Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University

Matematika Diskret

Mahmud Imrona

Rian Febrian Umbara

Fungsi

Sifat-sifat Fungsi

Sifat-sifat Fungsi

- Fungsi Injektif (satu-satu)

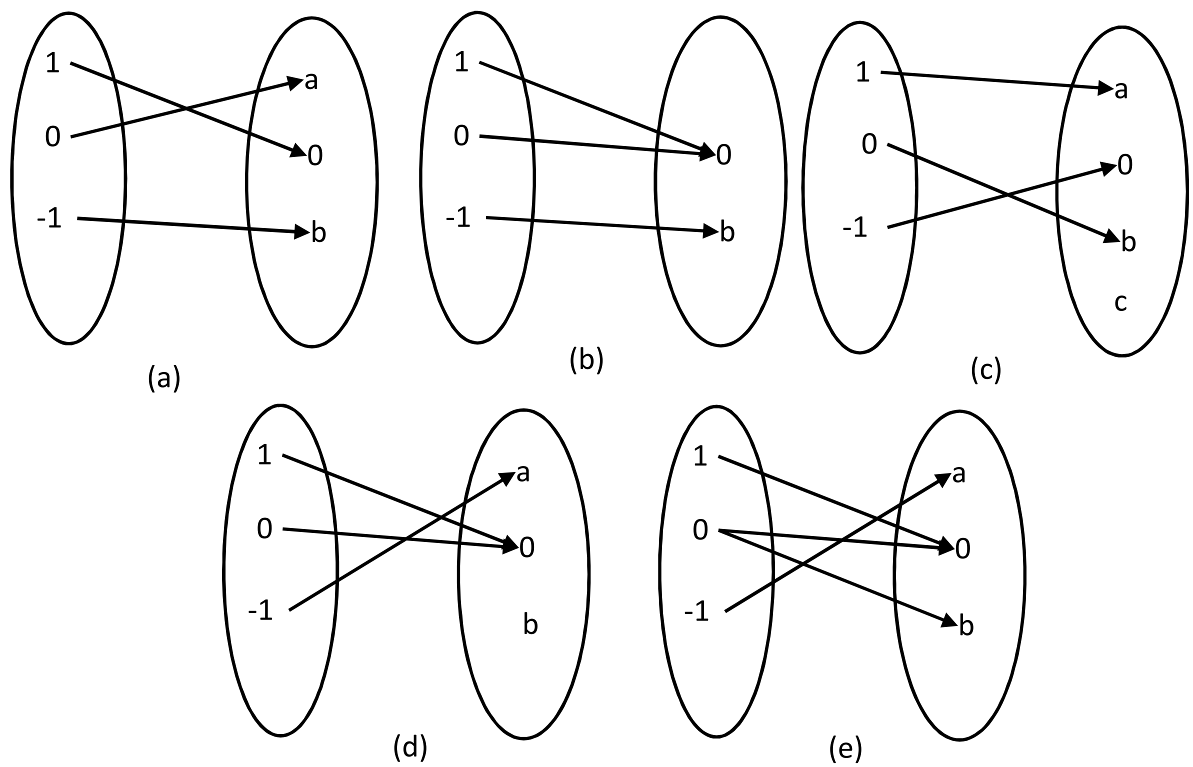
Fungsi $f{:}A \rightarrow B$ disebut fungsi satu-satu, jika untuk setiap $x_1, x_2 \in A$ dan $x_1 \neq x_2$, maka $f(x_1) \neq f(x_2)$. Kalimat ini ekivalen (contrapositive dari implikasi

$$p \rightarrow q \approx \text{not } q \rightarrow \text{not } p)$$

dengan:

Jika untuk setiap $x_1, x_2 \in A$, $f(x_1)=f(x_2)$, maka $x_1=x_2$

Ilustrasi



Gambar 2.4

Pada Gambar 2-4

(a) fungsi satu-satu, karena setiap prapeta yang berbeda mempunyai peta yang berbeda pula;

(b) **bukan** fungsi satu-satu, karena ada prapeta yang berbeda, yaitu 1 dan 0 tetapi memiliki peta yang sama, yaitu 0;

(c) fungsi satu-satu, karena setiap prapeta yang berbeda memiliki peta yang berbeda pula, sekalipun ada anggota kodomain yang tidak memiliki prapeta;

(d) **bukan** fungsi satu-satu (karena ada dua prapeta yang berbeda yaitu 1 dan 0 yang mempunyai peta yang sama);

(e) **bukan** fungsi satu-satu, karena **bukan** fungsi (ada anggota domain yaitu 0 yang memiliki peta dua yaitu 0 dan b).

Contoh 3

Jika f: $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ apakah fungsi-fungsi berikut merupakan fungsi satu-satu?

a. $f(x)=2x+1$

b. $f(x)=x^2+1$

c. $f(x)=|x|$

d. $f(x)= 2x^3 + x^2$

f. $f(x)= 2x^3 - 6x^2$

Jawab:

Perhatikan dalam soal di atas, berlaku domain dan kodomain dalam himpunan bilangan asli, bukan pada bilangan riil. Harus diperhatikan karakter dari bilangan asli tersebut!

a. Karena untuk setiap x_1, x_2 bilangan asli dan $x_1 \neq x_2$, maka didapat

$f(x_1) = 2x_1 + 1$, dan $f(x_2) = 2x_2 + 1$ dengan demikian $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Sehingga fungsi tersebut termasuk fungsi satu-satu.

b. Karena untuk setiap x_1, $x_2 \in$ dan $x_1 \neq x_2$, maka didapat

$f(x_1) = x_1^2 + 1$, dan $f(x_2) = x_2^2 + 1$, dengan demikian $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Mungkin akan ada yang mempertanyakan, bukankah ada f(-1) =

f(1)? Hal ini benar, karena f(-1)=2, dan begitupun f(1) = 2 juga, namun

ingat -1bukan bilangan asli!

c. Untuk setiap x_1, x_2 bilangan asli dan $x_1 \neq x_2$, maka didapat $f(x_1) = |x_1|$, dan $f(x_2) = |x_2|$, dengan demikian $f(x_1) \neq f(x_2)$. Mungkin akan ada pertanyaan, bukankah ada $f(-3) = f(3)$? Hal ini benar, karena $f(-3) = 3$, dan begitupun $f(3) = 3$ juga, namun ingat -3 bukan bilangan asli!

d. Jelas soal ini agak sulit, jika dikerjakan secara langsung, karena itu bisa digunakan konsep turunan pertama yang menghasilkan $f'(x)=6x^2 + 2x$, karena domain bilangan asli berarti $f'(x) > 0$, monoton naik, akibatnya setiap prapeta yang berbeda akan dikaitkan dengan peta yang berbeda pula.

Untuk soal no. e, seperti pada soal no. d, gunakan konsep turunan untuk menentukan kemonotonan fungsi. Turunan pertama dihasilkan,

$f'(x) = 6x^2 - 12x$, dengan memperhatikan domain berupa bilangan asli, maka didapat: $f'(1) = -6$, namun $f'(2) = 0$, begitupun $f'(3) = 18$, selanjutnya $f'(4) = 48$, dan terus positif. Dapat diambil kesimpulan fungsi $f(x) = 2x^3 - 6x^2$ tidak monoton, namun pernah turun dan selanjutnya naik, karena itu $f(x) = 2x^3 - 6x^2$ **bukan** fungsi satu-satu.


Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University

THANK YOU