



Matematika Diskret

Mahmud Imrona – Rian Febrian Umbara

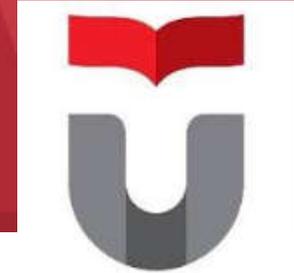
KK Pemodelan dan Simulasi



Kombinatorial



Faktorial dan Permutasi



Faktorial

Definisi:

$$n! = n(n-1)!$$

$$0! = 1$$

Contoh 8:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$



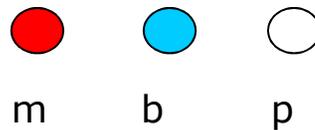
Permutasi

Permutasi adalah banyaknya urutan berbeda yang dapat dibentuk dari pengaturan objek-objek.

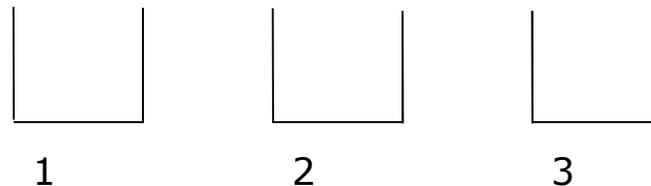


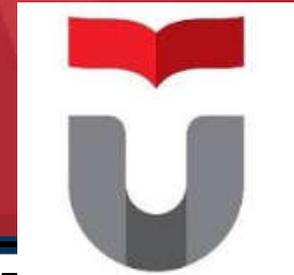
Berapakah banyaknya urutan berbeda yang dapat dibuat dari penempatan bola merah, biru, putih ke dalam kotak 1,2,3 ?

BOLA



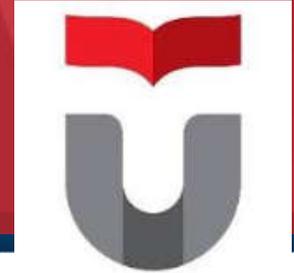
KOTAK





KOTAK 1	KOTAK 2	KOTAK 3	URUTAN
m	b	p	mbp
	p	b	mpb
b	m	p	bmp
	p	m	bpm
p	m	b	pmb
	b	m	pbm

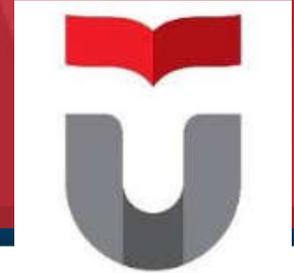
Banyaknya kemungkinan urutan berbeda dari penempatan bola ke dalam kotak adalah $(3)(2)(1) = 3! = 6$ kemungkinan



Permutasi n objek

Misalkan misalkan terdapat n objek yang akan diurutkan
urutan pertama dipilih dari n objek,
urutan kedua dipilih dari $n - 1$ objek yang tersisa,
urutan ketiga dipilih dari $n - 2$ objek yang tersisa,
...
urutan terakhir dipilih dari 1 objek yang tersisa.
Maka menurut kaidah perkalian, permutasi dari n objek
(banyaknya susunan n objek yang dapat dibentuk)
adalah

$$n(n - 1) (n - 2) \dots (2)(1) = n!$$



Contoh 9

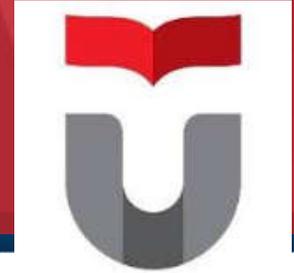
Berapa banyak “kata” yang terbentuk dari kata “RIAN”?

Penyelesaian:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ buah kata}$$

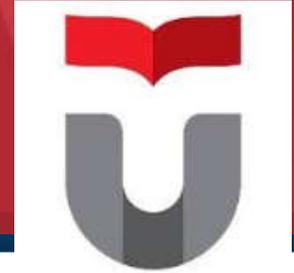
Berapa banyak cara mengurutkan nama 12 orang pegawai?

Penyelesaian: $12! = 479001600$ cara



Permutasi r dari n objek

Permutasi r dari n objek adalah banyaknya urutan r buah objek yang dipilih dari n buah objek, $r \leq n$, dan pada setiap kemungkinan urutan tidak ada objek yang sama.



