

11. Validasi software CFD

Akurasi hasil simulasi dengan software CFD tergantung pada source code software, pemahaman fenomena fisik yang ada, penentuan syarat batas yang sesuai dan pemilihan metode diskretisasi. Tiap-tiap solver software CFD berisi gabungan dari beberapa metode numerik yang berbeda-beda dengan tingkat akurasi yang berbeda pula. Karena itu diperlukan proses validasi software untuk mengetahui tingkat akurasi software dalam memprediksi aliran fluida.

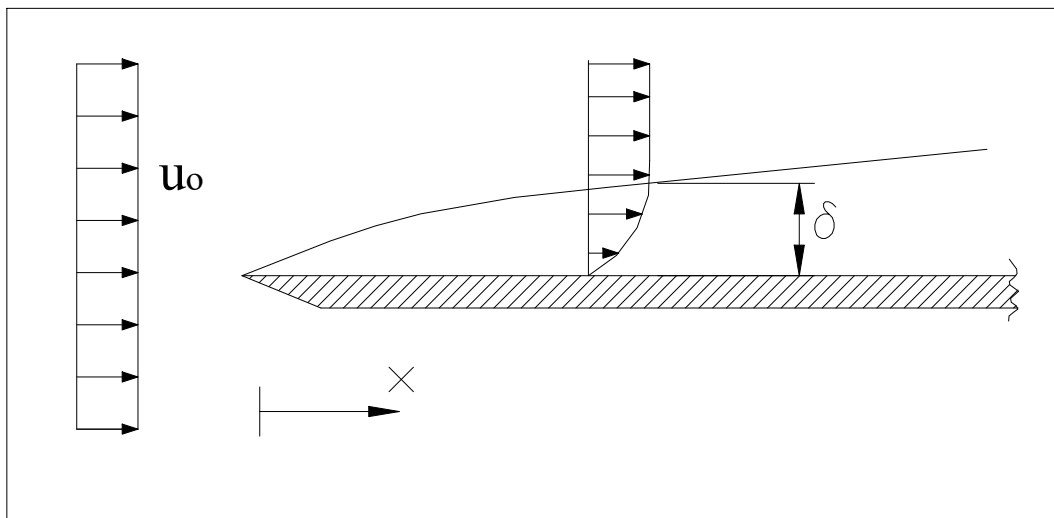
Pemahaman fenomena fisik, pemilihan metode diskretisasi dan penentuan syarat batas yang benar tergantung pada pengguna software itu sendiri. Pada bab ini dijelaskan bagaimana memodelkan beberapa konfigurasi aliran sederhana dengan mengacu pada pemahaman fenomena fisik dan pemilihan syarat batas yang benar. Selanjutnya, pemilihan metode diskretisasi yang tepat merupakan tahap lanjutan yang membutuhkan pemahaman yang lebih tinggi tentang metode-metode numerik dalam CFD.

Kasus/konfigurasi aliran yang disajikan di bab ini dipilih hanya untuk aliran dengan geometri yang sederhana tetapi memiliki fenomena fisik yang cukup kompleks. Fenomena fisik yang dimaksud adalah aliran turbulen. Prediksi properti aliran (kecepatan, temperatur, tekanan dan turbulensi) hasil simulasi akan divalidasi dengan hasil eksperimen. Validasi software hanya dilakukan untuk aliran turbulen, karena penyebab utama penyimpangan yang terjadi antara hasil simulasi CFD dan eksperimen disebabkan oleh turbulensi aliran.

11.1. Aliran lapisan batas (laminer & turbulen)

11.1.1. Fenomena fisik

Simulasi lapisan batas (*boundary layer*) aliran yang mengalir diatas *flat plate* sangat berguna untuk mengetahui kemampuan software untuk mensimulasikan aliran di dekat dinding, memprediksikan *wall shear stress* dan *wall heat transfer*. *Boundary layer* akan terbentuk mulai dari *leading edge* dan akan terus mengembang (Gambar 11. 1). Pada daerah *leading edge* selalu terjadi perubahan besar dan arah kecepatan yang tiba-tiba. Simulasi dilakukan untuk dua jenis aliran yaitu laminar dan turbulen. Hasil dari simulasi aliran laminar dapat kita bandingkan dengan hasil penelitian eksperimen dari Blasius (1908), *boundary layer thickness* , *skin friction* dan distribusi *Nuselt number* yang didapat dari simulasi baik laminar maupun turbulen akan kita bandingkan dengan perhitungan secara Empiris.



Gambar 11. 1 Proses pembentukan lapisan batas laminar ke turbulen

Hasil analisa secara empiris untuk karakteristik lapisan batas dapat dijumpai di berbagai literatur. Salah satu literatur adalah buku Permindahan Panas dan Massa oleh Chapra (1988).

Untuk aliran laminar, korelasi tebal lapisan batas, *skin friction coefficien* dan bilangan Nusselt adalah sebagai berikut:

$$\frac{\delta}{x} = 5 \text{Re}_x^{-1/2}$$

$$C_{f,x} = \frac{0,664}{\text{Re}_x^{1/2}} \dots\dots\dots$$

10. 19

$$Nu_x = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$

dimana :

$$\text{Re}_x = \frac{u_o x}{\nu}$$

$$0,6 < \text{Pr} < 50$$

Untuk aliran Turbulen :

$$\frac{\delta}{x} = 0,37 \text{Re}_x^{-1/5}$$

$$C_{f,x} = \frac{0,0592}{\text{Re}_x^{1/5}} \dots\dots\dots$$

$$Nu_x = 0,0296 \text{Re}_x^{4/5} \text{Pr}^{1/3}$$

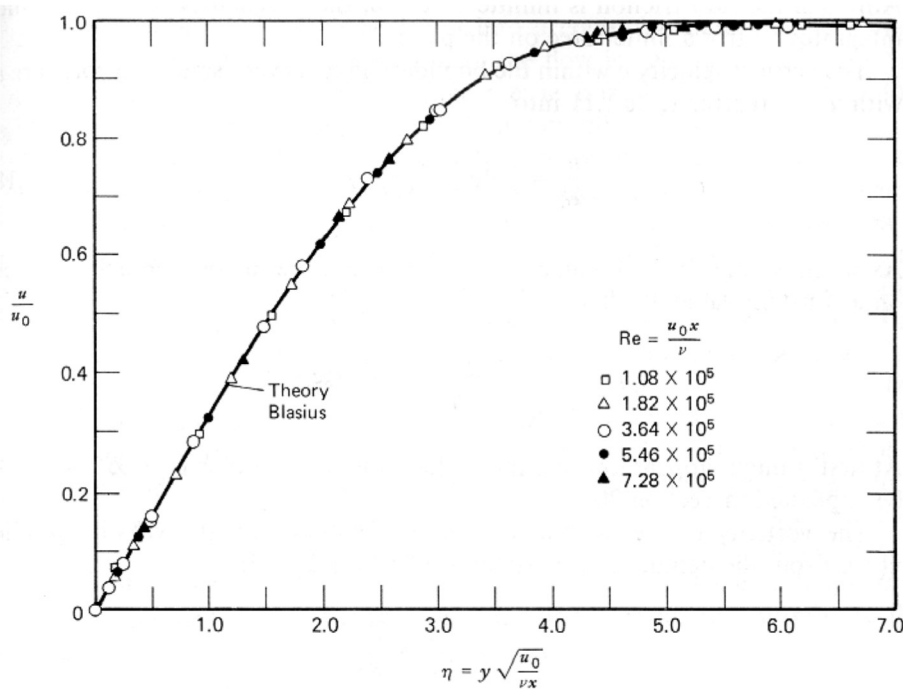
10. 20

dimana :

$$5 \times 10^5 < \text{Re}_x < 10^7$$

$$0,6 < \text{Pr} < 50$$

Untuk mendapatkan hasil simulasi yang baik maka tinggi dari domain aliran minimal harus sepuluh kali dari *boundary layer thickness* maksimum, hal ini diperuntukkan supaya pertambahan dari *boundary layer thickness* bisa diakomodasi serta untuk meminimalisasi pengaruh dari *adverse pressure gradient*.



Gambar 11. 2 Profil kecepatan Blasius untuk lapisan batas laminer (Panton, 1984).

Profil kecepatan lapisan batas laminer pada tiap posisi dapat dinyatakan dalam bentuk tak berdimensi () antara posisi relatif (η) dan kecepatan relatif (u/u_0). Posisi relatif (η) dinyatakan sebagai:

$$\eta = y \sqrt{\frac{u_0}{\nu x}}$$

Dimana:

y = posisi vertikal terhadap dinding

u_0 = kecepatan freestream

ν = viskositas kinematik

x = posisi horizontal terhadap leading edge

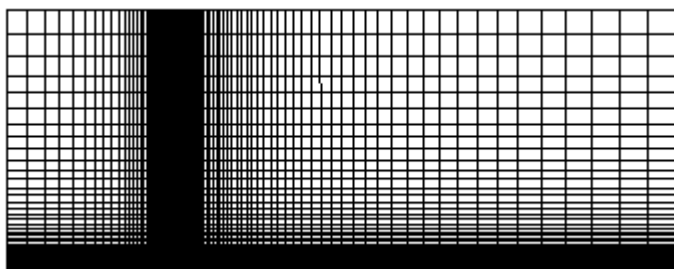
11.1.2. Pemodelan aliran

Simulasi dilakukan pada dua macam aliran yaitu laminar ($Re = 10^4$) dan turbulen (10^7). Panjang domain aliran 1,3 m dengan panjang flat plate 1 m. Tinggi dari domain aliran kira-kira sepuluh kali dari *boundary layer thickness*. Properti fluida dan parameter lainnya disajikan di Tabel 11. 1.

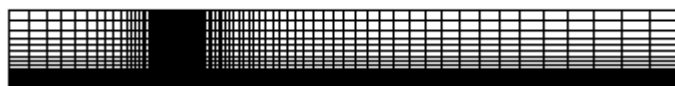
Tabel 11. 1 Parameter-parameter yang digunakan untuk simulasi aliran lapisan batas

Parameter	Kondisi aliran	
	Laminar	Turbulen
Fluida	udara	udara
$\rho(\text{kg/m}^3)$	1.225	1.225
$\mu (\text{N.s/m}^2)$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$	$1.7894 \cdot 10^{-5}$
c_p	1006.43	1006.43
k	0.242	0.242
$U_o(\text{m/s})$	0.14607	146.07
Re	10^4	10^7
Pr	0.7442	0.7442
$\delta(\text{m})$	0.05	0.00143
Temperatur flat plate (K)	400	500

Syarat batas untuk domain aliran adalah , *velocity inlet* untuk sisi domain sebelah kiri dengan asumsi kecepatan uniform , *pressure outlet* untuk sisi keluaran sebelah kanan dengan tekanan sebesar tekanan atmosfer , dan sisanya kita kondisikan sebagai *simmetry boundary condition*. Perbaiki jumlah grid diberikan pada daerah disekitar *leading egde* untuk mengakomodasi terjadinya perubahan secara tiba-tiba dari arah dan besarnya kecepatan. Simulasi dengan pemodelan laminar untuk aliran laminar, sedang untuk aliran turbulen digunakan empat macam pemodelan turbulensi , k-ε standart , k-ε RNG , k-ε realizable , dan Reynold stress modeling (RSM).

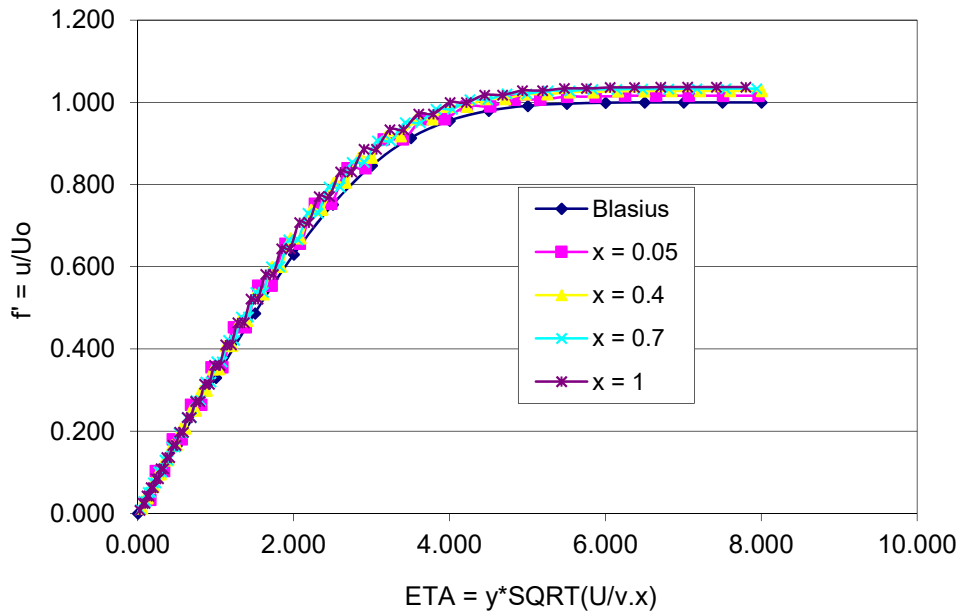


(a)



(b)

Gambar 11.3 struktur grid pada aliran (a) laminar dan (b) turbulen

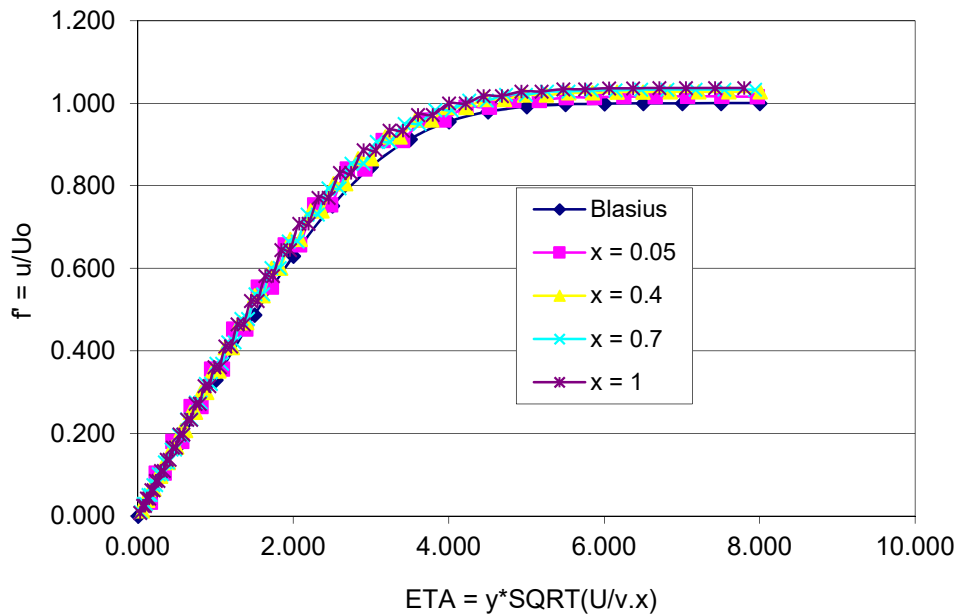


Gambar 11.4 Perbandingan profil kecepatan lapisan batas laminar antara eksperimen (Blasius) dengan simulasi

11.1.3. Hasil simulasi

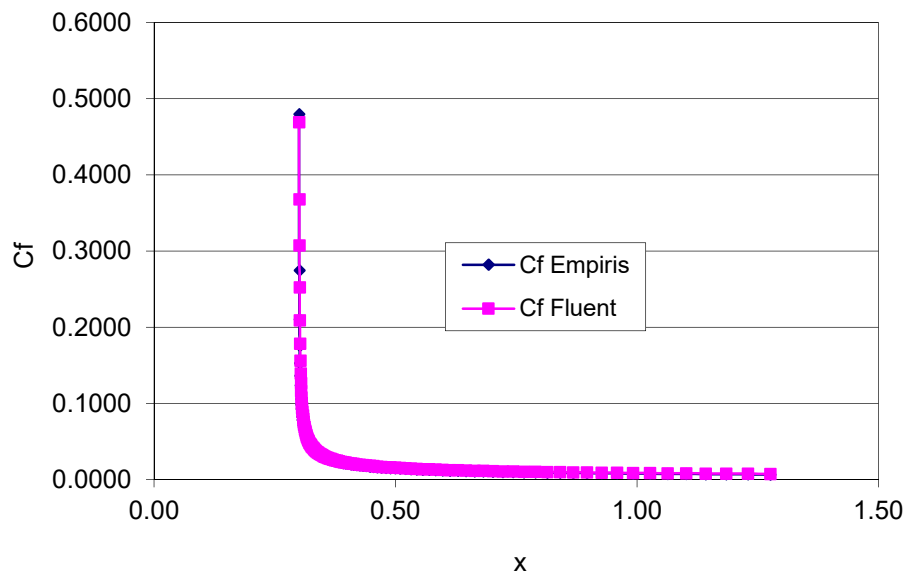
Pada bagian ini akan disajikan hasil dari simulasi yang berupa profil kecepatan, *Nuselt number* dan juga distribusi dari *skin friction*. Untuk aliran turbulen (*turbulent boundary layer*) profil kecepatan tidak disajikan karena sangat sedikitnya nodal yang terdapat dalam boundary layer. Untuk profil kecepatan pada beberapa lokasi *streamwise* pada *boundary layer* laminar akan kita bandingkan hasilnya dengan profil kecepatan hasil eksperimen dari Blasius. Sedang untuk distribusi *Nuselt number* dan distribusi *skin friction* akan kita bandingkan dengan hasil perhitungan dengan menggunakan persamaan (4.1) untuk *boundary layer laminar* dan persamaan (4.2) untuk *boundary layer*

turbulen.



Gambar 11. 5 Profil kecepatan pada beberapa lokasi streamwise pada boundary layer laminar

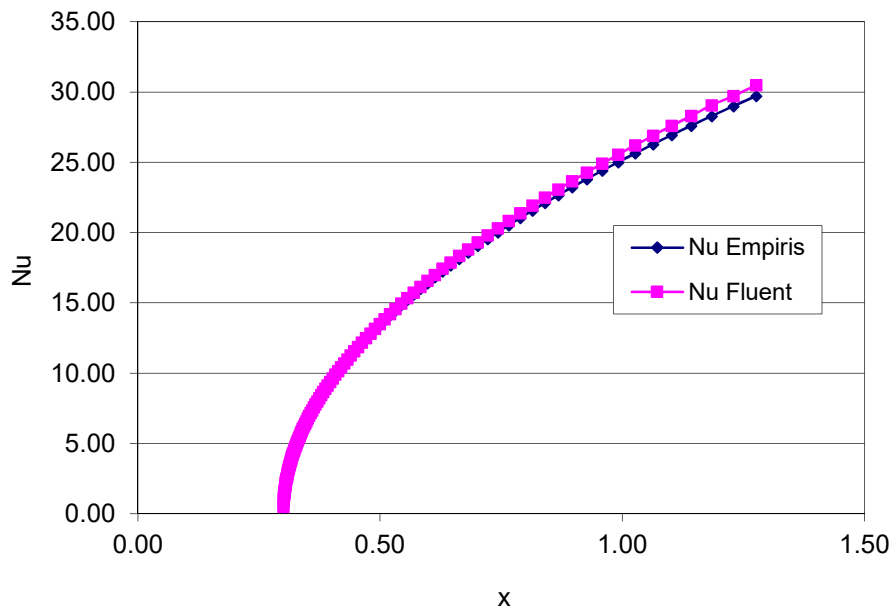
Pada Gambar 11. 5 dapat kita lihat bahwa untuk profil kecepatan pada beberapa lokasi *streamwise* untuk *boundary layer laminar* hampir menyerupai dengan profil kecepatan hasil eksperimen dari Blasius. Perbedaan yang terjadi pada $x = 0.05\text{m}$ karena pada daerah itu terjadi pengaruh perubahan secara tiba-tiba pada profil kecepatan sehingga besar kemungkinan terjadi kesalahan prediksi oleh Fluent 5.4. Sedangkan pada $x = 0.4$, $x = 0.7$ dan $x = 1\text{m}$ terlihat perbedaan yang terjadi semakin membesar karena kesalahan perhitungan pada daerah sebelumnya (dekat *leading edge*) dan juga karena jumlah grid pada daerah ini semakin mendekati *downstream* semakin merenggang, hal ini menyebabkan akurasi di dalam perhitungan menjadi berkurang. Disamping itu, perbedaan yang terjadi bisa disebabkan karena perbedaan kekasaran permukaan plat yang digunakan Blasius pada saat melakukan eksperimen dengan kekasaran permukaan plat pada simulasi ini. Kekasaran permukaan plat dalam simulasi ini di set nol, sedangkan kekasaran permukaan plat yang digunakan oleh Blasius tidak diketahui.



