



Matematika Diskret

Mahmud Imrona

Rian Febrian Umbara



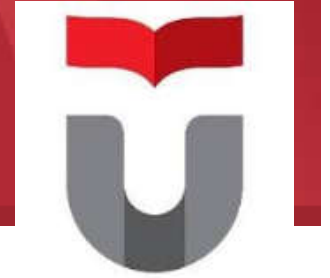
Relasi





Operasi Relasi





Operasi Relasi

1. Operasi Himpunan

- ▶ Karena relasi merupakan himpunan, maka operasi pada himpunan juga berlaku dalam relasi, dengan pengertian yang sama dengan di konsep himpunan:
- ▶ Operasi \cap (intersection)
- ▶ Operasi \cup (union)
- ▶ Operasi \oplus (symmetric difference)
- ▶ Operasi $-$ (difference)
- ▶ Operasi komplemen (komplemen relative terhadap Cartesian product)



Contoh 13

- ▶ Jika $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (5, 5), (6, 6), (2, 5)\}$ dan $R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 5), (1, 2), (1, 6), (5, 6)\}$,
tentukan $R_1 \cap R_2$, $R_1 \cup R_2$, $R_1 \oplus R_2$, $R_1 - R_2$, dan $(R_1 \cup R_2)^c$

Jawab:

- ▶ $R_1 \cap R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 5)\}$
▶ $R_1 \cup R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (5, 5), (6, 6), (2, 5), (1, 2), (1, 6), (5, 6)\}$
▶ $R_1 \oplus R_2 = \{(5, 5), (6, 6), (1, 2), (1, 6), (5, 6)\}$
▶ $R_1 - R_2 = \{(5, 5), (6, 6)\}$
▶ $(R_1 \cup R_2)^c = A \times A - (R_1 \cup R_2) = \{(1, 5), (2, 1), (2, 6), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2), (6, 5)\}$





2. Operasi Komposisi

Operasi komposisi merupakan gabungan dari dua buah relasi yang harus memenuhi syarat tertentu, yaitu jika R_1 relasi dari A ke A dan R_2 relasi dari A ke A , maka relasi komposisi R_1 dan R_2 , dinyatakan oleh $R_2 \circ R_1$ berarti relasi R_1 diteruskan oleh relasi R_2 . Syarat tersebut adalah jika $(a, b) \in R_1$ dan $(b, c) \in R_2$, maka $(a, c) \in R_2 \circ R_1$.



Contoh 14:

Dengan menggunakan Contoh 13, tentukan $R_2 \circ R_1$.

Jawab:

$$R_2 \circ R_1 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 6), (2, 2), (2, 5), (5, 6), (2, 6)\}$$

Yang diperoleh dengan cara:

Jika $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (5, 5), (6, 6), (2, 5)\}$ dan $R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (2, 5), (1, 2), (1, 6), (5, 6)\}$, maka:



R_1	R_2	$R_2 \circ R_1$	R_1	R_2	$R_2 \circ R_1$
(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(2, 2)	(1, 1)	-
(1, 1)	(2, 2)	-	(2, 2)	(2, 2)	(2, 2)
(1, 1)	(2, 5)	-	(2, 2)	(2, 5)	(2, 5)
(1, 1)	(1, 2)	(1, 2)	(2, 2)	(1, 2)	-
(1, 1)	(1, 6)	(1, 6)	(2, 2)	(1, 6)	-
(1, 1)	(5, 6)	-	(2, 2)	(5, 6)	-

R_1	R_2	$R_2 \circ R_1$	R_1	R_2	$R_2 \circ R_1$
(5, 5)	(1, 1)	-	(6, 6)	(1, 1)	-
(5, 5)	(2, 2)	-	(6, 6)	(2, 2)	-
(5, 5)	(2, 5)	-	(6, 6)	(2, 5)	-
(5, 5)	(1, 2)	-	(6, 6)	(1, 2)	-
(5, 5)	(1, 6)	-	(6, 6)	(1, 6)	-
(5, 5)	(5, 6)	(5, 6)	(6, 6)	(5, 6)	-





R_1	R_2	$R_2 \circ R_1$
(2, 5)	(1, 1)	-
(2, 5)	(2, 2)	-
(2, 5)	(2, 5)	-
(2, 5)	(1, 2)	-
(2, 5)	(1, 6)	-
(2, 5)	(5, 6)	(2, 6)



Sedangkan $R_1 \circ R_2 = \{(1,1), (2, 2), (2, 5), (1, 2), (1, 5), (1,6), (5,6)\}$. Yang didapat dari rincian berikut:

R_2	R_1	$R_1 \circ R_2$	R_2	R_1	$R_1 \circ R_2$
(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(2, 2)	(1, 1)	-
(1, 1)	(2, 2)	-	(2, 2)	(2, 2)	(2, 2)
(1, 1)	(5, 5)	-	(2, 2)	(5, 5)	-
(1, 1)	(6, 6)	-	(2, 2)	(6, 6)	-
(1, 1)	(2, 5)	-	(2, 2)	(2, 5)	(2, 5)

