) dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4. Sprague Multipliers

	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5
FIRST END-PANEL					
$n_{1...}$	+0.3616	-0.2768	+0.1488	-0.0336	---
$n_{2...}$	+0.2640	-0.0960	+0.0400	-0.0080	---
$n_{3...}$	+0.1840	+0.0400	-0.0320	+0.0080	---
$n_{4...}$	+0.1200	+0.1360	-0.0720	+0.0160	---
$n_{5...}$	+0.0704	+0.1968	-0.0848	+0.0176	---
FIRST NEXT-TO-END PANEL					
$n_{1...}$	+0.0336	+0.2272	-0.0752	+0.0144	---
$n_{2...}$	+0.0080	+0.2320	-0.0480	+0.0080	---
$n_{3...}$	-0.0080	+0.2160	-0.0080	+0.0000	---
$n_{4...}$	-0.0160	+0.1840	+0.0400	-0.0080	---
$n_{5...}$	-0.0176	+0.1408	+0.0912	-0.0144	---
MID-PANEL					
$n_{1...}$	-0.0128	+0.0848	+0.1504	-0.0240	+0.0016
$n_{2...}$	-0.0016	+0.0144	+0.2224	-0.0416	+0.0064
$n_{3...}$	+0.0064	-0.0336	+0.2544	-0.0336	+0.0064
$n_{4...}$	+0.0064	-0.0416	+0.2224	+0.0144	-0.0016
$n_{5...}$	+0.0016	-0.0240	+0.1504	+0.0848	-0.0128
LAST NEXT-TO-END PANEL					
$n_{1...}$	-0.0144	+0.0912	+0.1408	-0.0176	---
$n_{2...}$	-0.0080	+0.0400	+0.1840	-0.0160	---
$n_{3...}$	+0.0000	-0.0080	+0.2160	-0.0080	---
$n_{4...}$	+0.0080	-0.0480	+0.2320	+0.0080	---
$n_{5...}$	+0.0144	-0.0752	+0.2272	+0.0336	---
LAST END-PANEL					
$n_{1...}$	+0.0176	-0.0848	+0.1968	+0.0704	---
$n_{2...}$	+0.0160	-0.0720	+0.1360	+0.1200	---
$n_{3...}$	+0.0080	-0.0320	+0.0400	+0.1840	---
$n_{4...}$	-0.0080	+0.0400	-0.0960	+0.2640	---
$n_{5...}$	-0.0336	+0.1488	-0.2768	+0.3616	---

Sumber: Palmore, 1975 (dalam Mantra,1985)

Keterangan:

N_x = Jumlah penduduk pada kelompok umur lima tahunan.

n_x = Perkiraan besarnya jumlah penduduk umur satu tahunan.

Berikut akan disajikan contoh perhitungan pemecahan penduduk dengan kelompok umur jenjang lima tahunan menjadi satu tahunan dengan menggunakan faktor pengali Sprague. Data yang digunakan adalah data penduduk menurut kelompok umur sesudah dilakukan pro-rating seperti yang telah ditampilkan sebelumnya pada Tabel 3.

3.1. Faktor Pengali Kelompok Umur Kelas Pertama dan Kelas Terakhir (*The End-Panel Multiplier*)

Misal akan dipecah kelompok umur 0-4 tahun atau 75-79 tahun dari penduduk tersebut. Faktor pengali yang digunakan adalah:

a) *First End-Panel* untuk kelompok umur 0-4 tahun.

Jika data yang akan dipecah adalah kelompok umur 0-4 tahun, maka kelompok ini diletakkan pada N_1 pada faktor pengali *First End-Panel*.

Kelompok umur 0-4 tahun yang akan dipecah adalah sebagai berikut:

$$\underline{N_1 = P(0-4) = 334691}$$

$$N_2 = P(5-9) = 346498$$

$$N_3 = P(10-14) = 326034$$

$$N_4 = P(15-19) = 284999$$

Perincian hitungan dari jumlah penduduk yang telah dipecah (n_x) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} n_1(P0) &= (N_1 \times n_{11}) + (N_2 \times n_{12}) + (N_3 \times n_{13}) + (N_4 \times n_{14}) \\ &= (334691 \times 0.3616) + (346498 \times -0.2768) + (326034 \times 0.1488) + (284999 \times -0.0336) \end{aligned}$$

$$= 64052 \text{ orang}$$

$$\begin{aligned} n_2(P1) &= (N_1 \times n_{21}) + (N_2 \times n_{22}) + (N_3 \times n_{23}) + (N_4 \times n_{24}) \\ &= (334691 \times 0.2640) + (346498 \times -0.0960) + (326034 \times 0.0400) + (284999 \times -0.0080) \end{aligned}$$