Gambar 11. 6 Distribusi skin friction pada boundary layer laminar

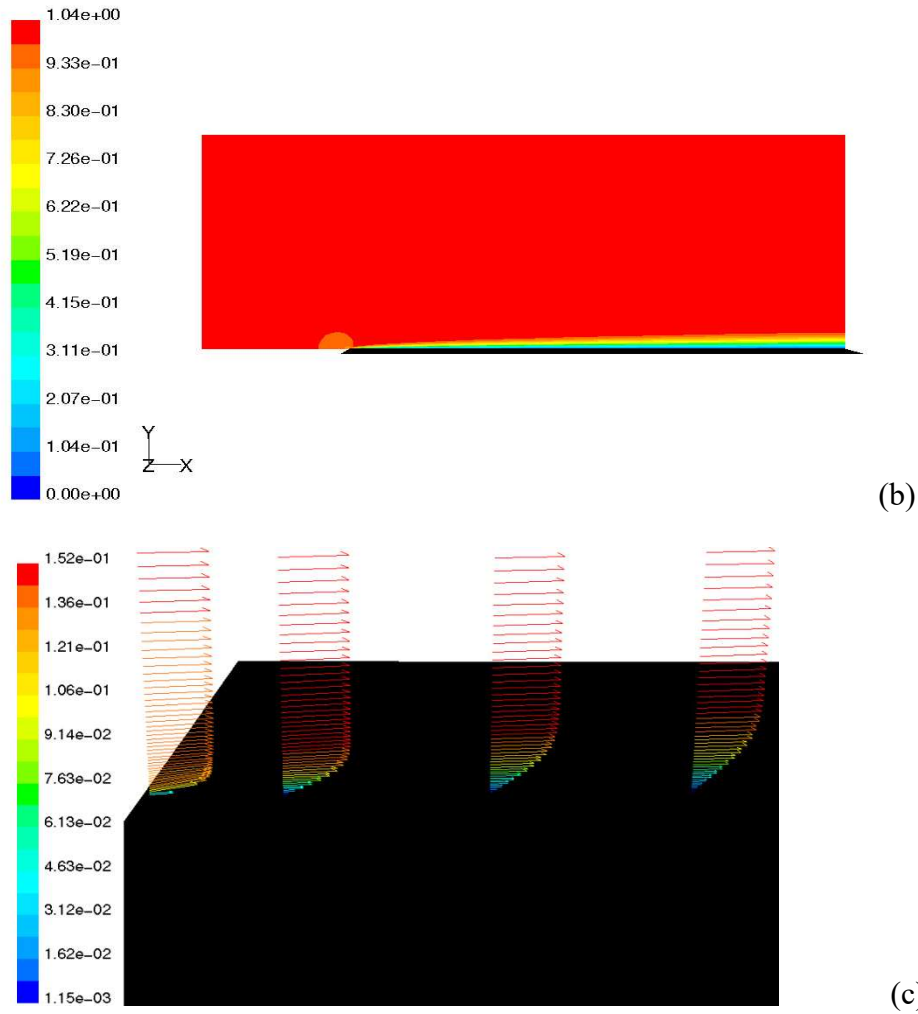
Untuk distribusi dari *skin friction* pada *lapisan batas laminar* juga menunjukkan hasil yang sangat bagus , dimana dapat kita lihat bahwa hasil yang diperoleh sesuai dengan hasil dari perhitungan empiris. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan software dalam memprediksikan kecepatan sangatlah bagus.

Untuk distribusi dari *Nuselt number* pada aliran laminar dapat kita lihat (Gambar 11. 7) , dapat kita lihat bahwa terjadi sedikit perbedaan antara hasil perhitungan numerik software dengan hasil perhitungan secara empirik. Hal ini bisa disebabkan karena kesalahan di dalam memprediksikan temperatur di dalam proses iterasi. Secara keseluruhan dapat kita simpulkan bahwa kemampuan Fluent 5.4 dalam mensimulasikan aliran laminar di dekat dinding adalah 98% mendekati keadaan sesungguhnya.

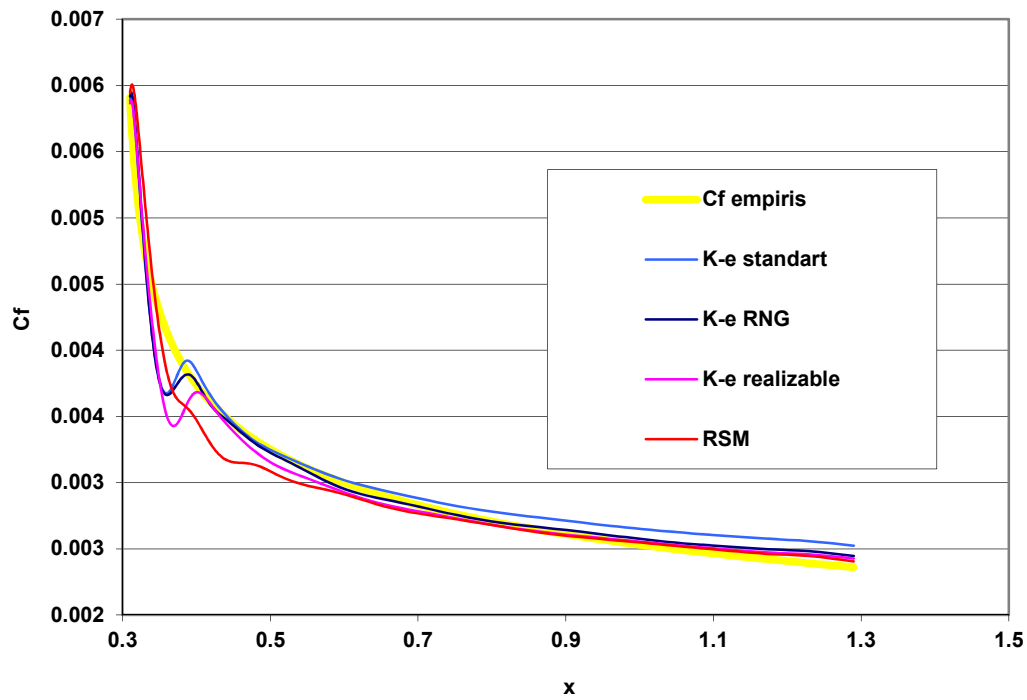


Gambar 11. 7 Distribusi Nuselt number pada lapisan batas laminar

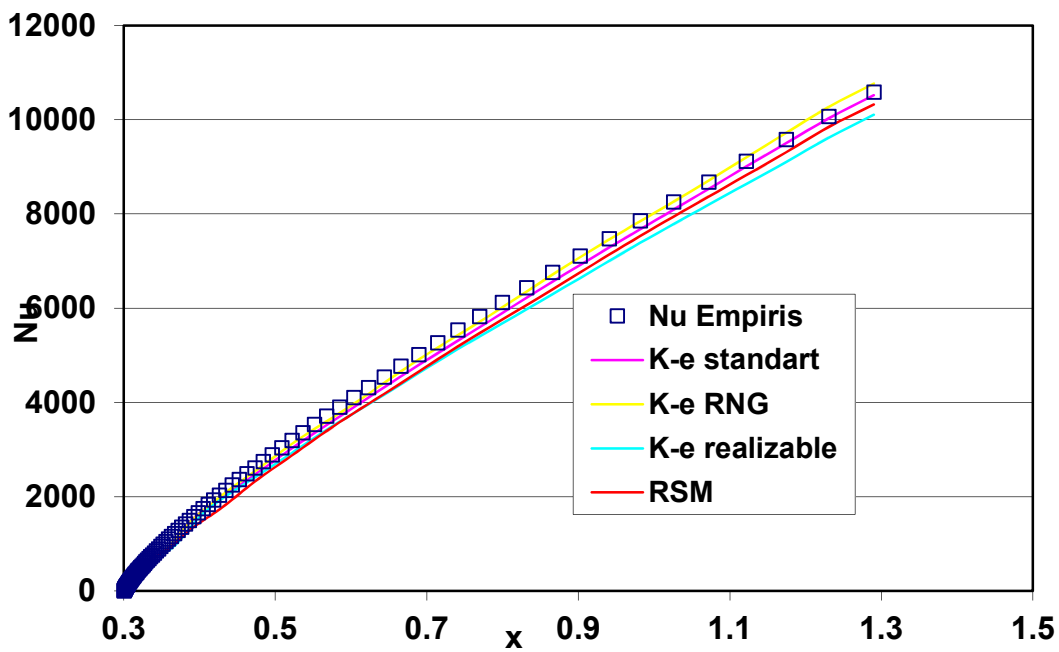




Gambar 11. 8 (a) kontur tekanan statik ; (b) kontur kecepatan ;(c) vector kecepatan pada lapisan batas laminar

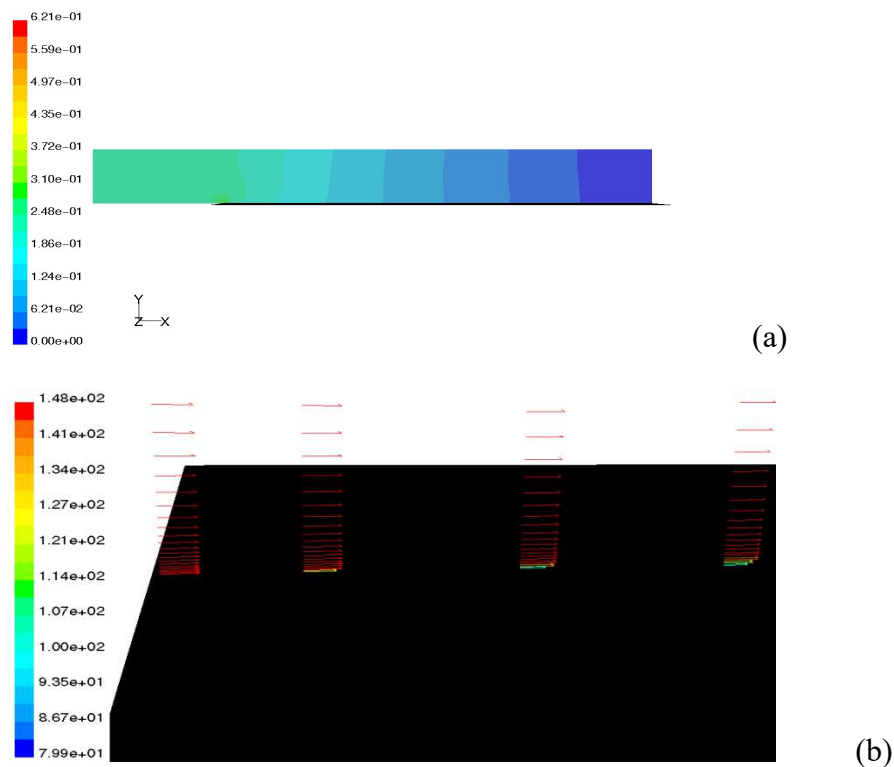


Gambar 11. 9 Distribusi dari skin friction pada lapisan batas turbulen



Gambar 11. 10 Distribusi Nuselt number pada lapisan batas turbulen

Gambar 11. 9 menunjukkan perbandingan distribusi *skin friction* dan *Nuselt number* (Gambar 11. 10) *lapisan batas turbulen* sepanjang flat hasil perhitungan dengan berbagai pemodelan turbulensi pada Fluent 5.4 dengan hasil dari perhitungan secara empirik. Sedikit perbedaan terjadi karena adanya kesalahan pemrediksian kecepatan dan temperatur karena pengaruh dari perubahan secara tiba-tiba pada daerah *leading edge* , hal ini sangat berpengaruh sekali pada proses pemrediksian selanjutnya sampai ke daerah *down stream*. Dapat dilihat bahwa dari masing-masing pemodelan turbulensi memiliki hasil yang berbeda-beda pula , hal ini disebabkan proses perhitungan dari viskositas turbulen masing-masing pemodelan yang berbeda antara satu dengan yang lainnya. Secara keseluruhan dapat kita simpulkan bahwa kemampuan Fluent 5.4 dalam mensimulasikan aliran turbulen di dekat dinding adalah 98 % mendekati kebenaran.



Gambar 11. 11 Kontur tekanan statik (b) vector kecepatan pada lapisan batas turbulen

11.2. Aliran melalui sudden expansion

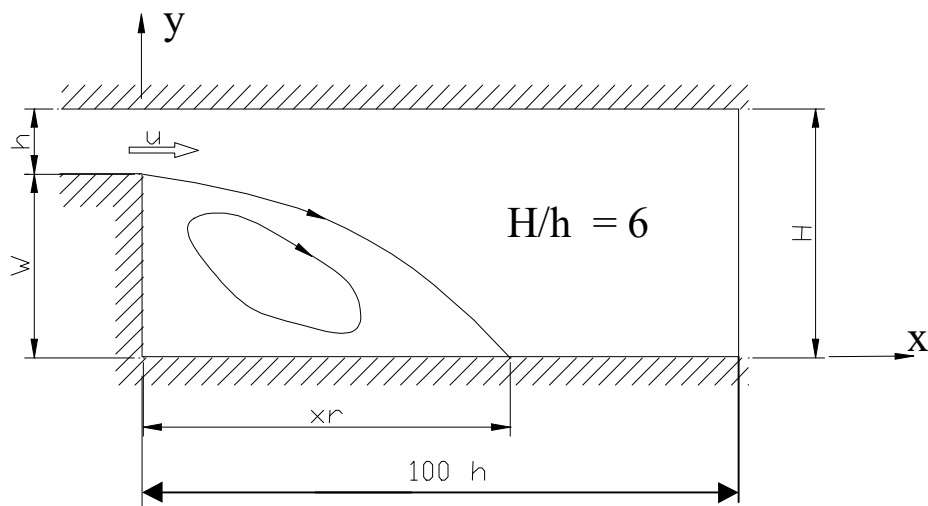
Pemodelan turbulensi dua-persamaan lebih sering dipakai daripada pemodelan satu-persamaan, karena dapat diaplikasikan pada berbagai konfigurasi aliran tanpa harus merubah seting nilai *closure coefficient*. Selain itu, pemodelan turbulensi dua-persamaan memerlukan komputasi yang lebih rendah bila dibandingkan dengan pemodelan *Large Eddy Simulations*. Akan tetapi pemodelan turbulensi dua-persamaan memiliki akurasi yang rendah untuk turbulensi aliran yang bersifat tidak homogen (*anisotropic turbulence*). Salah satu konfigurasi yang memiliki turbulensi tidak homogen adalah aliran melewati *sudden expansion* (Wilcox, 1993). Peng, dkk. (1997) juga menggunakan konfigurasi ini untuk memvalidasi pemodelan turbulensi baru, model $k-\omega$ untuk bilangan Reynolds rendah.

11.2.1. Fenomena fisik

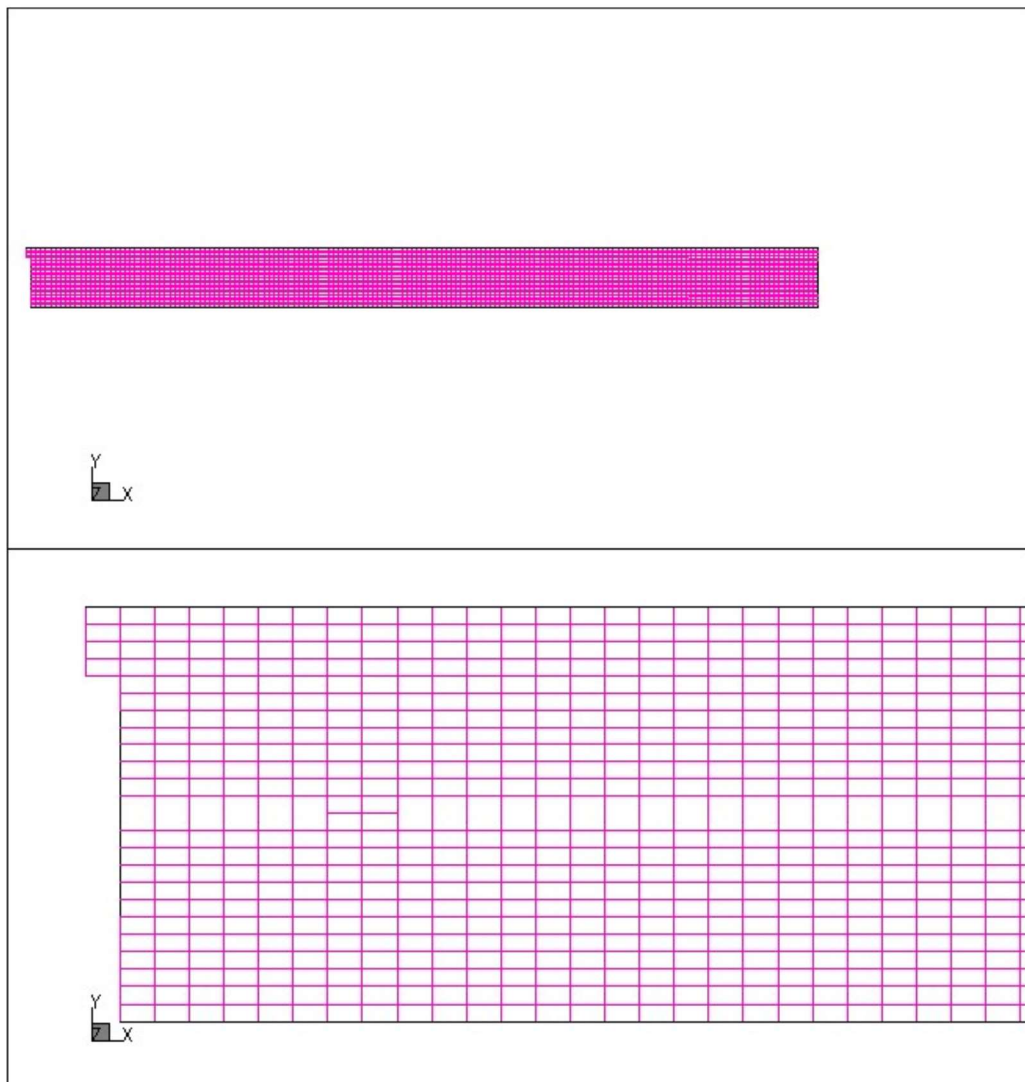
Di dalam *sudden expansion*, aliran mengalami separasi dan kembali normal (*reattachment*) setelah bergerak pada jarak tertentu (Gambar 11. 12). Panjang *reattachment*, koefisien gesek (*skin friction*) sepanjang aliran terseparasi, distribusi energi kinetik turbulensi (k) dan profil kecepatan sepanjang lintasan dipergunakan untuk memvalidasi kemampuan pemodelan turbulensi. Umumnya pemodelan $k-\omega$ memiliki kemampuan yang lebih baik dalam memprediksi panjang *reattachment* dan distribusi kecepatan, jika dibandingkan dengan model $k-\varepsilon$ (Wilcox, 1993). Tetapi pemodelan $k-\varepsilon$ dan $k-\omega$ menghasilkan prediksi energi kinetik turbulensi yang jauh lebih besar dari hasil eksperimen (Peng, et al. 1997). Hal ini disebabkan oleh karakteristik aliran yang memiliki *adverse pressure gradient* yang sangat kuat.

11.2.2. Pemodelan aliran

Domain simulasi untuk aliran melalui *sudden expansion*, dibuat sama seperti simulasi yang telah dilakukan oleh Peng dkk. (1997). Rasio ekspansi antara inlet dan outlet sebesar enam (6), dan bilangan Reynolds berbasis tinggi inlet sebesar 5050. Panjang domain sebesar seratus kali tinggi inlet. Gambar 11. 12 menampilkan pola aliran dan ukuran dari domain yang disimulasikan. Gambar 11. 13 menunjukkan struktur grid untuk simulasi. Tiga buah pemodelan turbulensi k- ϵ (Sharma-Lauder, Kato dan RNG) dipergunakan. Hasil simulasi dibandingkan dengan hasil eksperimen Restivo (1979) and simulasi oleh Peng dkk. (1997) yang menggunakan pemodelan turbulensi k- ω .