Permutasi r dari n objek

Ada n buah objek yang berbeda dan r buah kotak ($r \leq n$), maka:

kotak ke-1 dapat diisi oleh salah satu dari n objek (ada n pilihan)

kotak ke-2 dapat diisi oleh salah satu dari $(n - 1)$ objek (ada $n - 1$ pilihan)

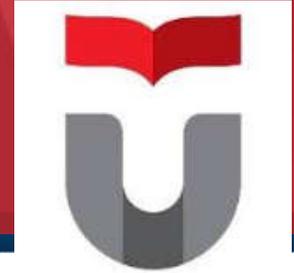
kotak ke-3 dapat diisi oleh salah satu dari $(n - 2)$ objek (ada $n - 2$ pilihan);

.....

kotak ke- r dapat diisi oleh salah satu dari $(n - (r - 1))$ objek (ada $n - r + 1$ pilihan);

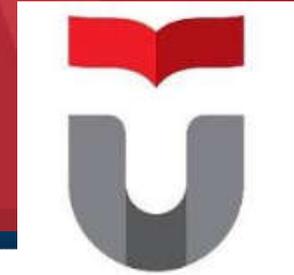
Jumlah urutan berbeda dari penempatan objek adalah:

$$n(n - 1)(n - 2)\dots(n - (r - 1))$$



Rumus permutasi r dari n objek

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1))$$
$$= \frac{n!}{(n-r)!}$$



Contoh 10:

Berapakah banyaknya kemungkinan membentuk urutan 3 angka dari 6 angka berikut: 1, 2, 4, 6, 9, 11

- (a) tidak boleh ada pengulangan angka, dan
- (b) boleh ada pengulangan angka.

Penyelesaian:

(a) Dengan kaidah perkalian: $6 \times 5 \times 4 = 120$ urutan yang dapat dibentuk

Dengan rumus permutasi $P(6, 3) = 6! / (6 - 3)! = 120$

(b) Tidak dapat diselesaikan dengan rumus permutasi. Hanya dapat

diselesaikan dengan kaidah perkalian: $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$ urutan yang dapat dibentuk

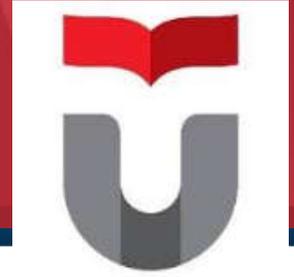


Contoh 11:

Seorang penjaga gudang memberi kode kepada setiap barang yang disimpan di dalam gudang tersebut dengan aturan sebagai berikut:

1. Dua digit pertama dari kode diisi oleh dua huruf yang berbeda
2. Tiga digit terakhir dari kode diisi oleh tiga angka yang berbeda

Ada berapa banyak kode barang yang dapat dibuat?

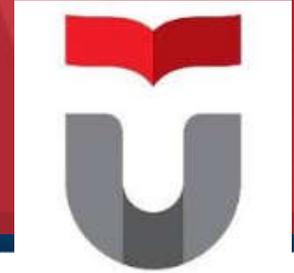


Jawab:

Soal ini dapat diselesaikan dengan menggunakan permutasi dan kaidah perkalian.

Banyaknya kode yang dapat dibuat adalah

$$P(26, 2) \times P(10, 3) = 650 \times 720 = 468000$$



Permutasi dengan Pengulangan

Banyaknya permutasi dari n objek, di mana terdapat n_1, n_2, \dots, n_r objek yang sama adalah

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_r!}$$



Contoh 11:

Berapakah banyaknya urutan huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf yang terdapat di dalam kata "PEPAYA"

Jawab:

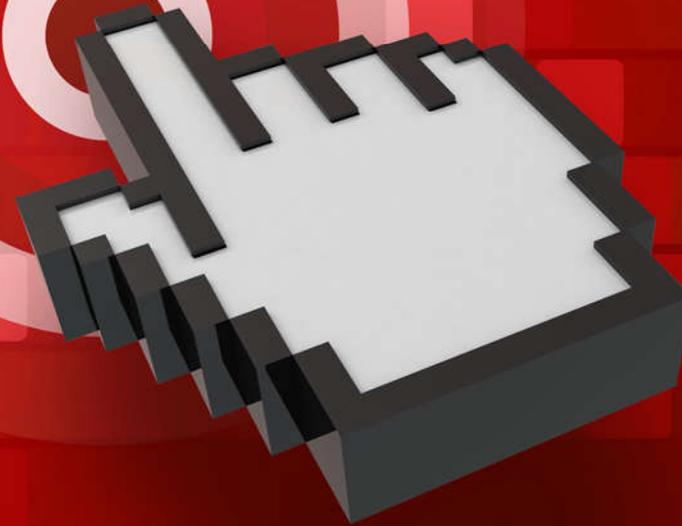
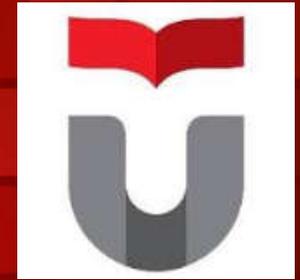
Terdapat dua objek huruf P yang sama dan dua objek huruf A yang sama. Sehingga Berapakah banyaknya urutan huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf yang terdapat di dalam kata "PEPAYA" adalah

$$\frac{6!}{2!2!} = 180$$

Jadi ada 180 urutan yang dapat dibentuk



Fakultas Informatika
School of Computing
Telkom University



THANK YOU