R_2	R_1	$R_1 \circ R_2$	R_2	R_1	$R_1 \circ R_2$
(2, 5)	(1, 1)	-	(1, 2)	(1, 1)	-
(2, 5)	(2, 2)	-	(1, 2)	(2, 2)	(1, 2)
(2, 5)	(5, 5)	(2, 5)	(1, 2)	(5, 5)	-
(2, 5)	(6, 6)	-	(1, 2)	(6, 6)	-
(2, 5)	(2, 5)	-	(1, 2)	(2, 5)	(1, 5)



R_2	R_1	$R_1 \circ R_2$	R_2	R_1	$R_1 \circ R_2$
(1, 6)	(1, 1)	-	(5, 6)	(1, 1)	-
(1, 6)	(2, 2)	-	(5, 6)	(2, 2)	-
(1, 6)	(5, 5)	-	(5, 6)	(5, 5)	-
(1, 6)	(6, 6)	(1, 6)	(5, 6)	(6, 6)	(5, 6)
(1, 6)	(2, 5)	-	(5, 6)	(2, 5)	-





Operasi Komposisi dari Domain dan Kodomain yang Berbeda

- ▶ Tentunya operasi komposisi ini tidak hanya berlaku pada relasi atas satu himpunan saja, melainkan dapat pula digunakan untuk relasi yang melibatkan dua himpunan. Jika S relasi dari himpunan A ke himpunan B , dan R relasi dari himpunan B ke himpunan C , maka $R \circ S$, komposisi S diteruskan ke R adalah jika $(a, b) \in S$, dan $(b, c) \in R$, maka $(a, c) \in R \circ S$.



Contoh 15

Diberikan: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$, $C = \{z, x, y\}$, $S = \{(1, a), (2, a), (2, b), (3, b)\}$, $R = \{(a, x), (a, y), (b, z)\}$. Tentukan $R \circ S$.

Jawab:

Untuk menjawab persoalan ini, perhatikan:

$R \circ S = \{(1, x), (1, y), (2, x), (2, y), (2, z), (3, z)\}$, yang didapat dari tabel berikut:

S	R	$R \circ S$
(1, a)	(a, x)	(1, x)
	(a, y)	(1, y)
(2, a)	(a, x)	(2, x)
	(a, y)	(2, y)
(2, b)	(b, z)	(2, z)
(3, b)	(b, z)	(3, z)



Generalisasi Operasi Komposisi

Lebih lanjut lagi dengan konsep komposisi relasi atas satu himpunan, dapat dibangun operasi pangkat terhadap bilangan asli, yaitu:

$$R^n = \begin{cases} R, & \text{jika } n = 1 \\ R^{n-1} \circ R, & \text{jika } n > 1 \end{cases}$$



Contoh 16

Jika $A = \{1, 2, 5, 7\}$ dan

$$R_1 = \{(1,1), (1,2), (1,5), (2,5), (2,2), (5,7)\}$$

Tentukan R_1^4 !

Jawab:

$$R_1^2 = R_1 \circ R_1 = \{(1,5), (1,2), (1,7), (2,7), (2,5), (1,1), (2,2)\}$$

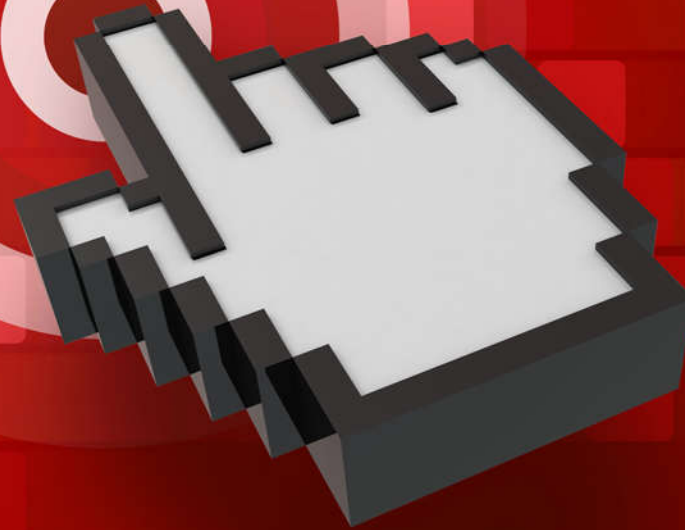
$$R_1^3 = R_1^2 \circ R_1 = \{(1,5), (1,2), (1,7), (2,7), (2,5), (1,1), (2,2)\}$$

$$R_1^4 = R_1^3 \circ R_1 = \{(1,5), (1,2), (1,7), (2,7), (2,5), (1,1), (2,2)\}$$

Kebetulan dalam soal ini R_1^4 , R_1^3 , dan R_1^2 bernilai sama



Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University



THANK YOU