Gambar 11. 12 Pola aliran melalui *sudden expansion*



Gambar 11. 13 Struktur grid untuk aliran melalui *sudden expansion* (Ikhwan, 2000)

11.2.3. Hasil simulasi

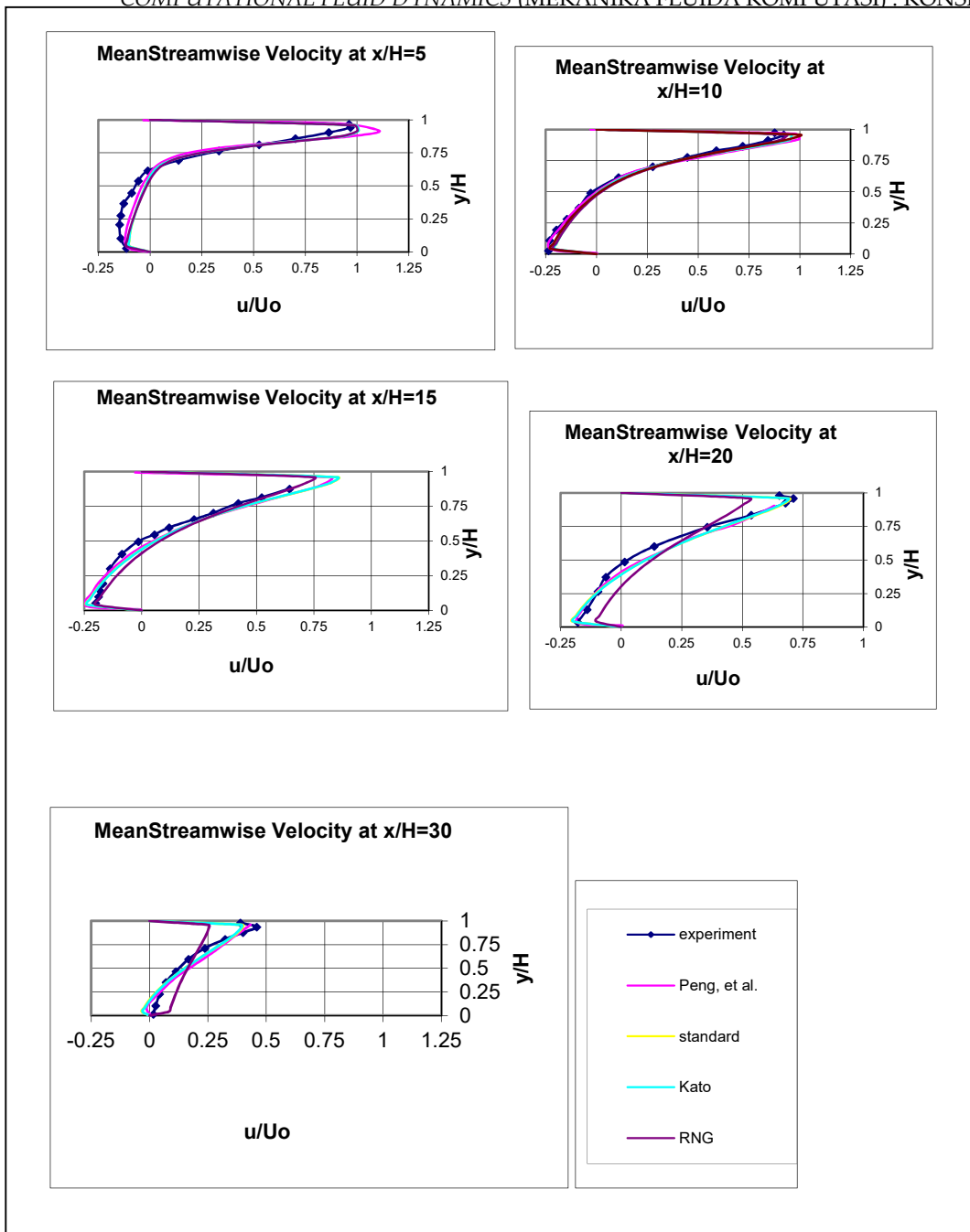
Estimasi panjang *reattachment* (lokasi akhir dari separasi) disajikan di Tabel 11. 2. Estimasi Peng 4 persen lebih besar dari eksperimen. Diantara ketiga versi pemodelan k- ϵ , pemodelan standar memberikan estimasi yang paling baik dengan kesalahan sebesar dua persen. Model Kato menyimpang (*overestimasi*) sebesar tujuh persen dan model RNG menyimpang (*underestimasi*) sebesar delapan persen. Secara umum, penyimpangan yan terjadi relatif kecil karena lebih kecil dari 10%.

Tabel 11. 2 Perbandingan estimasi panjang *reattachment*

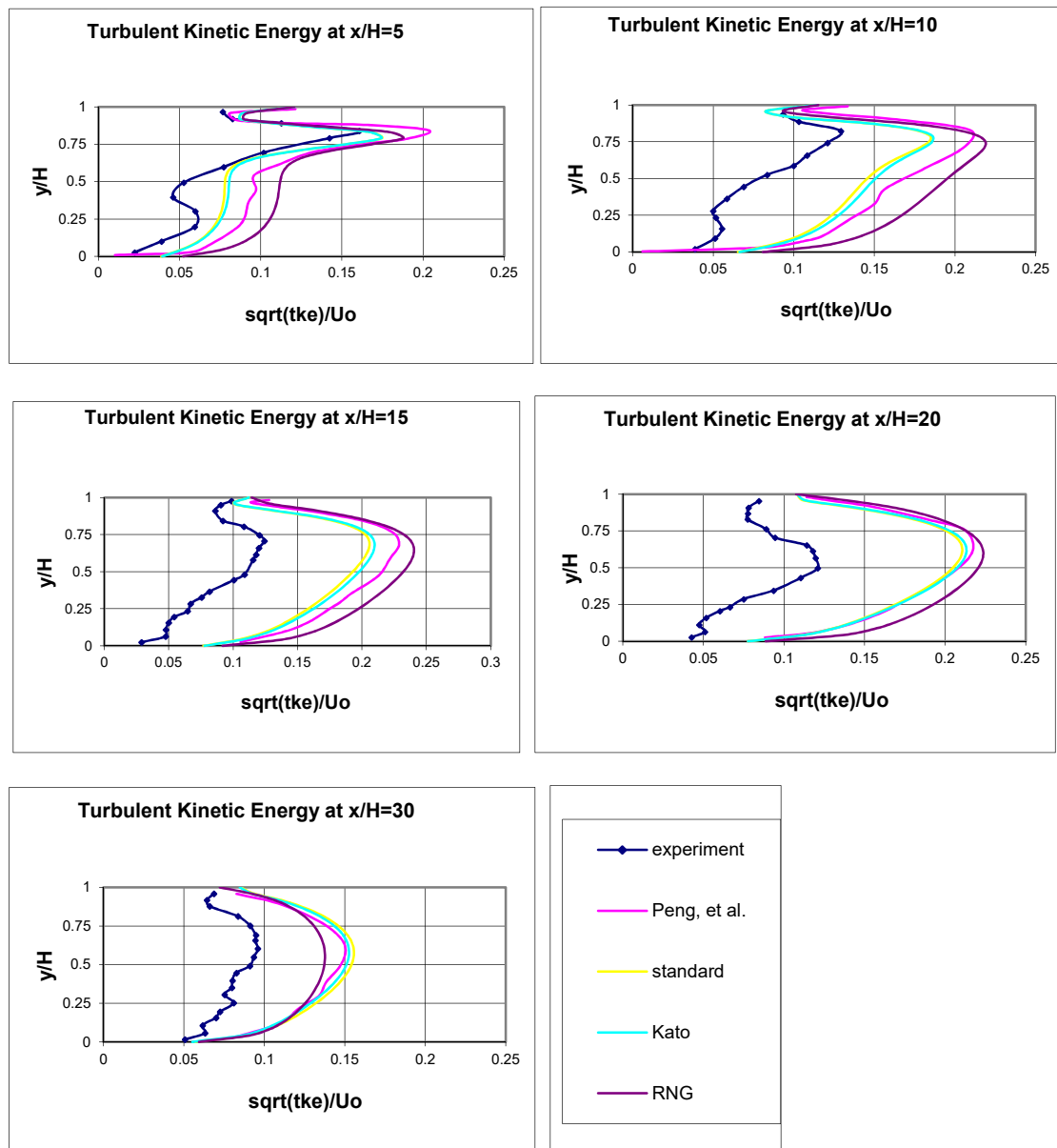
No.	Hasil	Panjang Reattachment
1	Eksperimen (Restivo, 1979)	6.12 W
2	Peng dkk. (1997)	6.4 W
3	Standard model	6.2 W
4	Kato model	6.6 W
5	RNG model	5 W

Jika diamati secara lebih detail, penyimpangan estimasi panjang reattachment disebabkan oleh penyimpangan profil kecepatan yang terjadi pada domain aliran. Gambar 11. 14 menampilkan profile kecepatan model turbulensi. Jika dibandingkan dengan eksperimen, hampir semua model mampu memprediksi kecepatan mendekati eksperimen, kecuali model RNG yang terlambat memprediksi reattachment dan Peng yang memprediksi terlalu besar.

Tidak seperti prediksi kecepatan, prediksi energi kinetik turbulensi memiliki nilai yang jauh lebih besar dari nilai eksperimen. Besarnya nilai penyimpangan yang terjadi, disebabkan oleh geometri aliran yang memiliki rasio ekspansi yang besar ($H/h=6$). Rasio ekspansi yang besar menyebabkan timbulnya adverse pressure gradient yang besar dan menyebabkan turbulensi bersifat tidak homogen (*anisotropic turbulence*). *Anisotropic turbulence* memang menjadi kelemahan dari semua pemodelan turbulensi dua-persamaan (semua model $k-\epsilon$ dan $k-\omega$). Lebih jauh lagi, penyimpangan nilai energi kinetik turbulensi dapat menyebabkan penyimpangan prediksi perpindahan panas karena energi kinetik turbulensi berhubungan dengan temperatur fluktuasi di persamaan perpindahan panas turbulen.



Gambar 11.14 Profil kecepatan utama pada beberapa lokasi sekitar reattachment $x/H=5, 10, 15, 20$ dan 30 (Ikhwan, 2000).

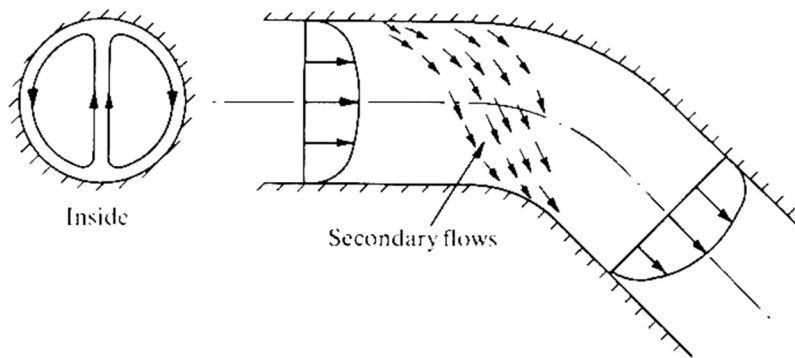


Gambar 11. 15 Profil energi kinetik turbulen pada beberapa lokasi sekitar reattachment $x/H=5, 10, 15, 20$ dan 30 (Ikhwan, 2000).

11.3. Aliran sekunder pada saluran persegi panjang (ducting)

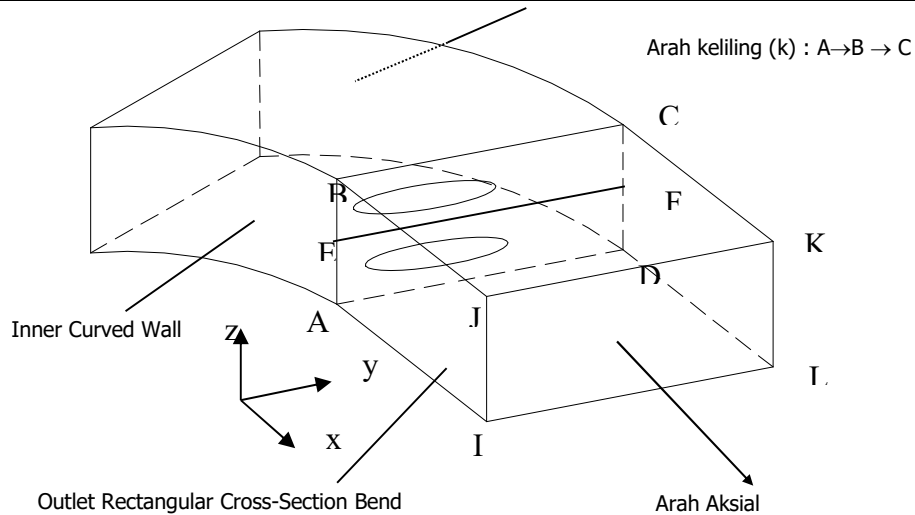
11.3.1. Fenomena fisik

Aliran sekunder (*secondary flow*) dapat kita jumpai pada *exit rectangular cross-section bend*. Untuk aliran yang melalui *bend* yang berpenampang lingkaran, terbentuknya vortisitas sekunder ini terjadi karena adanya suatu gaya sentrifugal sehingga menyebabkan terjadinya dua *cell vortex* yang simetris. Sedangkan aliran yang melalui *rectangular bend* terjadinya aliran sekunder selain disebabkan oleh adanya gaya sentrifugal juga disebabkan oleh interaksi dari *lapisan batas* dinding radius luar dan *lapisan batas* dinding radius dalam dengan *wall boundary layer*.



Gambar 11. 16 Dua Cell Vortex yang Simetris pada Circular Bend

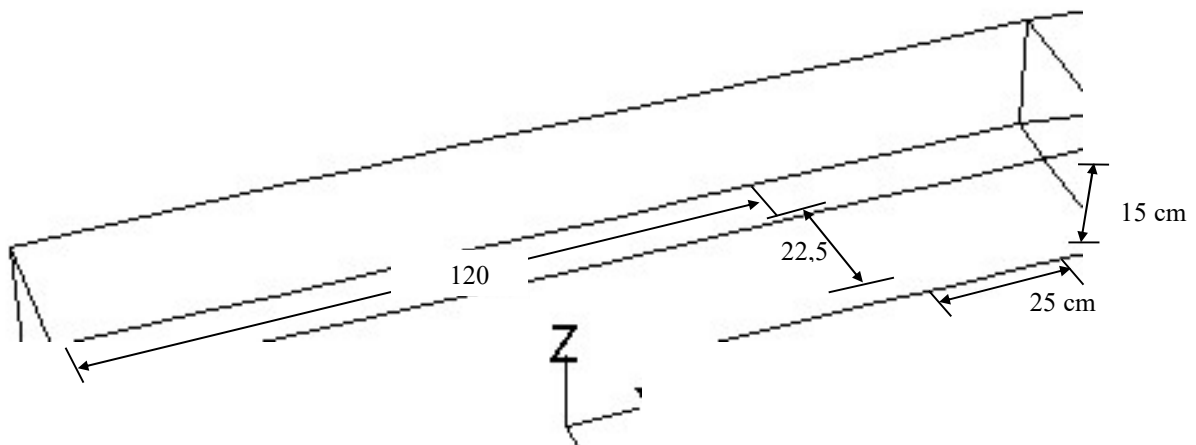
Dari penelitian yang telah dilakukan oleh Hartono (1999) terlihat bahwa suatu aliran dengan kecepatan tidak uniform melalui *rectangular cross-section bend* akan menimbulkan aliran sekunder pada *exit bend* dengan dua buah cell vortex yang simetris. Pola distribusi aliran sekunder dapat digambarkan secara skematis sebagai berikut :



Gambar 11. 17 Skema Distribusi Aliran Sekunder (Hartono, 1999)

11.3.2. Pemodelan aliran

simulasi pada *rectangular bend* ini menggunakan diskretization dengan *pressure-velocity coupling* SIMPLEC dan menggunakan model turbulensi Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$, $k-\omega$, dan Reynolds Stress Model (RSM). Wall function yang digunakan adalah Non-Equilibrium Wall Function. Geometri benda kerja yang sama dengan geometri benda kerja yang digunakan pada eksperimen (Hartono, 1999) seperti pada gambar dibawah ini.



Gambar 11. 18 Geometri Rectangular Bend 90° (Hartono, 1999)

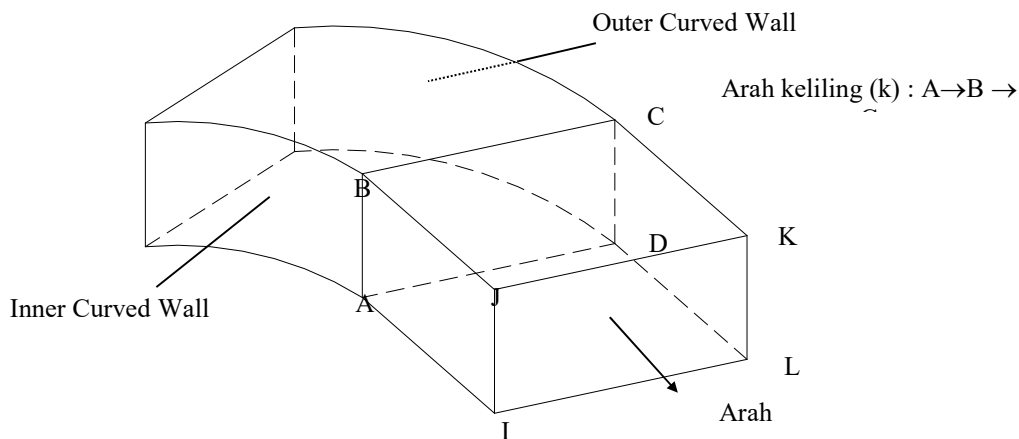
Panjang inlet (L) = 120 cm, panjang pitch (W) = 25 cm, panjang span (b) = 15 cm, pada sisi keluaran panjang ke arah axial (x) = 22,5 cm dan sudut defleksi bend (α) = 90° . Properti aliran fluida yang digunakan : udara dengan massa jenis (ρ) = $1,225 \text{ kg/m}^3$, viskositas (μ) = $1.7894\text{e-}05 \text{ kg/m.s}$.

Meshing yang digunakan adalah dengan hexahedral dengan jumlah 109.306 node. Syarat batas pada model adalah pada sisi inlet menggunakan pressure inlet dengan kondisi awal tekanan atmosfer, pada sisi outlet menggunakan pressure outlet dengan tekanan -280 pascal.

11.3.3. Hasil simulasi

a) Hasil Simulasi Tekanan Statis Dinding

Daerah yang akan dianalisa pada *exit rectangular cross section- bend* untuk tekanan statis dinding akan dilakukan pada bidang ABJI dan bidang BCKJ seperti yang digambarkan pada gambar dibawah ini :



Gambar 11. 19 Daerah Analisa Tekanan Statis Dinding Outlet Rectangular Bend

45⁰

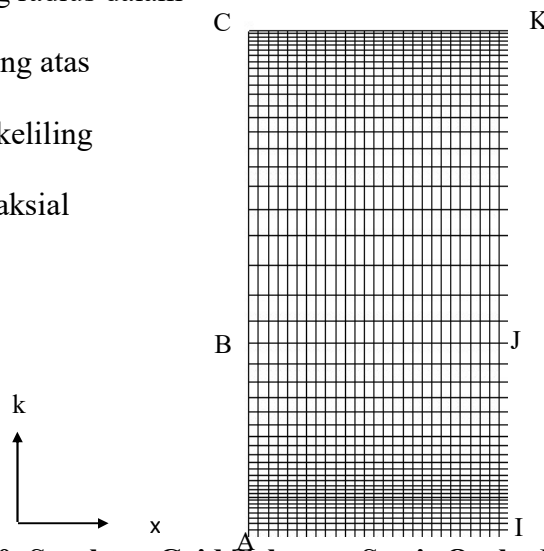
Sehingga struktur grid pada daerah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :

AB = dinding radius dalam

BC = dinding atas

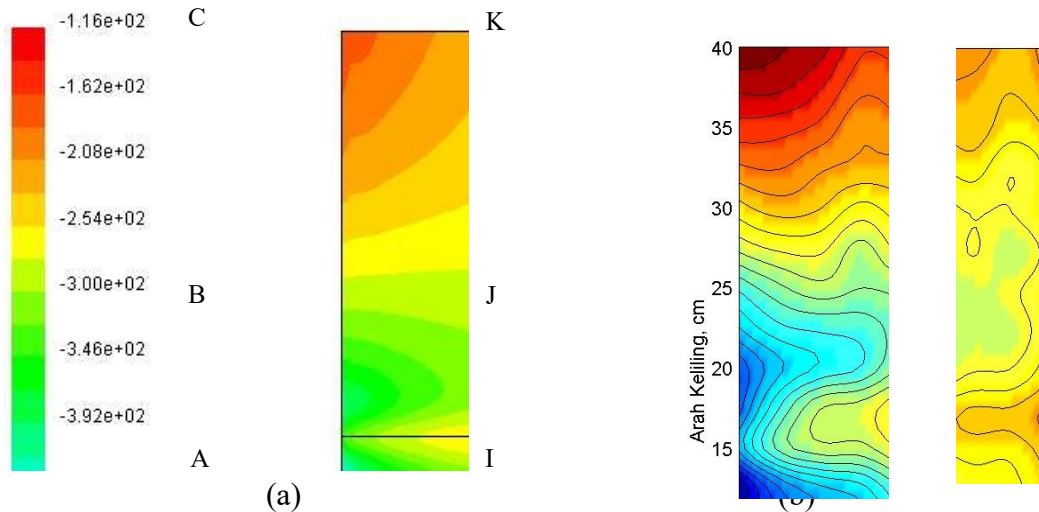
k = arah keliling

x = arah aksial



Gambar 11. 20 Struktur Grid Tekanan Statis Outlet Rectangular Bend 45°

Dari hasil simulasi dan eksperimen dapat diperoleh *contour isobar* dinding *exit rectangular bend* seperti pada gambar dibawah ini:



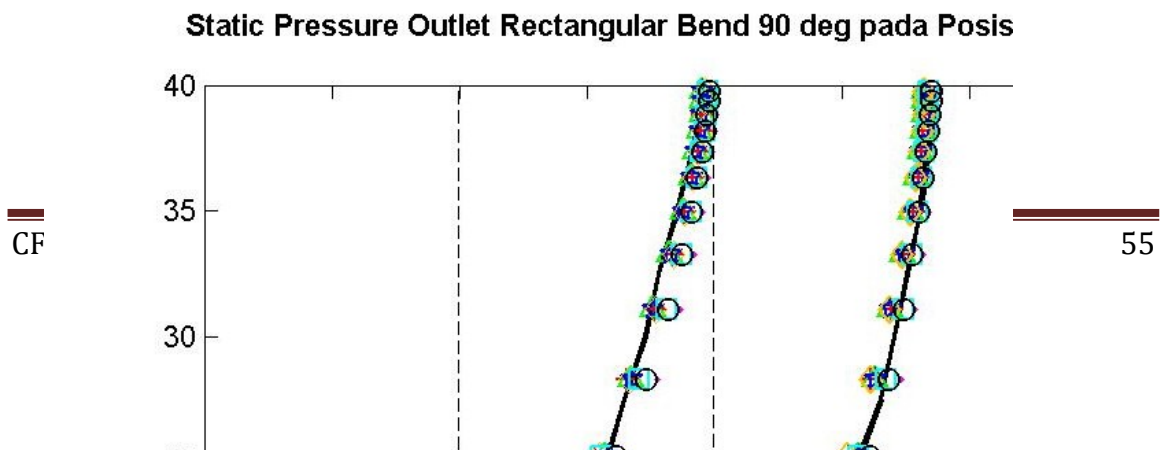
Gambar 11. 21 Contour Isobar pada Dinding Outlet Rectangular Cross Section Bend 90° (a) Simulasi Fluent (b) Eksperimen (Tricahyono, 2003)

Seperti pada hasil simulasi tekanan statis *rectangular bend* 45°, tekanan statis pada Gambar 11. 21 diatas juga menunjukkan adanya perbedaan tekanan statis dinding

yang besar antara daerah dinding radius dalam dan dinding radius luar yang disebabkan oleh pembelokan aliran oleh *bend*. Daerah dekat dinding radius dalam pada *exit rectangular cross section bend* memiliki tekanan statis dinding paling kecil sedangkan daerah dekat dinding radius luar merupakan daerah bertekanan statis paling besar.

