MA637430 Analisis Deret Waktu | **Universitas Udayana**
Semester Ganjil 2018/2019 | **Program Studi Matematika**

Kuliah 12: Estimasi dan Diagnostik Model Heteroskedastik

Koordinator Tim: I Wayan Sumarjaya (sumarjaya@unud.ac.id)
Anggota Tim Teaching I: I Gusti Ayu Made Srinadi (srinadi@unud.ac.id)
Anggota Tim Teaching II: Made Susilawati (mdsusilawati@unud.ac.id)

Capaian Pembelajaran Mata Kuliah
Mampu mengevaluasi kelayakan model deret waktu heteroskedastik yang sesuai (S5, S9, KU1, KU2, KU9, KK1, KK2, PP1)

Kemampuan Akhir yang Diharapkan
Mahasiswa mampu mengevaluasi kelayakan model deret waktu heteroskedastik (C5, P2, A2)

Indikator

1. Ketepatan mengevaluasi stylized fact data finansial
2. Ketepatan mengevaluasi model ARCH dan GARCH melalui spesifikasi dan estimai model dengan tepat
3. Ketepatan menggunakan R untuk menguji efek ARCH dan GARCH
4. Ketepatan menggunakan R untuk mengevaluasi model heteroskedastik pada data finansial

Bahan Kajian/Materi Ajar

1. Stylized fact data finansial
2. Volatilitas pada data finansial
3. Model ARCH dan GARCH
4. Estimasi model ARCH dan GARCH dengan metode kemungkinan maksimum

5. Menguji efek ARCH dan GARCH
6. Aplikasi pada data finansial

12.1 Estimasi Parameter

Estimasi parameter dapat dilakukan dengan metode kemungkinan maksimum (*maximum likelihood estimation*). Misalkan model GARCH(1, 1) dengan bentuk

$$\sigma^2_{t|t-1} = \omega + \alpha r^2_{t-1} + \beta \sigma^2_{t-1|t-2} \tag{12.1}$$

untuk $t \geq 2$ dengan nilai awal $\sigma^2_{1|0}$ dan varians tak bersyarat $\sigma^2 = \omega/(1-\alpha-\beta)$. Fungsi densitas peluang bersyarat

$$f(r_t|r_{t-1},\ldots,r_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_{t|t-1}}} \exp[-r_t^2/(2\sigma^2_{t|t-1})] \tag{12.2}$$

dan fungsi densitas peluang bersama

$$f(r_n,\ldots,r_1) = f(r_{n-1},\ldots,r_1) f(r_n|r_{n-1},\ldots,r_1). \tag{12.3}$$

Selanjutnya dengan mengiterasi formula terakhir akan diperoleh fungsi log-likelihood berikut

$$\log L(\omega,\alpha,\beta) = -\frac{n}{2}\log(2\pi) - \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\log(\sigma^2_{t-1|t-2}) + \frac{r_t^2}{\sigma^2_{t|t-1}}\right]. \tag{12.4}$$

Secara umum, tidak ada solusi bentuk tertutup untuk Persamaan log likelihood pada (12.4). Jadi, diperlukan metode numerik untuk menyelesaikannya.

12.2 Diagnostik Model

Pemeriksaan diagnostik dapat dilakukan, misalnya, dengan melihat sisaan terstandar (*standardized residuals*) yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{r_t}{\hat{\sigma}_{t|t-1}}. \tag{12.5}$$

Statistik Ljung-Box

$$Q(p) = T(T+2)\sum_{i=1}^{p}\frac{\hat{\rho}_i^2}{T-i} \tag{12.6}$$

juga dapat digunakan untuk kecocokan persamaan nilai tengan persamaan volatilitas. Hipotesis null uji Ljung-Box adalah tidak terdapat autokorelasi.

Selain itu kita juga dapat menggungakan uji Langrange Multipler (LM) dengan bentuk

$$\mathrm{LM} = T \cdot R^2 \tag{12.7}$$

dengan T adalah ukuran sampel. Hipotesis nol uji adalah tidak terdapat efek ARCH yaitu $\alpha_1 = \cdots = \alpha_p = 0$.

Kita juga bisa menguji sisaan terstandarkan mutlak (*absolute standardized residuals* menggunakan statistik uji *generalized portmanteau* berbentuk

$$n \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} q_{i,j} \hat{\rho}_{i,1} \hat{\rho}_{j,1} \tag{12.8}$$

dengan $q_{i,j}$ adalah elemen matriks

$$Q = \left[I - \frac{1}{2(\kappa + 2)} J \Lambda J^{\top} \right]^{-1}. \tag{12.9}$$

Uji kenormalan sisaan juga dapat dilakukan secara formal dengan uji Shapiro-Wilk atau Jarque-Berra. Demikian pula, apabila model GARCH dispesifikasikan dengan benar maka sebaran $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ akan menyebar normal. Selain itu alat diagnostik grafis seperti plot QQ dapat digunakan untuk menilai asumsi distribusi model. Jika diasumsikan galat berdistribusi normal, plot sisaan terstandarkan seharusnya tidak ada korelasi serial, tidak ada heteroskedastisitas atau kebergantungan linear yang lain.

12.3 Pengayaan

Buku-buku seperti Cryer and Chan (2008), Shumway and Stoffer (2011), Brockwell and Davis (2016), Box et al. (2016), dan Tsay (2010) dapat digunakan untuk pengayaan lebih lanjut.

Daftar Pustaka

George E. P. Box, Gwilym M. Jenkins, Gregory C. Reinsel, and Greta M. Ljung. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. John Wiley & Sons, Inc.,, Hoboken, New Jersey, fifth edition, 2016.

Peter J. Brockwell and Richard A. Davis. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer, New York, third edition, 2016.

Jonathan D Cryer and Kung-Sik Chan. *Time Series Analysis with Applications in R*. Springer, New York, second edition, 2008.

Robert H. Shumway and David S. Stoffer. *Time Series Analysis and Its Applications with R Examples*. Springer, New York, 2011.

Ruey S. Tsay. *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, third edition edition, 2010.