$$= 65856 \text{ orang}$$

$$n_3(P2) = (N_1 \times n_{31}) + (N_2 \times n_{32}) + (N_3 \times n_{33}) + (N_4 \times n_{34})$$

$$= (334691 \times 0.1840) + (346498 \times 0.0400) + (326034 \times -0.0320) + (284999 \times 0.0080)$$

$$= 67290 \text{ orang}$$

$$\begin{aligned} n_4(P3) &= (N_1 \times n_{41}) + (N_2 \times n_{42}) + (N_3 \times n_{43}) + (N_4 \times n_{44}) \\ &= (334691 \times 0.1200) + (346498 \times 0.1360) + (326034 \times -0.0720) + (284999 \times 0.0160) \end{aligned}$$

$$= 68.372 \text{ orang}$$

$$\begin{aligned} n_5(P4) &= (N_1 \times n_{51}) + (N_2 \times n_{52}) + (N_3 \times n_{53}) + (N_4 \times n_{54}) \\ &= (334691 \times 0.0704) + (346498 \times 0.1968) + (326034 \times -0.0848) + (284999 \times 0.0176) \end{aligned}$$

$$= 69121 \text{ orang}$$

Jadi, penduduk dengan kelompok umur 0-4 tahun yang berjumlah 334.691 orang dapat dipecah menjadi:

$$(P0) = 64052$$

$$(P1) = 65856$$

$$(P2) = 67290$$

$$(P3) = 68372$$

$$(P4) = 69121$$

$$\begin{array}{r} \hline 334691 \end{array} +$$

b) *Last End-Panel* untuk kelompok umur 75-79 tahun.

Jika data yang akan dipecah adalah kelompok umur 75-79 tahun, maka kelompok ini diletakkan pada N_4 pada faktor pengali *Last End-Panel*. Kelompok umur 75-79 tahun yang akan dipecah adalah sebagai berikut:

$$N_1 = P (60-64) = 122112$$

$$N_2 = P (65-69) = 98026$$

$$N_3 = P (70-74) = 73883$$

$$\underline{N_4 = P (75-79) = 84991}$$

Perincian hitungan dari jumlah penduduk yang telah dipecah (n_x) adalah sebagai berikut:

$$n_1(P75) = (N_1 \times n_{11}) + (N_2 \times n_{12}) + (N_3 \times n_{13}) + (N_4 \times n_{14})$$

$$= (122112 \times 0.0176) + (98026 \times -0.0848) + (73883 \times 0.1968)$$

$$+(84991 \times 0.0704)$$

$$= 14360 \text{ orang}$$

$$n_2(P76) = (N_1 \times n_{21}) + (N_2 \times n_{22}) + (N_3 \times n_{23}) + (N_4 \times n_{24})$$

$$= (122112 \times 0.0160) + (98026 \times -0.0720) + (73883 \times 0.1360)$$

$$+(84991 \times 0.1200)$$

$$= 15143 \text{ orang}$$

$$n_3(P77) = (N_1 \times n_{31}) + (N_2 \times n_{32}) + (N_3 \times n_{33}) + (N_4 \times n_{34})$$

$$= (122112 \times 0.0080) + (98026 \times -0.0320) + (73883 \times 0.0400)$$

$$+(84991 \times 0.1840)$$

$$= 16434 \text{ orang}$$

$$n_4(P78) = (N_1 \times n_{41}) + (N_2 \times n_{42}) + (N_3 \times n_{43}) + (N_4 \times n_{44})$$

$$= (122112 \times -0.0080) + (98026 \times 0.0400) + (73883 \times -0.0960) + (84991 \times 0.2640)$$

$$= 18289 \text{ orang}$$

$$n_5(P79) = (N_1 \times n_{51}) + (N_2 \times n_{52}) + (N_3 \times n_{53}) + (N_4 \times n_{54})$$

$$= (122112 \times -0.0336) + (98026 \times 0.1488) + (73883 \times -0.2768) + (84991 \times 0.3616)$$

$$= 20765 \text{ orang}$$

Jadi, penduduk dengan kelompok umur 75-79 tahun yang berjumlah 84991 orang dapat dipecah menjadi:

$$(P75) = 14360$$

$$(P76) = 15143$$

$$(P77) = 16434$$

$$(P78) = 18289$$

$$(P79) = 20765$$

$$+ 84.991$$

3.2.Faktor Pengali Kelompok Umur pada Kelas Kedua atau Kelas Sebelum Kelas Terakhir (*The Next to End-Panel Multiplier*)

Misal akan dipecah kelompok umur 5-9 tahun atau 70-74 tahun dari penduduk tersebut. Faktor pengali yang digunakan adalah:

- a. *First Next to End-Panel* untuk kelompok umur 5-9 tahun.