Bila kita amati pada daerah ABJI terlihat adanya pola tonjolan yang tajam , ini mengindikasikan terjadinya vortex yang kuat di daerah tersebut. Bila kita bandingkan dengan kontur isobar pada *rectangular bend 45°*, intensitas vortex pada *rectangular bend 45°* tidak terlalu besar bila dibandingkan dengan *rectangular bend 90°* . Pada arah aksial $x = 0$ (garis C-B-A) tekanan statisnya tampak bervariasi yang ditunjukkan dengan adanya semua warna colorbar, hal ini mengindikasikan adanya vortex yang kuat begitu juga pada arah aksial sekitar $x = 22,5$ cm (garis K-J-I), tekanan statisnya masih bervariasi sehingga pada daerah ini masih terdapat vortex yang kuat.

Prediksi tekanan statis dinding *outlet rectangular bend* untuk berbagai macam pemodelan turbulensi ditunjukkan dengan grafik tekanan statis pada posisi arah aksial $x = 5$ cm, $x = 10$ cm dan $x = 20$ cm sebagai berikut :



Gambar 11. 22 Prediksi Tekanan Statis Dinding Outlet Rectangular Bend 90⁰ Menggunakan Berbagai Macam Pemodelan Turbulensi (Tricahyono, 2003)

Bila kita bandingkan grafik 4.5 diatas dengan grafik 4.1 yaitu grafik tekanan statis dinding *rectangular bend* 45⁰ maka terlihat bahwa hasil prediksi tekanan statis pada grafik diatas memperlihatkan hasil yang kurang akurat dibandingkan dengan hasil prediksi pada grafik 4.1. Hal ini disebabkan karena pada *rectangular bend* 90⁰, aliran sekunder yang terjadi lebih besar dibandingkan pada *rectangular bend* 45⁰ sehingga aliran turbulensinya bersifat *anisotropy*. Oleh karena itu pemodelan turbulensinya kurang dapat memprediksi dengan baik.

Pada tabel dibawah ini diberikan persentase error masing-masing pemodelan turbulensi sebagai pembanding terhadap hasil eksperimen. Contoh error yang diambil sebagai pembanding terhadap eksperimen disini adalah error data pada posisi arah aksial $x = 5$ cm.

Tabel 11. 1 Error dalam Memprediksi Tekanan Statis Rectangular Bend 90⁰ pada Masing-masing Pemodelan Turbulensi (Tricahyono, 2003)

1

COMPUTASI

h = 15

C

AB = dinding

radius dalam

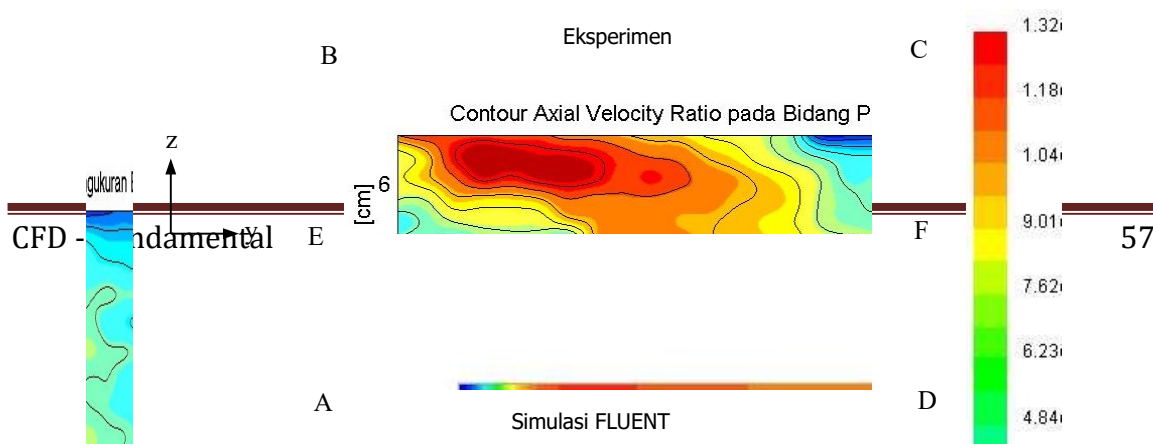
KOMPUTASI-KONSEP

No	Hasil Eksperimen / Simulasi	% Error
1	Eksperimen (Wartono, 1999)	---
2	Spalart-Allmaras	6,81
3	k-ε Standart	4,87
4	k-ε RNG	8,65
5	k-ε Realizable	4,66
6	k-ω Standart	6,7
7	k-ω SST	6,38
8	RSM	5

Dari ketujuh pemodelan turbulensi diatas baik Spalart-Allmaras, k-ε Standart, k-ε RNG, k-ε Realizable, k-ω Standart, k-ω SST, dan RSM, pemodelan turbulensi yang baik dalam memprediksi tekanan statis dinding adalah pemodelan k-ε Realizable. Sedangkan pemodelan yang paling tidak akurat adalah pemodelan Spalart-Allmaras.

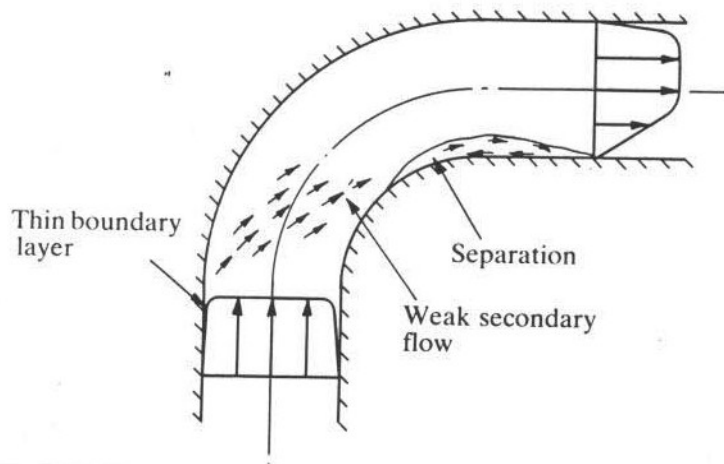
b). HASIL SIMULASI AXIAL VELOCITY RATIO (AVR)

Daerah yang akan dianalisa untuk mendapatkan *axial velocity ratio* adalah daerah sisi keluaran *rectangular bend* . Dari hasil simulasi FLUENT dan eksperimen diperoleh hasil kontur *axial velocity ratio* sebagai berikut :



**Gambar 11. 23 Kontur Axial Velocity Ratio Exit Rectangular Cross-Section Bend
90° (Tricahyono, 2003)**

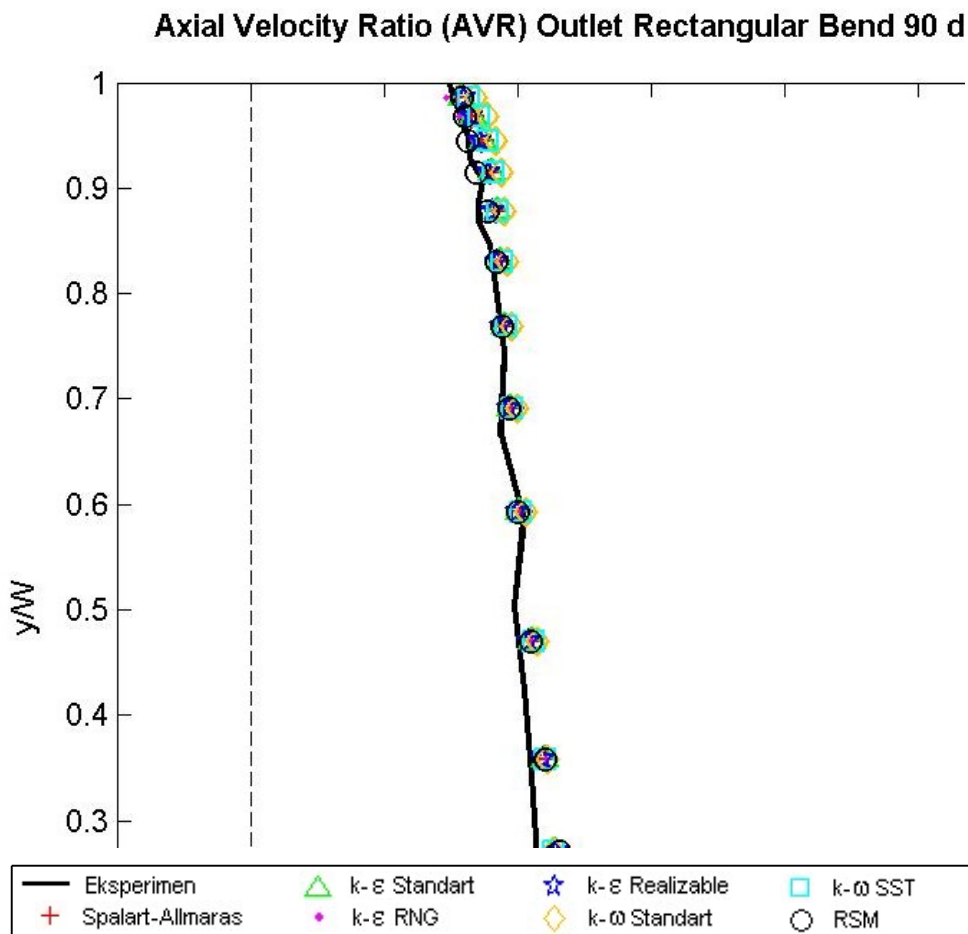
Pada Gambar 11. 23 diatas menunjukkan perbandingan kontur *axial velocity ratio* pada daerah *exit rectangular cross section bend 90°* antara hasil eksperimen dengan hasil simulasi FLUENT. Bila kita bandingkan gambar diatas dengan gambar kontur *axial velocity ratio rectangular bend 45°* (gambar 4.8), pada gambar diatas terlihat adanya *axial velocity ratio* yang sangat rendah pada daerah dinding radius dalam (B-E-A) yang berada ditengah *span* pada sisi dinding radius dalam. Hal ini menunjukkan adanya *blockage effect* yang tinggi didaerah tersebut yang ditandai dengan harga *axial velocity ratio* yang bertanda negatif . *Blockage effect* yang tinggi di daerah dinding radius dalam pada *bend 90°* diakibatkan oleh aliran yang diblokkan secara tiba-tiba untuk mengikuti kontur sehingga aliran tersebut terseparasi. Contoh kasus seperti ini dapat dilihat seperti pada Gambar 11. 24.



Gambar 11. 24 Separasi pada Circular Bend 90°

Keadaan seperti ini berbeda pada *rectangular bend 45°*, karena pada sisi dinding radius dalam dalam *bend 45°* aliran dapat dengan mudah mengikuti kontur sehingga tidak terjadi separasi seperti pada *rectangular bend 90°*. Daerah berkecepatan aksial paling tinggi adalah daerah didekat sudut antara dinding radius dalam dan dinding atas atau dinding bawah serta daerah tengah pitch.

Untuk memprediksi *axial velocity ratio rectangular bend 90°* pada berbagai macam pemodelan turbulensi ditunjukkan pada grafik dibawah ini, dimana hasil yang didapat dibandingkan dengan hasil eksperimen.



**Gambar 11. 25 Prediksi Axial Velocity Ratio Rectangular Bend 90⁰
Menggunakan Berbagai Macam Pemodelan Turbulensi (Tricahyono,
2003)**

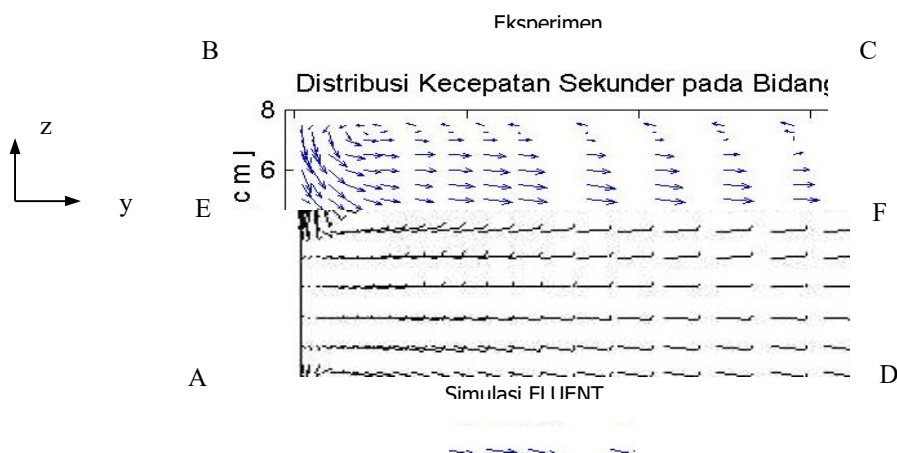
Gambar 11. 25 adalah hasil prediksi rasio kecepatan aksial dari ketujuh pemodelan turbulensi, yaitu: pemodelan Spalart-Allmaras, k-ε Standart, k-ε RNG, k-ε Realizable, k-ω Standart, k-ω SST, dan RSM. Lokasi pengukuran diambil pada posisi arah span $z = 2$ cm dan $z = 5$ cm dimana tengah-tengah span terletak pada posisi $z = 0$ cm.

Dari Gambar 11. 25 untuk $z = 2$ cm, terlihat bahwa daerah yang terjadi *blockage effect* yang tinggi adalah pada daerah sekitar $0 < y/W < 0,1$ atau daerah dekat dinding pada radius dalam, di tengah-tengah span yang ditandai dengan harga *axial velocity ratio* mendekati nol. Pada posisi $z = 5$ cm, *blockage effect* sudah hampir tidak terjadi.

Diantara ketujuh pemodelan turbulensi, pemodelan RSM memberikan hasil prediksi yang paling baik meskipun masih terdapat penyimpangan.

c). Prediksi aliran sekunder

Gambar 11. 26 menunjukkan pola aliran sekunder pada bidang ABCD yang menunjukkan adanya dua buah pusaran simetris di sudut B dan A.

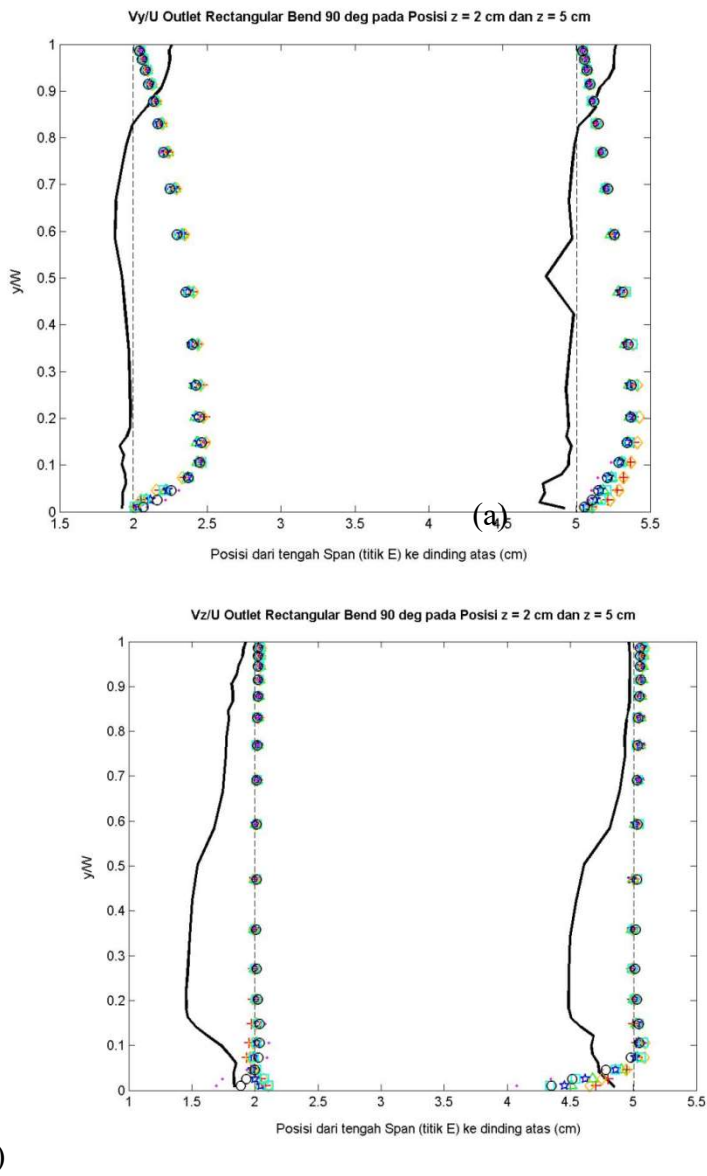


Gambar 11. 26 Distribusi Aliran Sekunder Exit Rectangular Cross-Section

(Tricahyono, 2003)

Daerah tengah *span* merupakan daerah yang jauh dari pusat *vortex* sehingga menunjukkan bahwa pada daerah tengah *span* tidak begitu terpengaruh oleh lapisan batas dinding (dinding atas atau dinding bawah) dengan lapisan batas dinding radius luar dan lapisan batas dinding radius dalam. Hal ini ditunjukkan oleh kecilnya perubahan arah vektor kecepatan. Bila kita bandingkan dengan aliran sekunder pada *rectangular bend 45^o*, pada daerah sudut pertemuan antara dinding bawah (A-D) dan dinding radius dalam (B-E) dapat terlihat bahwa aliran sekunder yang terjadi disini lebih besar dibandingkan dengan aliran sekunder yang terjadi pada *rectangular bend 45^o*, yang ditandai dengan besarnya vektor kecepatan pada arah tangensial.

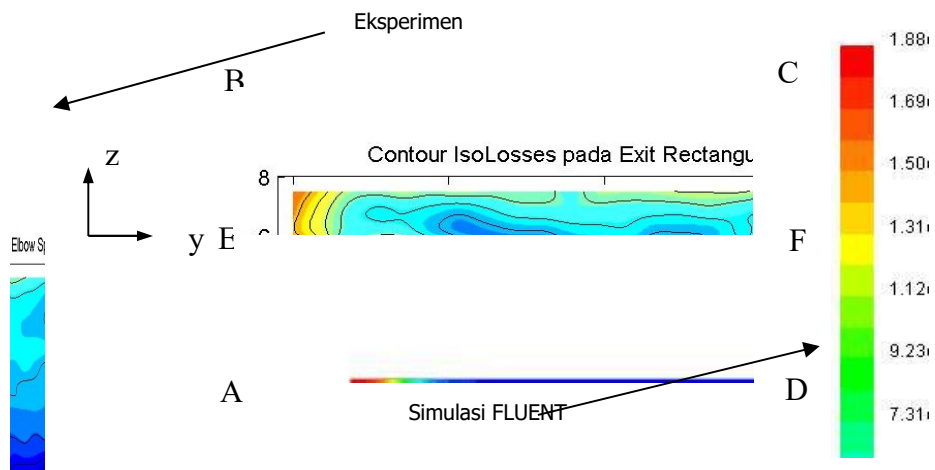
Prediksi kecepatan sekunder kearah horozontal (V_y/U) dan kearah vertikal (V_z/U) sepanjang sumbu horozontal (E-F) disajikan di Gambar 11. 27. Jika dibandingkan dengan hasil eksperimen, prediksi kecepatan oleh semua model turbulensi mengalami penyimpangan yang cukup besar.



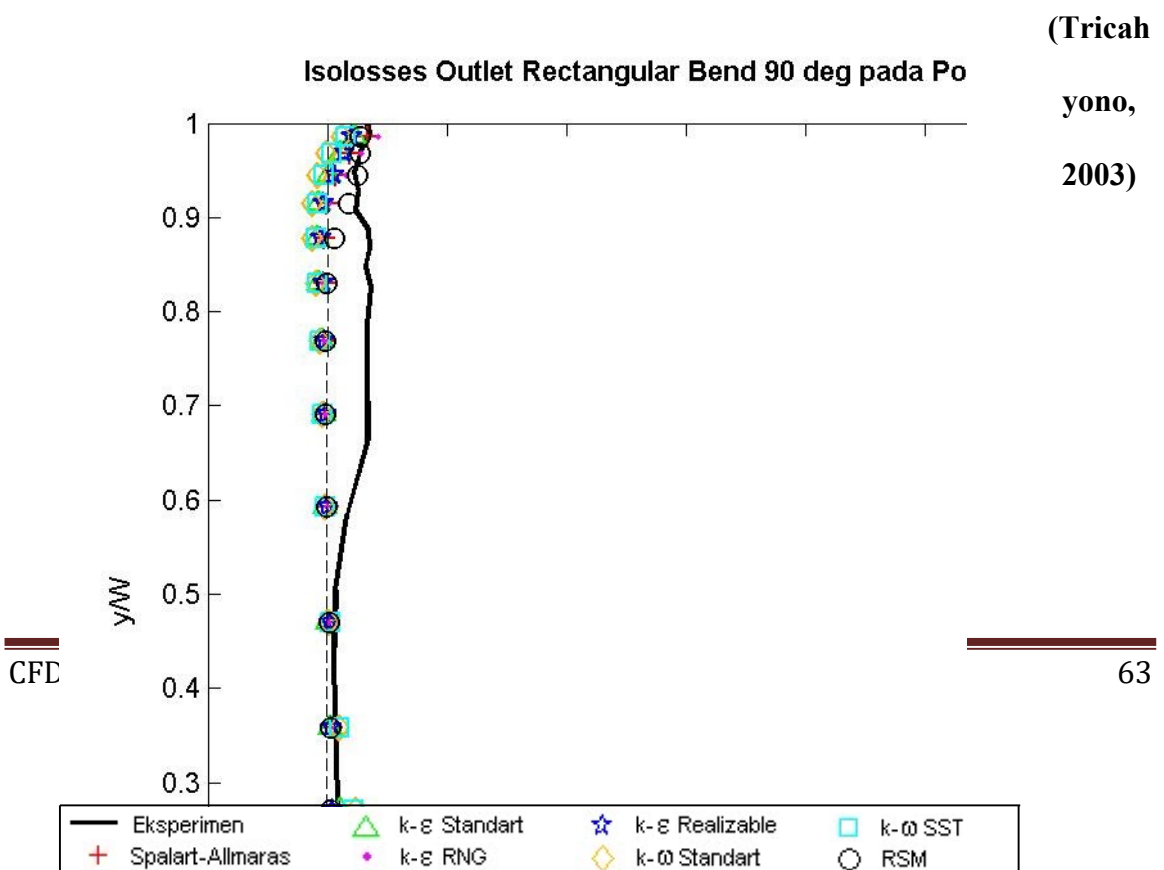
Gambar 11. 27 Prediksi Ratio Kecepatan Arah y (a) dan Arah z (b) pada outlet Rectangular Bend 90⁰ (Tricahyono, 2003)

d). HASIL SIMULASI ISOLOSSES

Daerah pengukuran *isolosses* diambil pada bidang ABCD, dan hasil simulasi yang dibandingkan dengan eksperimen disajikan di Gambar 11. 28. *Losses* (kerugian aliran karena pusaran) terbesar terjadi pada daerah radius dalam. Jika dibandingkan dengan eksperimen, prediksi *isolosses* hasil simulasi dua kali lebih besar. Hal ini disebabkan oleh keterbatasan pemodelan turbulensi dua-persamaan dalam memprediksi aliran sekunder.



Gambar 11. 28 Kontur Isolosses Exit Rectangular Cross-Section Bend 90°



(Tricah
 yono,
 2003)

Prediksi nilai *is*

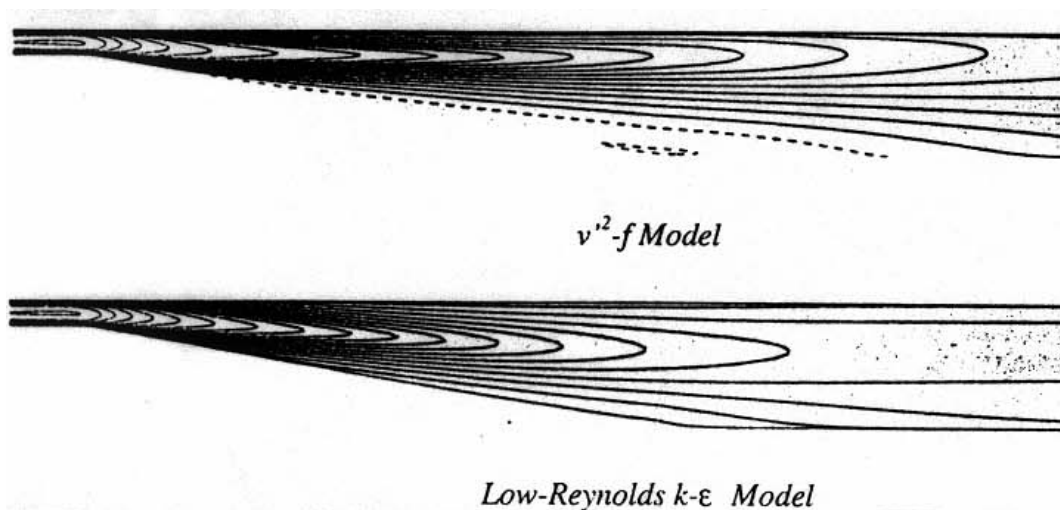
**Gambar 11. 29 Prediksi Isolosses Outlet Rectangular Bend 90⁰ Menggunakan
Berbagai Pemodelan Turbulensi**

11.4. Aliran melalui asymmetric diffuser

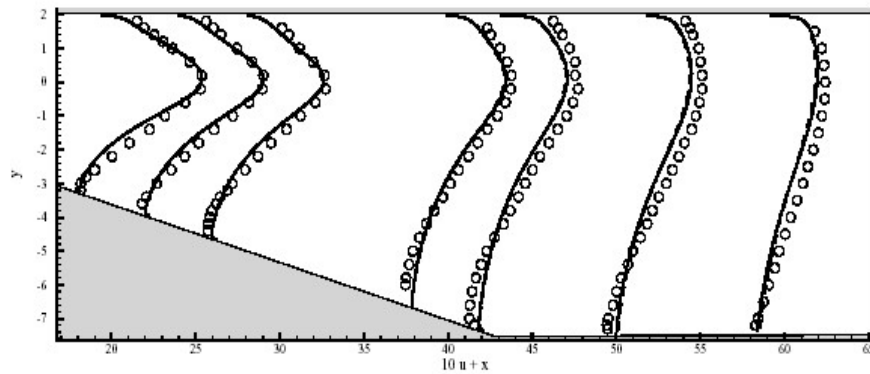
11.4.1. Penelitian terdahulu

Laccarino (2001) melakukan penelitian mengenai timbulnya separasi yang terjadi pada asymmetric plane diffuser dengan menggunakan tiga software komersial CFD yaitu CFX, Fluent dan Star-CD. Model turbulensi yang digunakan adalah $k-\varepsilon$ model sebagai salah satu standar pada semua kode dan juga menggunakan $\overline{v'^2}-f$ model yang diimplementasikan menggunakan User Defined Routines.

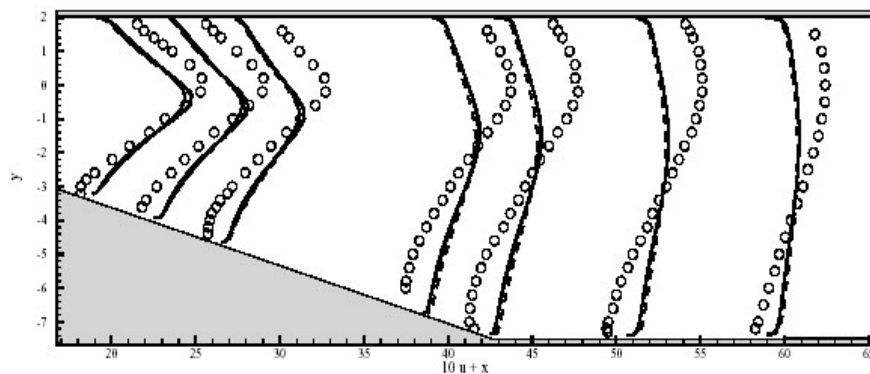
Hasil simulasi menunjukkan bahwa separasi dapat diprediksi lebih baik jika dengan menggunakan $\overline{v'^2}-f$. Hal ini ditunjukkan dengan adanya sirkulasi seperti pada hasil experiment. Simulasi dengan menggunakan $k-\varepsilon$ model tidak dapat menunjukkan terjadinya sirkulasi (Gambar 11. 30).



Gambar 11. 30 Mean streamwise velocity (Laccarino, 2001)



(a)



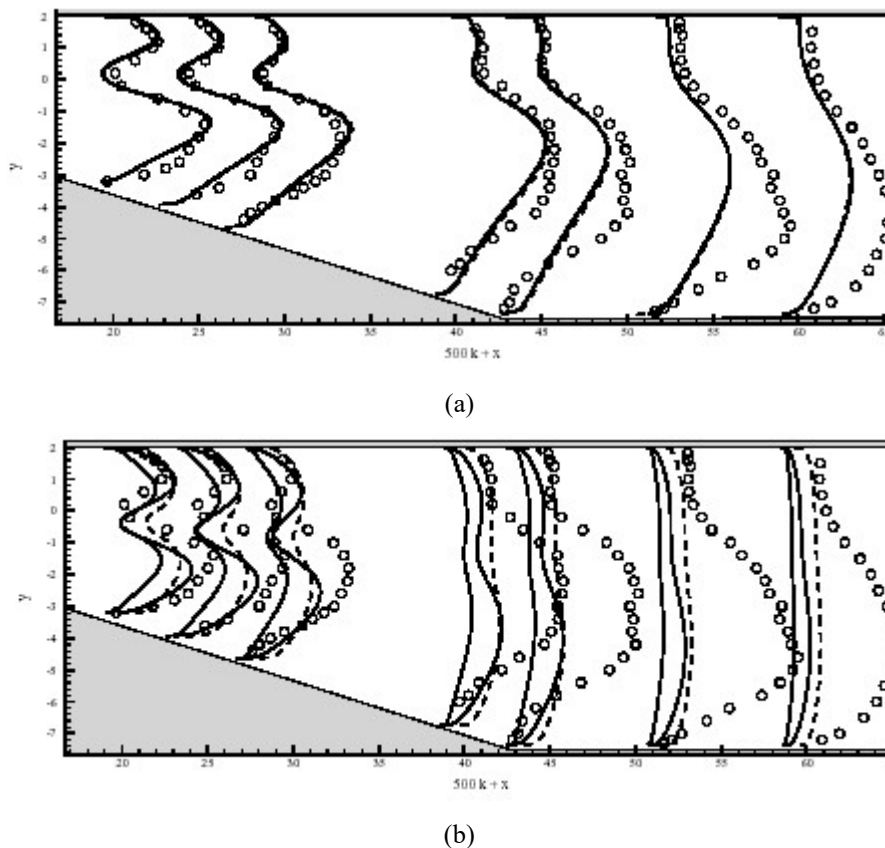
(b)

Gambar 11. 31 Streamwise velocity profile. a): $\overline{v^2} - f$ model, b): Low-Reynolds

**$k - \varepsilon$ model Simbol: \circ Eksperimen, —CFX, ---- Fluent,
Star-CD (Laccarino, 2001)**

Perbandingan *streamwise velocity* antara simulasi dan experiment ditunjukkan oleh Gambar 11. 31. Model $\overline{v^2} - f$ mampu memprediksi *streamwise velocity* secara akurat, sedangkan model $k - \varepsilon$ menunjukkan penyimpangan yang cukup signifikan. Hal ini disebabkan oleh karena model $k - \varepsilon$ tidak mampu untuk memprediksi *adverse pressure gradient* secara akurat. Akibatnya, separasi yang terjadi tidak dapat diprediksi dengan baik. Keunggulan model $\overline{v^2} - f$ dalam memprediksi *adverse pressure gradient* secara

akurat juga menghasilkan prediksi energi kinetik turbulen yang akurat juga (Gambar 11.32).

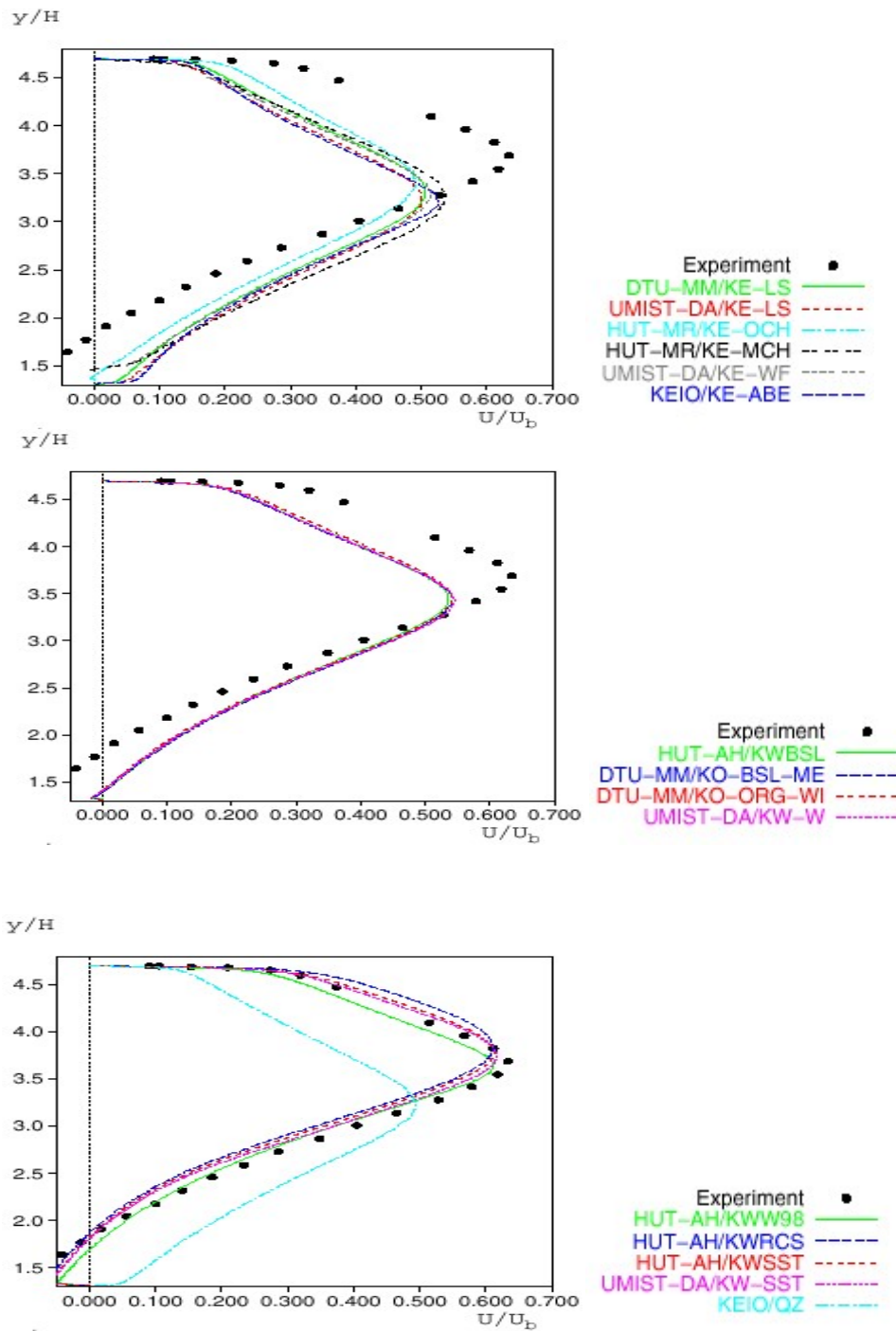


Gambar 11. 32 Profil energi kinetik turbulen. a): $v_2 - f$ model; b): Low-Reynolds $k - \varepsilon$ model Symbols: \circ Experiments, — CFX, ---- Fluent, -.-.- Star-CD (Laccarino, 2001)

Myllerup dan Michelsen (1999) melakukan penelitian tentang aliran pada asymmetric plane diffuser dengan membuat geometri model dengan panjang inlet channel $(x/h) = -110$ dan outlet channel $(x/h) = 74$. Mereka melakukan penelitian dengan menggunakan model $k - \varepsilon$ Launder and Sharma, model $k - \omega$ Wilcox dan juga metode Baseline (BSL). Berbeda dengan mereka, Apsley dan Leschziner (1999) hanya membuat panjang geometri upstream menjadi $-10H$ untuk mendapatkan aliran yang fully developed. Mereka melakukan penelitian dengan menggunakan delapan pemodelan

turbulensi yaitu Launder and Spalding $k-\varepsilon$, Launder and Sharma $k-\varepsilon$, Wilcox $k-\omega$, Menter $k-\omega$, Craft, Launder dan Suga non-linier $k-\varepsilon$, Apsley and Leschziner non linier $k-\varepsilon$, Gibson dan Launder high Re RSM, Jakirlic and Hanjalic RSM.

Penelitian yang dilakukan oleh Apsley dan Leschziner (1999) dengan menggunakan model $k-\varepsilon$ dan model $k-\omega$ ternyata juga memberikan hasil yang belum bagus. Hal ini dapat ditunjukkan pada Gambar 11. 33 ($x/H = 13,56$ dan 68) dimana pada gambar ini terlihat adanya penyimpangan yang cukup significant oleh semua model $k-\varepsilon$ dan $k-\omega$.



Gambar 11. 33 Streamwise velocity profiles pada lokasi $x/H =$ a) 13, b)56 dan c)68 (Apsley dan Leschziner, 1999)

Eksperimen mengenai aliran vortex pada diffuser rectangular telah dilakukan juga oleh Hertanto (1999) . Dalam eksperimen tersebut dilakukan analisis mengenai vortex yang terjadi pada penampang saluran keluar diffuser rectangular dengan variasi

sudut buka diffuser (θ) 30° dan 60° . Penelitian ini dilakukan pada diffuser rectangular dengan kondisi sebagai berikut :

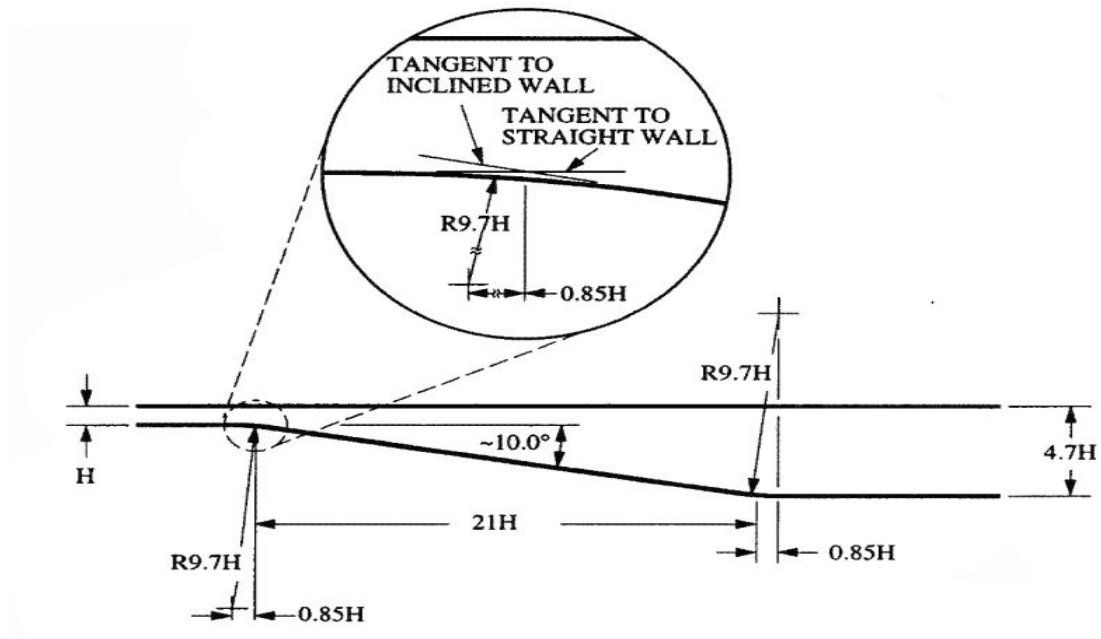
- Rasio panjang diffuser terhadap tinggi inlet diffuser konstan yaitu $L/W_1 = 2$
- Luas penampang saluran keluar diffuser konstan yaitu $W_2 \times H = 0,5\text{m} \times 0,25\text{m}$
- Mach Number (Ma) = 0,039 untuk sudut buka (θ) 30°
- Mach Number (Ma) = 0,044 untuk sudut buka (θ) 60°

Dari eksperimen tersebut didapatkan bahwa aliran vortex sudah dapat diamati untuk sudut buka (θ) 30° , tetapi karena adverse pressure gradien yang tidak cukup kuat maka pada penampang saluran keluar diffuser vortex yang terjadi sudah lemah. Untuk sudut buka (θ) 60° vortex yang terjadi terlihat lebih jelas dibandingkan untuk sudut divergen 30° . Dilihat dari losses yang terjadi didapatkan bahwa losses yang terjadi pada sudut buka (θ) 60° lebih besar daripada losses pada sudut buka (θ) 30° .