Jika data yang akan dipecah adalah kelompok umur 5-9 tahun, maka kelompok ini diletakkan pada N_2 pada faktor pengali *First Next to End-Panel*.

Kelompok umur 5-9 tahun yang akan dipecah adalah sebagai berikut:

$$N_1 = P(0-4) = 334691$$

$$N_2 = P(5-9) = 346498$$

$$N_3 = P(10-14) = 326034$$

$$N_4 = P(15-19) = 284999$$

Perincian hitungan dari jumlah penduduk yang telah dipecah (n_x) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} n_1(P5) &= (N_1 \times n_{11}) + (N_2 \times n_{12}) + (N_3 \times n_{13}) + (N_4 \times n_{14}) \\ &= (334691 \times 0.0336) + (346498 \times 0.2272) + (326034 \times -0.0752) \\ &\quad + (284999 \times 0.0144) \\ &= 69.556 \text{ orang} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_2(P6) &= (N_1 \times n_{21}) + (N_2 \times n_{22}) + (N_3 \times n_{23}) + (N_4 \times n_{24}) \\ &= (334691 \times 0.0080) + (346498 \times 0.2320) + (326034 \times -0.0480) + (284999 \times 0.0080) \\ &= 69695 \text{ orang} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_3(P7) &= (N_1 \times n_{31}) + (N_2 \times n_{32}) + (N_3 \times n_{33}) + (N_4 \times n_{34}) \\ &= (334691 \times -0.0080) + (346498 \times 0.2160) + (326034 \times -0.0080) + (284999 \times 0.0000) \\ &= 69558 \text{ orang} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4(P8) &= (N_1 \times n_{41}) + (N_2 \times n_{42}) + (N_3 \times n_{43}) + (N_4 \times n_{44}) \\
&= (334691 \times -0.0160) + (346498 \times 0.1840) \\
&\quad + (326034 \times 0.0400) \\
&\quad + (284999 \times -0.0080) \\
&= 69162 \text{ orang}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_5(P9) &= (N_1 \times n_{51}) + (N_2 \times n_{52}) + (N_3 \times n_{53}) + (N_4 \times n_{54}) \\
&= (334691 \times -0.0176) + (346498 \times 0.1408) + (326034 \times \\
&\quad 0.0912) \quad + (284999 \times -0.0144) \\
&= 68527 \text{ orang}
\end{aligned}$$

Jadi, penduduk dengan kelompok umur 5-9 tahun yang berjumlah 346498 orang dapat dipecah menjadi:

$$(P5) = 69556$$

$$(P6) = 69695$$

$$(P7) = 69558$$

$$(P8) = 69162$$

$$(P9) = 68527$$

$$\begin{array}{r}
\hline
+ \\
346498
\end{array}$$

b. *Last Next to End-Panel* untuk kelompok umur 70-74 tahun.

Jika data yang akan dipecah adalah kelompok umur 70-74 tahun, maka kelompok ini diletakkan pada N_3 pada faktor pengali *Last Next to End-Panel*. Kelompok umur 70-74 tahun yang akan dipecah adalah sebagai berikut:

$$N_1 = P (60-64) = 122112$$

$$N_2 = P (65-69) = 98026$$

$$N_3 = P (70-74) = 73883$$

$$N_4 = P (75-79) = 84991$$

Perincian hitungan dari jumlah penduduk yang telah dipecah (n_x) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
n_1(P70) &= (N_1 \times n_{11}) + (N_2 \times n_{12}) + (N_3 \times n_{13}) + (N_4 \times n_{14}) \\
&= (122112 \times -0.0144) + (98026 \times 0.0912) + (73883 \times 0.1408) \\
&\quad + (84991 \times -0.0176)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 16088 \text{ orang} \\
n_2(P71) &= (N_1 \times n_{21}) + (N_2 \times n_{22}) + (N_3 \times n_{23}) + (N_4 \times n_{24}) \\
&= (122112 \times -0.0080) + (98026 \times 0.0400) + (73883 \times 0.1840) \\
&\quad + (84991 \times -0.0160) \\
&= 15179 \text{ orang} \\
n_3(P72) &= (N_1 \times n_{31}) + (N_2 \times n_{32}) + (N_3 \times n_{33}) + (N_4 \times n_{34}) \\
&= (122112 \times 0.0000) + (98026 \times -0.0080) + (73883 \times 0.2160) \\
&\quad + (84991 \times -0.0080) \\
&= 14495 \text{ orang} \\
n_4(P73) &= (N_1 \times n_{41}) + (N_2 \times n_{42}) + (N_3 \times n_{43}) + (N_4 \times n_{44}) \\
&= (122112 \times 0.0080) + (98026 \times -0.0480) + (73883 \times 0.2320) \\
&\quad + (84991 \times 0.0080) \\
&= 14092 \text{ orang} \\
n_5(P74) &= (N_1 \times n_{51}) + (N_2 \times n_{52}) + (N_3 \times n_{53}) + (N_4 \times n_{54}) \\
&= (122112 \times 0.0144) + (98026 \times -0.0752) + (73883 \times 0.2272) \\
&\quad + (84991 \times 0.0336) \\
&= 14029 \text{ orang}
\end{aligned}$$