Fenomena terjadinya vortex pada diffuser selain disebabkan karena separasi aliran diduga juga oleh adanya induksi vortex yang timbul pada dinding saluran masuk yang selanjutnya bergerak menuju pada daerah inti pada saluran keluar.

11.4.2. Pemodelan aliran

Geometri asymmetric plane diffuser sama seperti pada eksperiment yang dilakukan oleh Buice dan Eaton (1997) tetapi inlet channel diperpanjang sampai dengan $x/h = -45$ yang mana tujuan dari pemanjangan inlet channel ini adalah untuk mendapatkan aliran turbulen yang *fully developed*.



Gambar 11. 34 Geometri diffuser (Buice and Eaton, 1997)

a) Pembentukan meshing

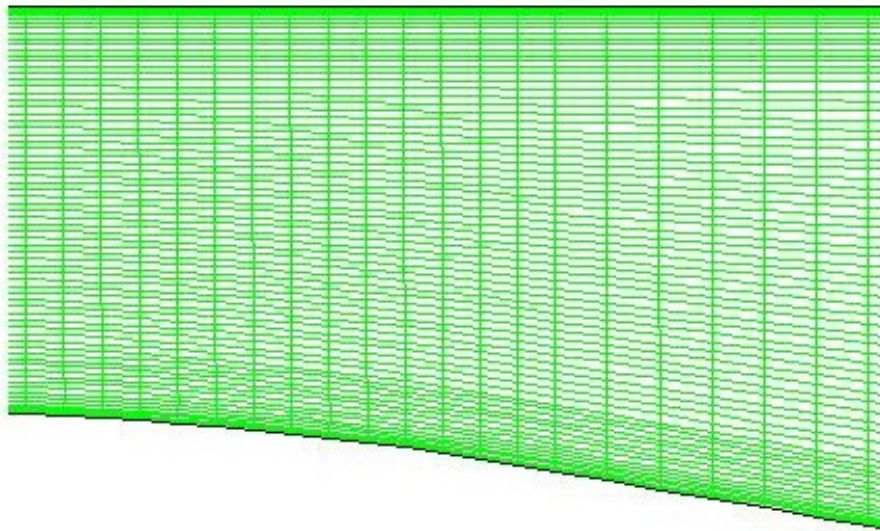
Pembentukan meshing menggunakan elemen tipe quadrilateral. Tipe ini dipilih karena bentuk geometri model yang cukup sederhana sehingga pemilihan tipe ini akan memberikan keuntungan pada *setup time*, biaya komputasi dan *numerical diffusion*. Pemilihan tipe ini juga akan meningkatkan kualitas mesh bila dibandingkan dengan tipe triangle. Karena dengan penggunaan tipe quadrilateral, distribusi *node point* lebih merata dan tingkat kemiringan (*skweness*) yang rendah.



Gambar 3.2 Meshing pada diffuser (Yohannes dan Ikhwan, 2004)

Untuk mendapatkan prediksi separasi yang akurat, perlu pemberian meshing yang rapat pada daerah dekat dinding agar pengaruh viscous pada daerah sub layer dapat terdeteksi dengan baik. Selain itu, meshing ini dibuat karena aliran bersifat *low Reynolds number* dan agar meshing ini dapat diaplikasikan pada metode *enhanced wall function* pada model $k-\varepsilon$ dan RSM.

Pada penelitian ini jarak sel ke dinding dibuat sebesar $y = 1.1 \text{ e-}5$ sehingga diperoleh harga $y^+ = 2.92$ dan dengan harga $y^+ < 5$ berarti efek daerah viscous sub layer dapat terdeteksi dengan baik.



Gambar 3.3 Meshing pada daerah dekat dinding

Aliran yang digunakan adalah aliran turbulen dimana aliran ini harus mencapai kondisi *fully developed* pada jarak $x/h = -5.1$. Aliran turbulen ini mempunyai sifat incompressible, *steady flow* dan *adiabatik*. Penyelesaian aliran turbulen yang bersifat incompressible adalah secara segregated.

b) Model turbulensi

Pada penelitian ini dilakukan dengan memakai berbagai pemodelan turbulensi yaitu:

- Model $k-\varepsilon$ Standar
- Model $k-\varepsilon$ RNG
- Model $k-\varepsilon$ Realizable
- Model $k-\omega$, yang meliputi :
- Model $k-\omega$ Standar
- Model $k-\omega$ SST
- Model RSM

Fluida yang digunakan adalah udara pada suhu 30°C dengan densitas sebesar 1.225 kg/m^3

c) Syarat Batas

Dalam simulasi asymmetric plane diffuser ini terdapat beberapa pemberian syarat batas sebagai berikut :

- Inlet berupa kecepatan yang berdasarkan pada harga dari bilangan Reynolds sebesar 20.000 ($x/h = -5.1$) berdasarkan pada kecepatan di centerline dan tinggi inlet channel, H (Gambar 11. 32).
- Dinding diffuser yang digunakan adalah dinding yang halus (smooth wall). Kecepatan pada dinding adalah nol. Hal ini sesuai dengan kondisi tanpa slip yang terjadi pada dinding, sehingga kecepatan aliran pada dinding sama dengan kecepatan dinding yaitu nol.
- Outlet yang digunakan sebagai outlet pada penelitian ini adalah *pressure outlet* yang berharga nol (gage). Hal ini sesuai dengan kondisi percobaan yang dilakukan oleh Buice dan Eaton dimana percobaan dilakukan didalam Wind Tunnel.

d) Metode diskretisasi

Diskretisasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

- Pressure interpolation scheme : Standar

Metode ini dipilih karena variasi tekanan yang ada antara pusat sel adalah kecil, selain itu aliran tidak mengandung swirl dan gaya body (body forces) yang besar.

- Pressure-velocity coupling : SIMPLE

Metode ini dipilih karena metode SIMPLE telah memasukan hubungan antara koreksi tekanan dankecepatan untuk menjalankan konservasi massa dan untuk mendapatkan kecepatan. Selain itu, karena geometri aliran yang bersifat sederhana.

- Density : First Order Upwind

Pemakaian First Order Upwind untuk menjaga kestabilan dalam diskretisasi persamaan *pressure- correction* dan karena aliran yang dipakai adalah aliran subsonik.

- Momentum : Second Order Upwind

Pemakaian Second Order Upwind pada momentum ini dimaksudkan untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat karena pada pemodelan yang dilakukan ini momentum aliran banyak berubah.

- Turbulen kinetik energy : First Order Upwind

Metode ini dipilih karena geometri benda kerja yang sederhana dan aliran yang bersifat incompressible serta untuk mempercepat konvergensi yang dilakukan.

- Turbulen dissipasi energy : First Order Upwind

- First Order Upwind dipilih karena geometri benda kerja yang sederhana dan aliran yang bersifat incompressible serta untuk mempercepat konvergensi yang dilakukan.

11.4.3. Hasil simulasi

Setelah menentukan syarat batas dan metode diskretisasi, simulasi dilakukan dengan *convergence criteria* sebesar 10^{-7} . Tabel 11. 3 menunjukkan jumlah iterasi yang dicapai oleh tiap model untuk mendapatkan kondisi yang konvergen. Model RSM membutuhkan iterasi yang lebih banyak karena kompleksnya proses komputasi yang dimiliki akibat adanya tambahan 5 buah persamaan pengendali untuk masing-masing komponen Reynolds Stress.

Dari Tabel 11. 4 terlihat bahwa pemodelan RSM memberikan akurasi yang paling baik dalam penentuan titik separasi. Hal ini terjadi karena RSM telah memasukkan kondisi anisotropy aliran dalam persamaannya sehingga aliran tereksansi yang bersifat anisotropic tersebut dapat diselesaikan dengan baik. Pemodelan turbulensi yang memberikan prediksi separasi yang buruk adalah model $k-\omega$, khususnya $k-\omega$ Standar. Pemodelan $k-\omega$ ini memberikan pemrediksian letak titik separasi yang terlalu dini yaitu saat $x/H = 1.737$. Buruknya prediksi separasi ini disebabkan oleh pemodelan ini kurang bagus dalam perhitungan tegangan geser pada dinding terutama pada awal dinding yang bergradient. Gambar 11. 35 menunjukkan vektor kecepatan dalam diffuser untuk masing-masing model turbulensi.

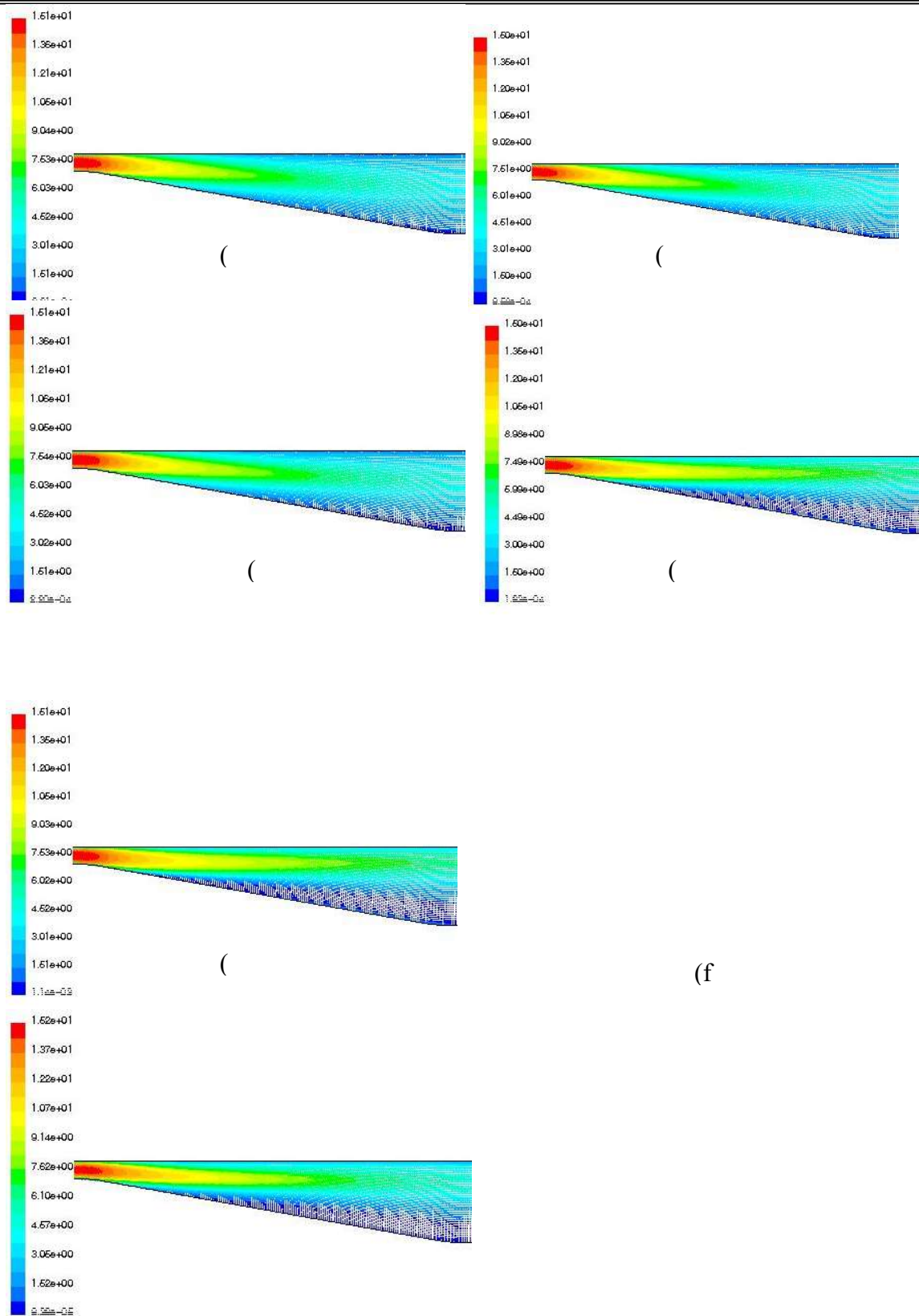
**Tabel 11. 3 Tingkat konvergensi pemodelan turbulensi pada asymmetric plane
diffuser**

Jenis Pemodelan Turbulensi	Tingkat akurasi	Jumlah Iterasi
$k-\varepsilon$ Standar	10^{-7}	1695
$k-\varepsilon$ RNG	10^{-7}	1720
$k-\varepsilon$ Realizable	10^{-7}	2150
$k-\omega$ Standar	10^{-7}	2291

$k-\omega$ SST	10^{-7}	2042
RSM	10^{-7}	7558

Tabel 11. 4 Prediksi letak titik separasi

Jenis Pemodelan Turbulensi	Eksperiment (x/H)	Pemodelan Turbulensi (x/H)	Error %
$k-\varepsilon$ Standar	7	7.665	0.475
$k-\varepsilon$ RNG	7	7.794	0.567
$k-\varepsilon$ Realizable	7	6.376	0.445
$k-\omega$ Standar	7	1.737	3.759
$k-\omega$ SST	7	1.866	3.667
RSM	7	7.278	0.199



Gambar 11. 35 Vektor kecepatan pada model a) $k-\varepsilon$ Standar, b) $k-\varepsilon$ RNG, c) $k-\varepsilon$ Realizable d) $k-\omega$ Standar, e) $k-\omega$ SST, f) RSM

Dari Tabel 11. 4 dapat diketahui pula bahwa ternyata pemodelan dengan menggunakan $k-\varepsilon$ Realizable sedikit lebih baik dalam pemrediksian titik separasi dibandingkan dengan model $k-\varepsilon$ Standar dan $k-\varepsilon$ RNG. Hal ini menjelaskan bahwa model $k-\varepsilon$ Realizable sebagai salah satu pemodelan $k-\varepsilon$ yang paling baru memberikan hasil yang lebih baik sebab pemodelan ini telah mengatasi kelemahan $k-\varepsilon$ Standar yaitu dengan memberikan persamaan model dissipasi baru . Berbeda dengan hasil yang ditunjukkan oleh $k-\varepsilon$ RNG yang ternyata memberikan hasil yang paling buruk diantara pemodelan $k-\varepsilon$. Adanya tambahan dalam persamaan dissipasi dalam model $k-\varepsilon$ RNG tidak memberikan hasil yang lebih baik sebab tambahan dalam persamaan tersebut tidak diperlukan dalam permasalahan yang terjadi pada asymmetric plane diffuser.

Keberhasilan pemodelan $k-\varepsilon$ pada FLUENT 6.0 dalam memprediksikan separasi yang terjadi merupakan sesuatu hal yang memuaskan sebab telah banyak penelitian yang telah dilakukan dengan menggunakan model $k-\varepsilon$ ini tetapi semuanya gagal memprediksikan adanya separasi. Keberhasilan pemodelan $k-\varepsilon$ dan model RSM ini karena didalam melakukan pemodelan, model-model turbulensi ini menggunakan metode *enhanced wall function* dalam melakukan pemodelan aliran dekat dinding. Penggunaan metode standar wall function dan metode non-equilibrium wall function tidak berhasil memprediksi terjadinya separasi.

Titik *reattachment* merupakan suatu posisi dimana aliran mengalami kembali pemulihan aliran. Pada pemrediksian titik reattachment ini ternyata hanya model $k-\omega$ yang paling mendekati eksperimen terutama model $k-\omega$ SST, sedangkan model turbulensi yang lain mempunyai hasil yang buruk.

Tabel 11. 5 Letak titik reattachment

Jenis Pemodelan Turbulensi	Eksperiment (x/H)	Pemodelan Turbulensi (x/H)	Error %
$k-\varepsilon$ standar	29	21.848	5.108
$k-\varepsilon$ RNG	29	21.473	5.377
$k-\varepsilon$ realizable	29	23.197	4.144
$k-\omega$ standar	29	29.342	0.244
$k-\omega$ SST	29	29.042	0.029
RSM	29	21.004	5.712

Dari Tabel 11. 5 diketahui bahwa model $k-\varepsilon$ Realizable tetap memberikan hasil yang paling baik dari antara model $k-\varepsilon$ yang lain meskipun model ini sendiri juga mempunyai harga error yang relatif tinggi.

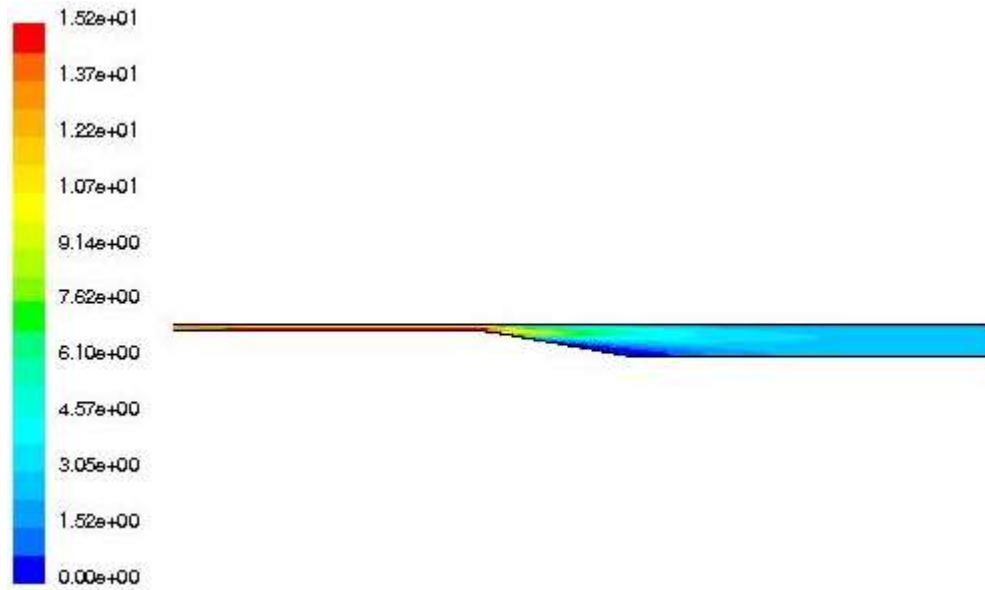
Model RSM sebagai model terbaik dalam memprediksikan titik separasi ternyata merupakan model terburuk dalam memprediksi titik reattachment. Kondisi anisotropy yang ada didalam model RSM dan perlakuan aliran daerah dekat dinding yang telah dilakukan untuk mengamati daerah viscous sub layer ternyata belum mampu meningkatkan akurasi model ini. Penyebab penyimpangan yang terjadi ini belum diketahui secara pasti, tetapi ada beberapa hal yang diduga sebagai penyebab kurang akuratan model RSM ini. Kekurang akuratan ini disebabkan karena aspek rasio yang digunakan dalam pemodelan terutama pada daerah dekat dinding yang terlalu besar. Selain itu, model RSM kurang akurat dalam melakukan perhitungan tegangan geser yang terjadi pada dinding yang bergradient (Gambar 11. 35) serta kurang akurat memberikan pemrediksian tentang besarnya aliran balik yang terjadi. Kekurang akuratan model RSM ini berkaitan pula dengan kesensitifan model RSM terhadap pengkondisian initialnya

dan banyaknya iterasi yang dilakukan membuat model ini banyak memiliki error “pemenggalan” yang cukup significant.

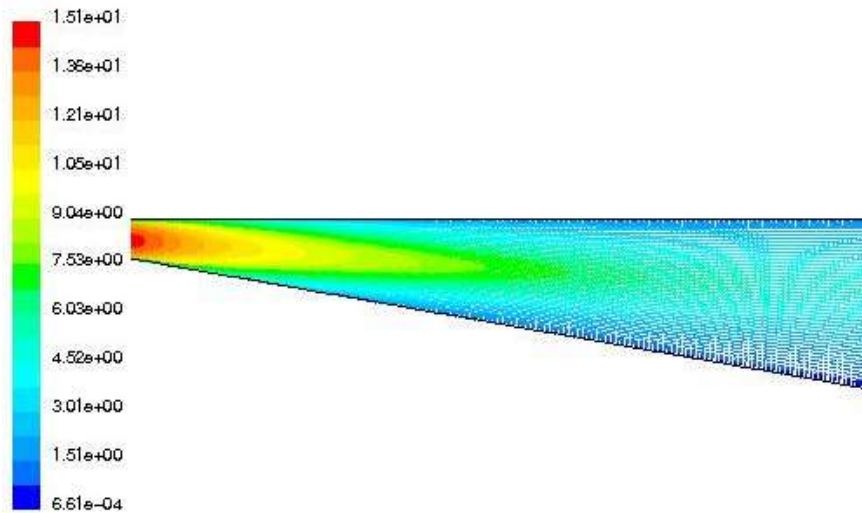
Model $k-\omega$ sebagai model yang memberikan pemrediksian terjadinya separasi yang terlalu dini, tetapi model ini ternyata merupakan model yang terbaik dalam memprediksikan titik reattachment pada asymmetric plane diffuser. Keberhasilan model $k-\omega$ ini karena model ini dapat menunjukkan besarnya aliran balik yang terjadi sekaligus model ini berhasil dalam memprediksikan tegangan geser yang terjadi pada inclined bottom wall mulai saat $x/H = 27$ (Gambar 11. 36)

a). Profil Kecepatan Aliran melalui Asymmetric Plane Diffuser

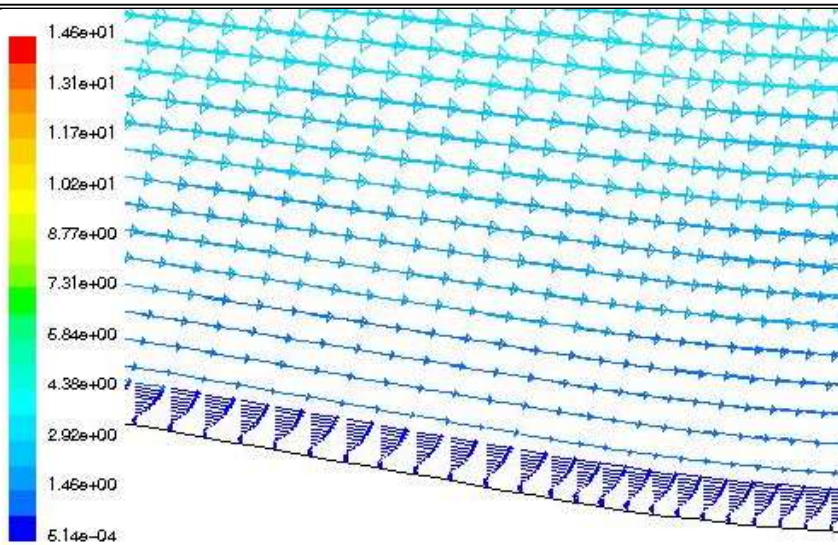
Gambar 11. 36 sampai dengan Gambar 11. 38 menunjukkan perubahan profil kecepatan aliran melalui asymmetric plane diffuser saat sebelum terjadi separasi hingga terjadinya separasi pada model RSM. Saat aliran berada di upstream (sebelum melalui penampang yang membesar), tidak terlihat adanya perubahan kecepatan yang cukup significant pada aliran. Momentum yang dimiliki fluida mampu mengatasi pengaruh viscous dan gesekan yang terjadi pada dinding. Profil kecepatan pada bagian diffuser ke arah downstream mengalami pengurangan kecepatan. Hal ini terjadi karena momentum aliran berkurang akibat adanya adverse pressure gradient dan akibat terjadinya perluasan penampang diffuser. Pada aliran dekat dinding khususnya pada dinding yang memiliki gradien tekanan, momentum fluida sudah tidak mampu mengatasi pengaruh adverse pressure gradient, pengaruh gesekan pada dinding dan pengaruh viscous yang kuat pada daerah dekat dinding sehingga menyebabkan aliran terseparasi dan menyebabkan terjadinya sirkulasi yang arahnya berlawanan dengan arah aliran utama. Aliran ini dapat pulih kembali ketika fluida yang berada diatas aliran sekunder ini mendapatkan tambahan momentum. Tambahan momentum ini berasal dari momentum fluida yang jauh dari dinding dimana momentum fluida ini hanya digunakan untuk mengatasi pengaruh adverse pressure gradient. Pada daerah downstream terlihat bahwa kecepatan fluida sudah agak merata dan semakin merata dengan bertambahnya jarak downstream.



Gambar 11. 36 Kontur kecepatan asymmetric plane diffuser (Yohannes dan Ikhwan, 2004)

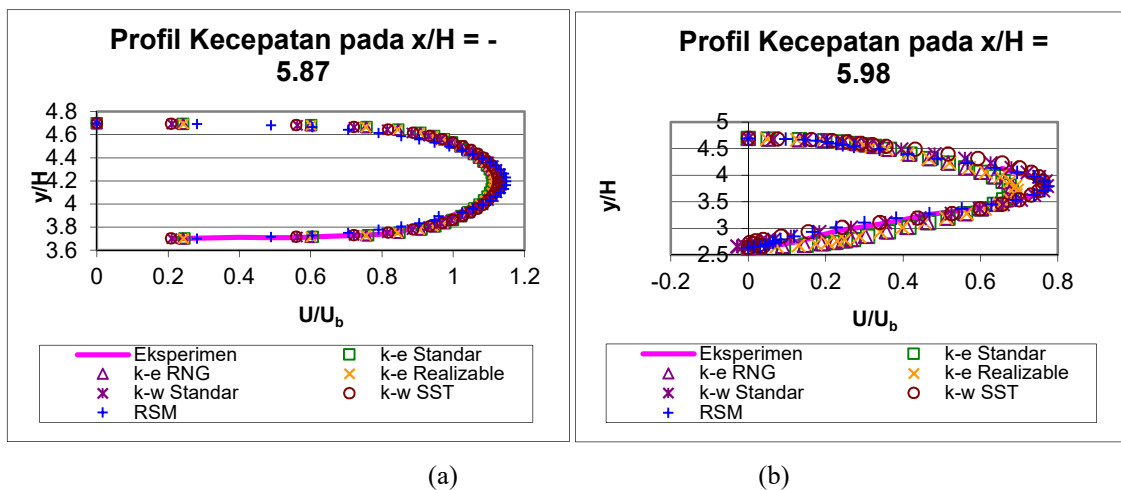


Gambar 11. 37 Vektor kecepatan pada daerah diffuser (Yohannes dan Ikhwan, 2004)



Gambar 11. 38 Vektor kecepatan pada daerah dekat dinding miring (Yohannes dan Ikhwan, 2004)

Sangatlah penting untuk mengetahui apakah kecepatan yang terjadi pada pemodelan sesuai dengan eksperimen atau terjadi penyimpangan dan seberapa besar penyimpangan tersebut. Profil kecepatan ini merupakan suatu parameter untuk mengetahui seberapa akurat suatu pemodelan yang telah dilakukan. Berikut ini adalah Gambar profil kecepatan yang diambil pada beberapa posisi:

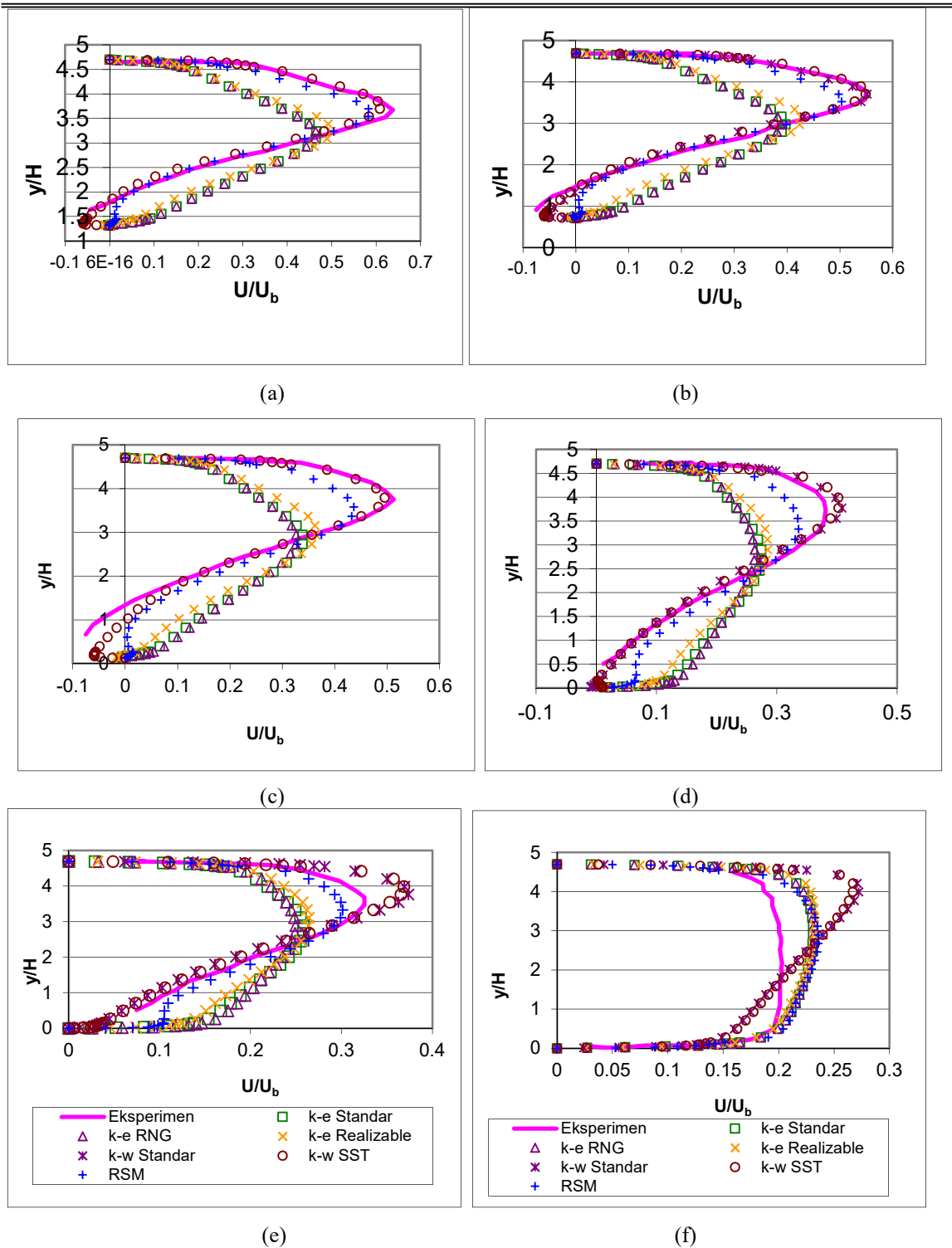


Gambar 11. 39 Profil kecepatan pada lokasi: a) sebelum difuser ($x/H = -5.87$), dan b) setelah difuser ($x/H = 5.98$), (Yohannes dan Ikhwan, 2004)

Pada Gambar 11. 39a terlihat bahwa sebelum memasuki diffuser semua pemodelan mempunyai profil kecepatan yang cukup bagus dan sesuai dengan eksperimen. Hal ini menunjukkan bahwa panjang saluran untuk mendapatkan aliran yang *fully developed* tidak terlalu mempengaruhi terhadap profil kecepatan yang terjadi. Keenam pemodelan turbulensi yang dilakukan memberikan error yang tidak berarti.

Pada Gambar 11. 39 b menggambarkan keadaan aliran saat aliran baru memasuki diffuser. Pada lokasi ini, prediksi pemodelan $k-\omega$ dan pemodelan RSM masih mendekati hasil eksperimen, sedangkan semua pemodelan $k-\varepsilon$ mulai menunjukkan adanya penyimpangan. Dari gambar tersebut juga diketahui bahwa pemodelan $k-\varepsilon$ Realizable memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan model $k-\varepsilon$ Standar dan $k-\varepsilon$ RNG. yang lain.

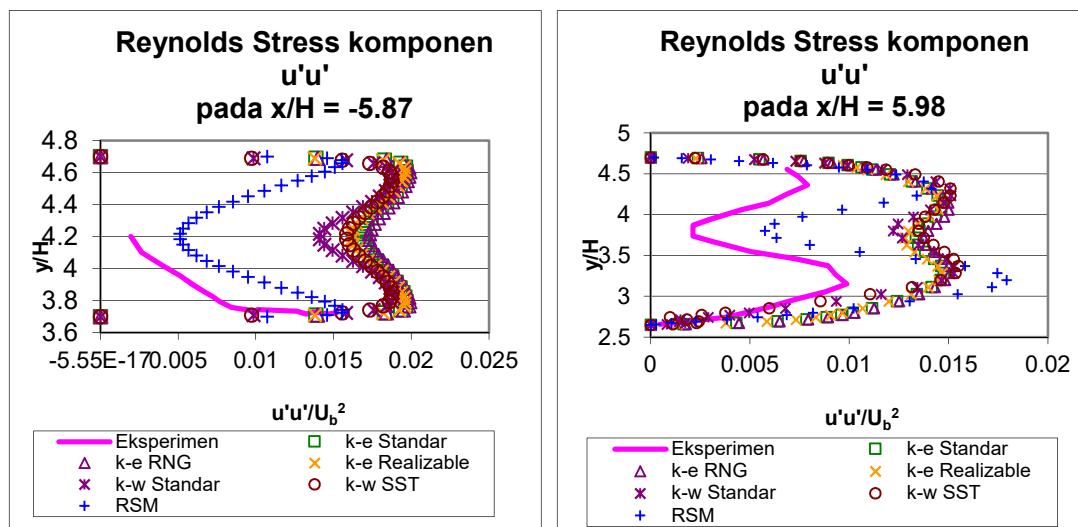
Gambar 11. 40 menyajikan perubahan profil kecepatan pada daerah difuser. Secara keseluruhan, model RSM memiliki akurasi yang paling baik dalam memprediksi kecepatan. Model $k-\omega$ Standar dan $k-\omega$ SST masing-masing menempati urutan kedua dan ketiga.



Gambar 11. 40 Profil kecepatan setelah melalui difuser pada lokasi $x/H=$ a) 13.56; b) 16.93; c) 20.33; d) 27.09; e) 30.48; dan f) 53.39 (Yohannes dan Ikhwan, 2004)

b) Reynolds Stress

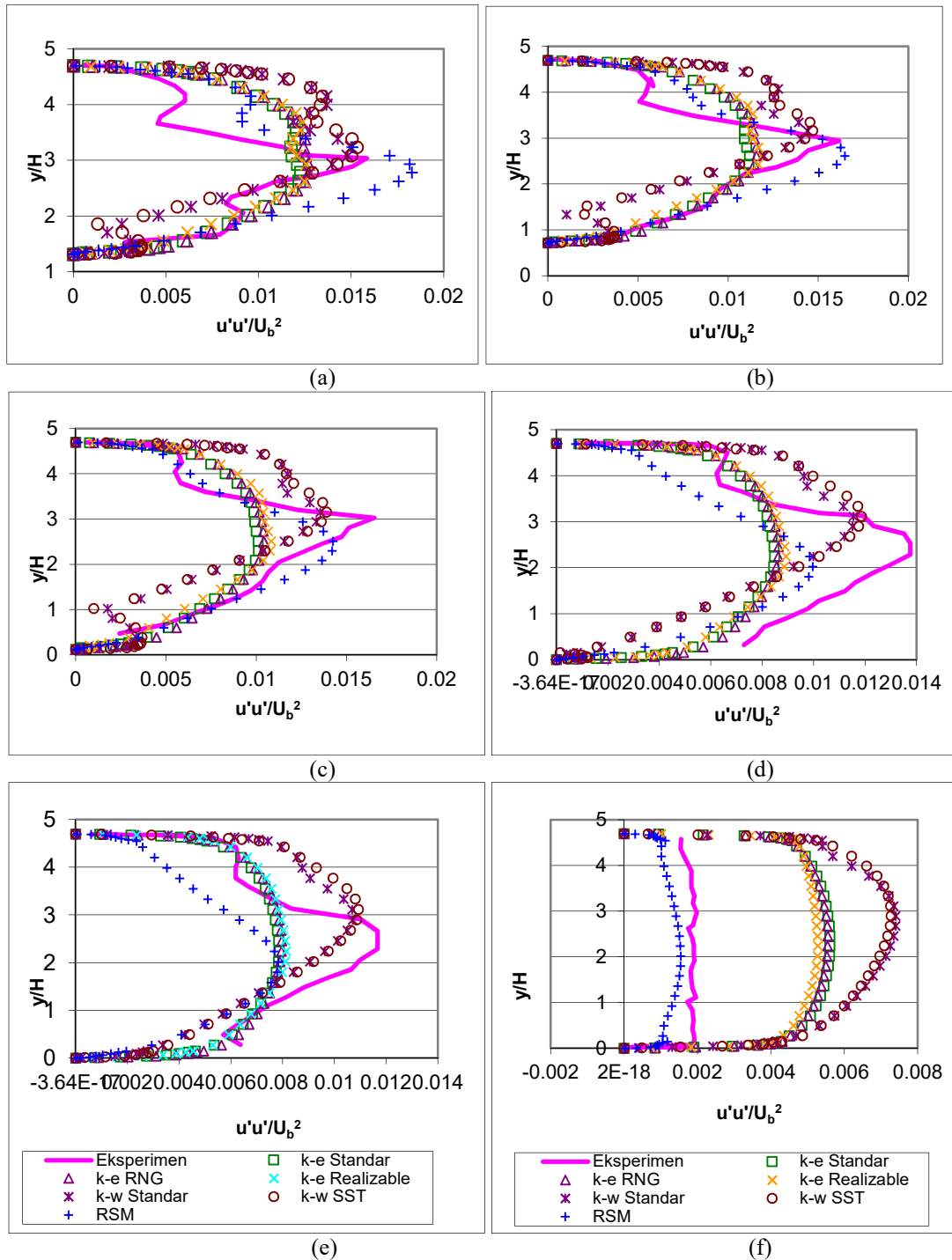
Reynolds Stress merupakan suatu karakteristik dari aliran turbulen yang menyimpan energi aliran berupa turbulensi. Adanya Reynolds Stress ini membuat aliran turbulen menjadi lebih sulit untuk terpecah daripada aliran laminar sebab Reynolds Stress akan melawan tegangan geser dari dinding. Gambar 11. 41 menunjukkan bahwa pemodelan RSM memberikan prediksi Reynolds Stress komponen $u'u'$ yang paling baik pada saat aliran akan memasuki diffuser dan setelah beberapa saat setelah memasuki diffuser.



Gambar 11. 41 Reynolds Stress komponen $u'u'$ pada lokasi: a) sebelum difuser ($x/H = -5.87$), dan b) setelah difuser ($x/H = 5.98$), (Yohannes dan Ikhwan, 2004)

Tetapi pada saat aliran melampaui posisi $x/H = 20.32$, pemodelan RSM tidak lagi memberikan prediksi yang bagus. Hal ini ditunjukkan pada Gambar 11. 42, dimana pada lokasi $x/H = 27.09$ dan $x/H = 30.48$, pemodelan RSM hanyalah memberikan tren yang sesuai dengan eksperimen tetapi kurang akurat memprediksikan besarnya Reynolds Stress komponen $u'u'$ tersebut. Pada lokasi ini tampak bahwa pemodelan $k-\omega$ memberikan prediksi yang paling baik dari antara model turbulensi yang lain. Pemodelan RSM memberikan prediksi yang baik kembali ketika aliran berada pada lokasi $x/H = 30.48$ dan 53.39 , sedangkan model $k-\omega$ memberikan prediksi terburuk.

Gambar 11. 42 dibawah juga menunjukkan bahwa model $k-\varepsilon$ Realizable tetap merupakan model yang paling baik dari antara model $k-\varepsilon$ yang lain. Sedangkan pada



Gambar 11. 42 Reynolds Stress komponen $u'u'$ setelah melalui difuser pada lokasi

$x/H =$ a) 13.56; b) 16.93; c) 20.33; d) 27.09; e) 30.48; dan f) 53.39

(Yohannes dan Ikhwan, 2004)

pemodelan $k-\omega$ tidak terlihat adanya perbedaan yang berarti antara penggunaan $k-\omega$ Standar dan penggunaan $k-\omega$ SST. Kedua model $k-\omega$ tersebut memberikan tren dan besar yang hampir sama.

Semua penyimpangan hasil simulasi pemodelan turbulensi, khususnya model RSM, tidak sepenuhnya disebabkan oleh metode numerik model. Penggunaan komputer PC untuk simulasi dan penentuan nilai awal untuk energi kinetik turbulensi dan energi disipasi juga mempunyai kontribusi yang besar dalam menentukan akurasi simulasi. Pemakaian komputer dengan spesifikasi yang lebih bagus dapat memperbaiki akurasi simulasi secara signifikan.