Jadi, penduduk dengan kelompok umur 70-74 tahun yang berjumlah 73883 orang dapat dipecah menjadi:

$$(P70) = 16088$$

$$(P71) = 15179$$

$$(P72) = 14495$$

$$(P73) = 14092$$

$$(P74) = 14029$$

$$\begin{array}{r}
\underline{\hspace{2cm}} \\
+ \\
73883
\end{array}$$

3.3. Faktor Pengali Kelompok Umur Tengah (*Mid-Panel*)

Misal akan dipecah kelompok umur 10-14 tahun dari penduduk tersebut. Maka, besarnya N_x adalah sebagai berikut:

$$N_1 = P(0-4) = 334691$$

$$N_2 = P(5-9) = 346498$$

$$\underline{N_3 = P(10-14) = 326034}$$

$$N_4 = P(15-19) = 284999$$

$$N_5 = P(20-24) = 282887$$

Perincian hitungan dari jumlah penduduk yang telah dipecah (n_x) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}n_1(P10) &= (N_1 \times n_{11}) + (N_2 \times n_{12}) + (N_3 \times n_{13}) + (N_4 \times n_{14}) + (N_5 \times n_{15}) \\&= (334691 \times -0.0128) + (346498 \times 0.0848) + (326034 \times 0.1504) \\&\quad + (284999 \times -0.0240) + (282887 \times 0.0016) \\&= 67747 \text{ orang}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_2(P11) &= (N_1 \times n_{21}) + (N_2 \times n_{22}) + (N_3 \times n_{23}) + (N_4 \times n_{24}) + (N_5 \times n_{25}) \\&= (334691 \times -0.0016) + (346498 \times 0.0144) + (326034 \times 0.2224) \\&\quad + (284999 \times -0.0416) + (282887 \times 0.0064) \\&= 66919 \text{ orang}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_3(P12) &= (N_1 \times n_{31}) + (N_2 \times n_{32}) + (N_3 \times n_{33}) + (N_4 \times n_{34}) + (N_5 \times n_{35}) \\&= (334691 \times 0.0064) + (346498 \times -0.0336) + (326034 \times 0.2544) \\&\quad + (284999 \times -0.0336) + (282887 \times 0.0064) \\&= 65677 \text{ orang}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_4(P13) &= (N_1 \times n_{41}) + (N_2 \times n_{42}) + (N_3 \times n_{43}) + (N_4 \times n_{44}) + (N_5 \times n_{25}) \\&= (334691 \times 0.0064) + (346498 \times -0.0416) + (326034 \times 0.2224) \\&\quad + (284999 \times 0.0144) + (282887 \times -0.0016) \\&= 63.889 \text{ orang}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_5(P14) &= (N_1 \times n_{51}) + (N_2 \times n_{52}) + (N_3 \times n_{53}) + (N_4 \times n_{54}) + (N_5 \times n_{25}) \\&= (334691 \times 0.0016) + (346498 \times -0.0240) + (326034 \times 0.1504) \\&\quad + (284999 \times 0.0848) + (282887 \times -0.0128) \\&= 61802 \text{ orang}\end{aligned}$$

Jadi, penduduk dengan kelompok umur 10-14 tahun yang berjumlah 326034 orang dapat dipecah menjadi:

$$(P10) = 67747$$

$$(P11) = 66919$$

$$(P12) = 65677$$

$$\begin{array}{r}
 (P13) = 63889 \\
 (P14) = 61802 \\
 \hline
 326034
 \end{array}
 +$$

Daftar Pustaka

- BPS, 2010. Badan Pusat Statistik Provinsi Bali. [Online] Available at:
<https://bali.bps.go.id/statictable/2014/11/06/16/penduduk-provinsi-bali-menurut-kelompok-usia-hasil-sensus-penduduk-2010.html> [Accessed 3 Maret 2018].
- Mantra, I. B., 1985. *Pengantar Studi Demografi*. Yogyakarta: Nur Cahaya.
- Nilakusmawati, D. P. E., 2009. *Matematika Populasi*. Badung: Udayana University Press.