11.5. Perpindahan panas laminer pada daerah stagnasi

Simulasi dengan aliran laminer dimaksudkan untuk mengetahui pengaruh meshing, metode diskretisasi dan bilangan Reynolds dalam mengestimasi perpindahan panas pada daerah stagnasi. Pilihan terbaik pada simulasi ini akan digunakan untuk simulasi aliran turbulen. Perpindahan panas pada daerah stagnasi umumnya dinyatakan sebagai bilangan Frossling, yang didefinisikan sebagai bilangan Nusselt dibagi dengan akar dari bilangan Reynolds $Fr \equiv Nu / \sqrt{Re_D}$. Frossling (1940) mengembangkan solusi empiris sebagai fungsi posisi sepanjang permukaan stagnasi. Untuk bentuk silinder, solusi Frossling dinyatakan sebagai:

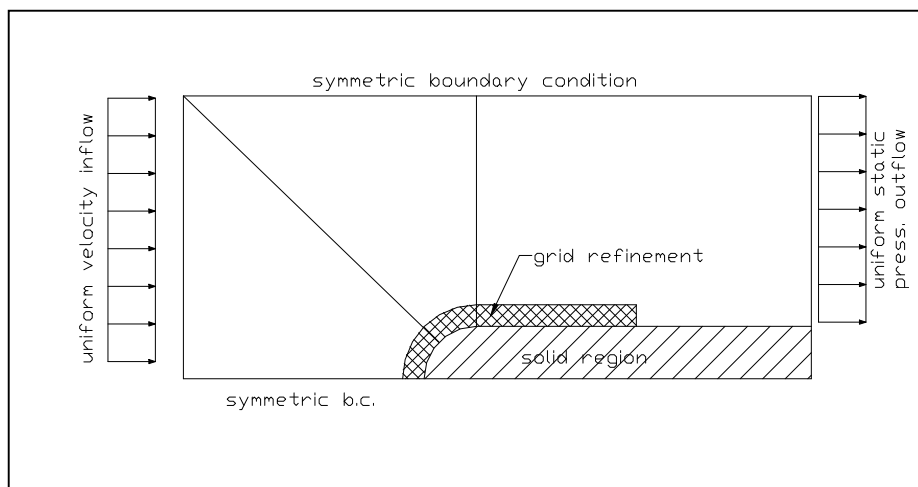
$$Fr\left(\frac{s}{D}\right) = 0.9411 - 0.1999\left(\frac{s}{D}\right)^2 + 0.076\left(\frac{s}{D}\right)^4$$

..... 11. 32

Persamaan 11. 32 berlaku dari titik stagnasi sampai lokasi terjadinya separasi.

11.5.1. Pemodelan aliran

Karena alirannya bersifat simetri, domain aliran disimulasikan hanya setengah dari domain sebenarnya. Syarat batas dijelaskan di Gambar 11. 43. Inlet diberikan sebagai kecepatan konstan, sedangkan kondisi outlet dinyatakan sebagai tekanan statik pada kondisi atmosfer. Perpindahan panas pada suhu konstan terjadi pada dinding melengkung, dan kondisi adiabatik (tanpa terjadi perpindahan panas) pada daerah dinding lurus. Simulasi dilakukan dengan menggunakan tiga macam metode diskretisasi yang ada ti CFX-Tascflow (Upwind, MWS, MWLS and LPS) dan tiga macam meshing.

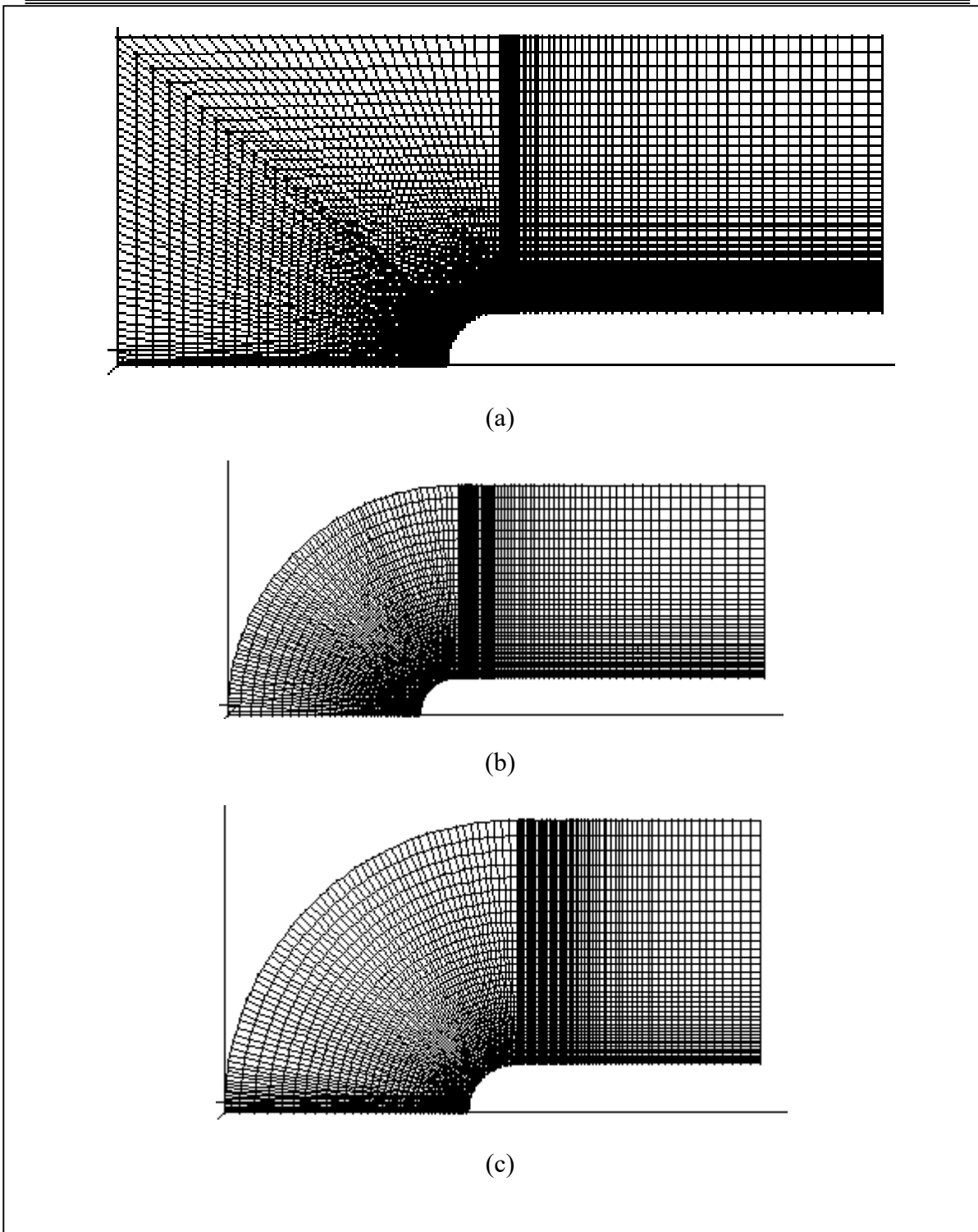


Gambar 11. 43 Syarat batas untuk perpindahan panas pada daerah staknasi

Gambar 11. 44 menunjukkan tiga macam yang digunakan untuk mensimulasikan perpindahan panas pada daerah staknasi. Meshing pertama (a) memiliki bentuk persegi panjang pada sisi inlet. Karena ada perubahan bentuk dari inlet yang persegi panjang dan bentuk persempit lingkaran di daerah staknasi, beberapa elemen yang terletak di posisi 45° bersifat tidak ortogonal. Meshing kedua (b) memberikan elemen yang semua ortogonal karena geometri inlet dan daerah staknasi sama-sama berbentuk persempit lingkaran. Meshing ketiga (c) merupakan modifikasi meshing kedua dengan mengurangi panjang dinding lurus. Hal ini dimaksudkan untuk mengurangi aspek rasio elemen. Ortogonalitas dan aspek rasio elemen yang baik dapat mengurangi pengaruh difusi semu dan mengestimasi separasi lebih akurat. Pengaturan parameter diskretisasi untuk simulasi daerah staknasi disajikan di Tabel 11. 6.

Tabel 11. 6 Pengaturan parameter diskretisasi untuk simulasi daerah staknasi

Nama parameter	nilai
Jumlah iterasi	900
sutherland law	Ya
target residual error	1.0e-6
multigrid	Ya



Gambar 11. 44 Meshing untuk perpindahan panas pada daerah staknasi (Ikhwan, 2000)

11.5.2. Hasil simulasi

Bilangan Frossling dihitung dengan:

$$Fr(\theta) = \frac{Nu_D(\theta)}{\sqrt{Re}}$$

..... 11. 33

Bilangan Nusselt untuk suhu dinding konstan dihitung dengan:

$$Nu_D(\theta) = \frac{h(\theta)D}{k} = \frac{q''}{(T_w - T_\infty)} \frac{D}{k}$$

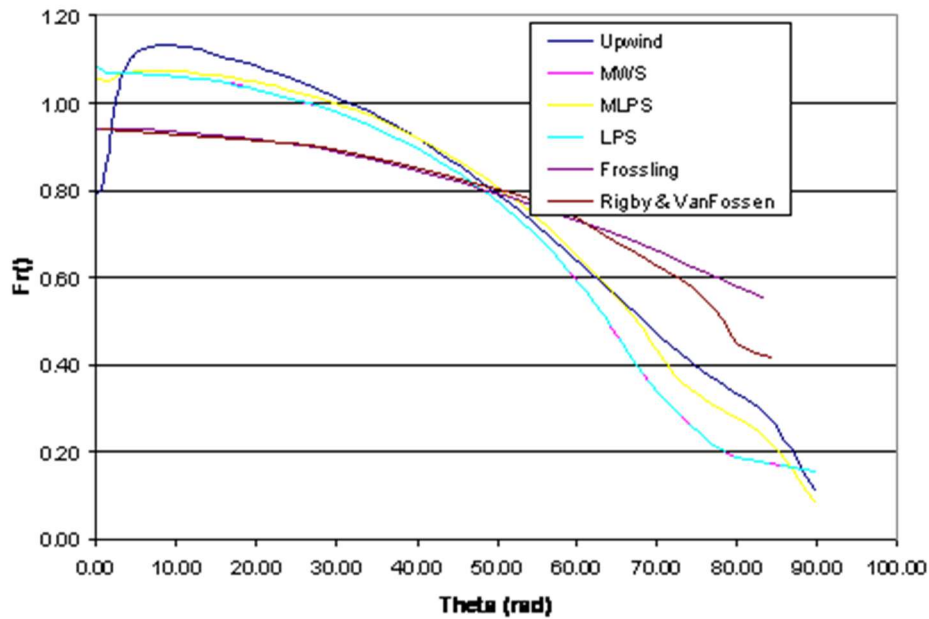
..... 11. 34

Suhu dinding (T_w) dan aliran (T_∞) didapat dari syarat batas, dan konduktivitas termal dihitung dengan hukum Sutherland (CFX-TASCflow, 1999):

$$k(T) = \frac{0.0025T^{1.5}}{(T + 194.4)}$$

..... 11. 35

Gambar 11. 45 menunjukkan performa metode diskretisasi menggunakan grid yang pertama. Metode Upwind memiliki performa yang paling buruk, diikuti dengan metode MLPS. Hasil yang terbaik didapat dengan menggunakan metode LPS dan MWS. Metode LPS dan MLPS juga mampu memprediksi separasi dan *reattachment* dengan lebih baik.



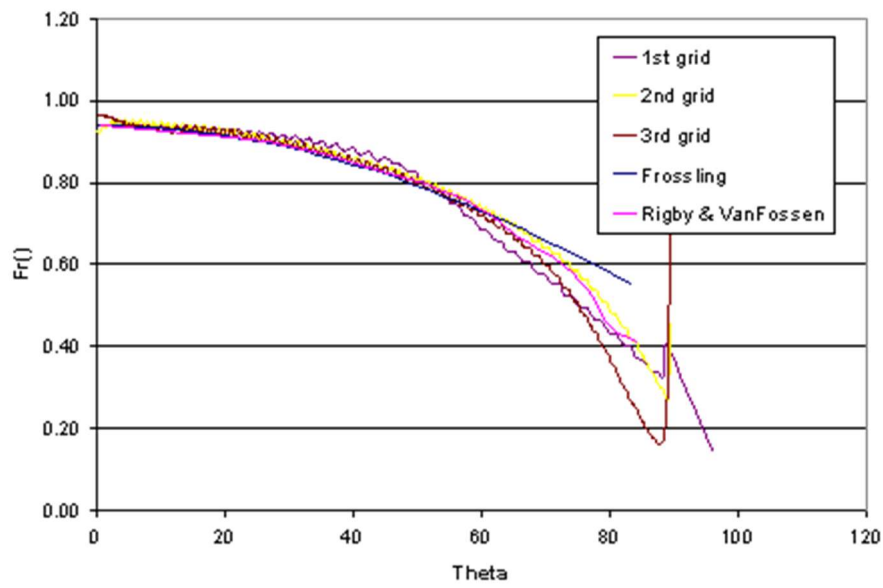
Gambar 11. 45 Kemampuan metode diskretisasi dalam estimasi bilangan Frossling

Simulasi berikutnya dilakukan dengan metode LPS untuk ketiga macam meshing. Gambar 11. 46 menunjukkan estimasi bilangan Frossling numbers dengan menggunakan tiga jenis meshing. Nilai perpindahan panas dengan menggunakan mesing pertama lebih tinggi dari korelasi Frossling pada lokasi $\theta < 45^\circ$, dan lebih rendah pada lokasi $\theta > 45^\circ$. Hal ini disebabkan oleh elemen meshing pertama yang tidak ortogonal pada lokasi sekitar $\theta = 45^\circ$. Meshing kedua memberikan estimasi bilangan Frossling yang lebih baik.

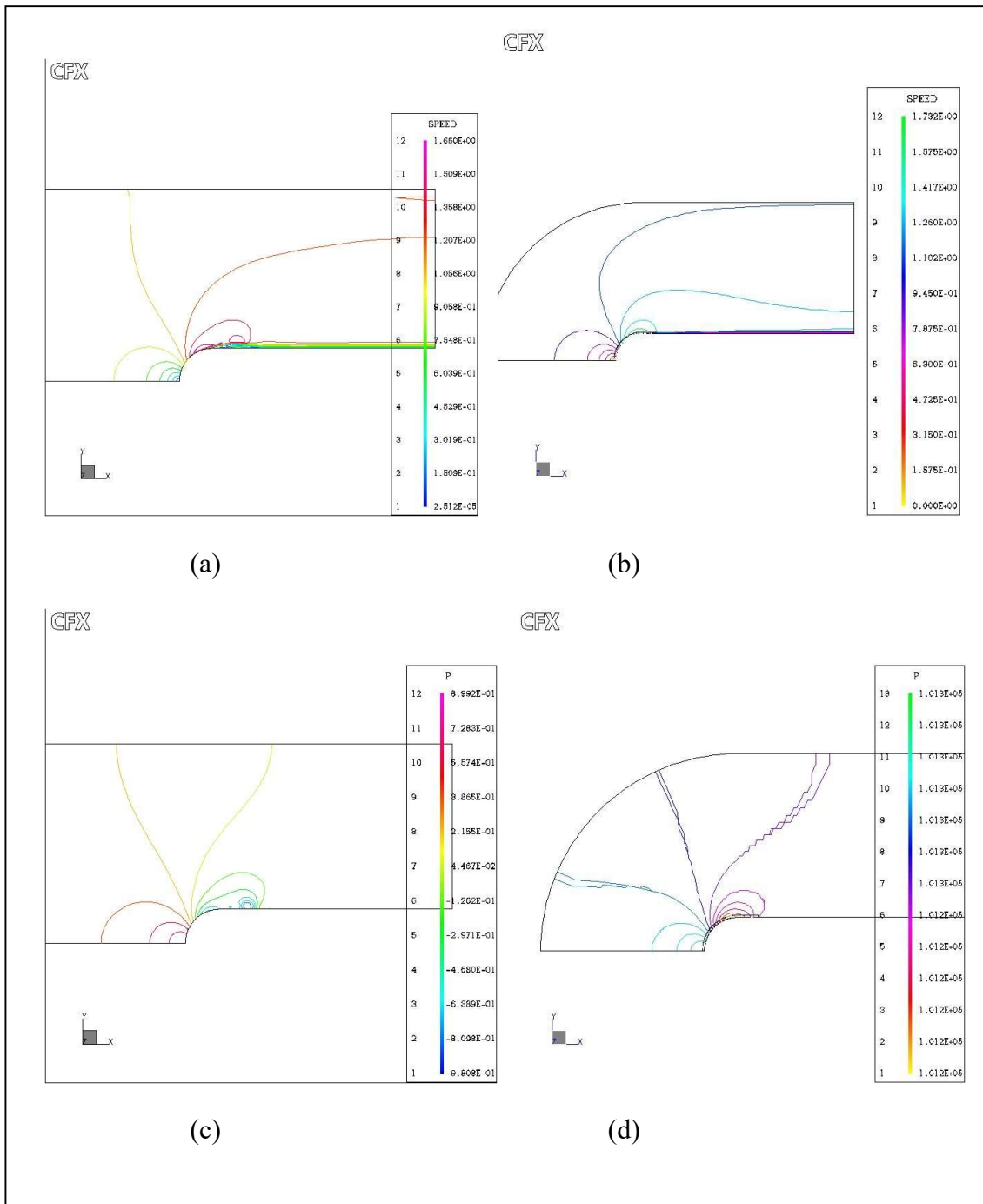
Gambar 11. 47 a dan c menunjukkan kontur kecepatan dan tekanan untuk meshing pertama.

Sirkulasi aliran pada awal dinding lurus menunjukkan adanya separasi aliran.

Gambar 11. 47 b dan d menunjukkan sirkulasi lokal pada daerah sekitar $\theta = 90^\circ$. Hal ini sesuai dengan hasil eksperimen (Zdravkovich, 1997). Meshing ketiga memberikan prediksi perpindahan panas yang lebih baik, tetapi memprediksi separasi lebih dini daripada hasil eksperimen. Hal ini ditunjukkan oleh penurunan bilangan Frossling yang tajam pada lokasi antara $\theta = 80^\circ$ s/d $\theta = 90^\circ$ (Gambar 11. 46).



Gambar 11. 46 Estimasi bilangan Frossling dengan menggunakan meshing yang berbeda

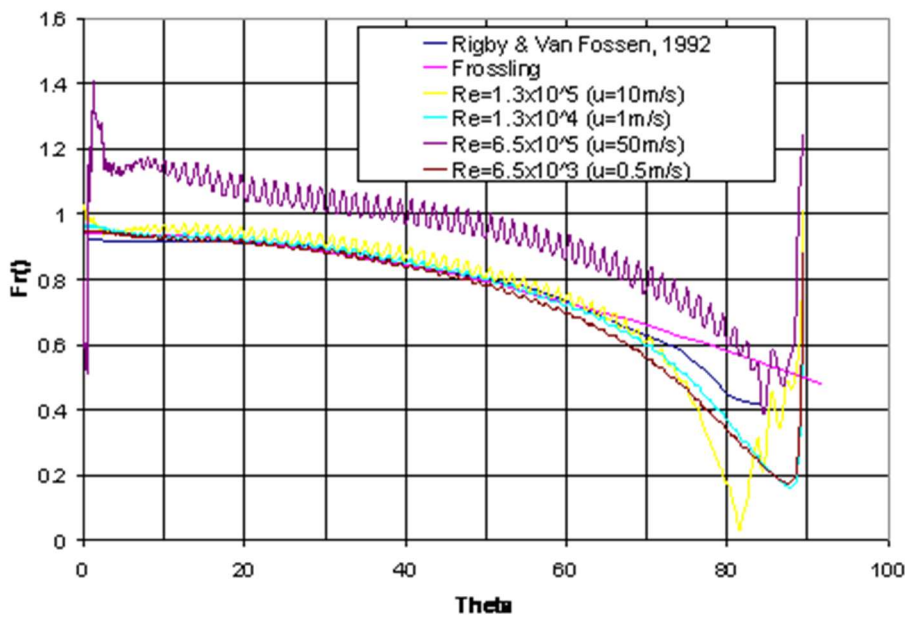


Gambar 11. 47 Kontur kecepatan untuk (a) meshing pertama, (b) meshing kedua , dan kontur tekanan untuk (c) meshing pertama dan (d) meshing kedua

Simulasi berikutnya dilakukan dengan menggunakan meshing kedua metode LPS dan bilangan Reynolds sebsar: 6.5×10^3 , 1.3×10^4 , 1.3×10^5 dan 6.5×10^5 . Penghalusan elemen

lokal (*local refinement*) pada daerah dekat dinding dilakukan sebesar sembilan kali. Artinya satu elemen lama dibagi menjadi sembilan elemen ke masing-masing arah koordinat.

Distribusi bilangan Frossling pada bilangan Reynolds 6.5×10^3 dan 1.3×10^4 mendekati korelasi empiris samapi lokasi $\theta = 70^\circ$. Bilangan Frossling pada titik stankasi ($\theta = 0^\circ$) untuk kedua bilangan Reynolds masing-masing sebesar 0.95 dan 0.967. Nilai Frossling yang lebih kecil pada lokasi setelah $\theta = 70^\circ$ disebabkan oleh ketidakpastian (*uncertainty*) dari hasil eksperimen. Distribusi Frossling pada bilangan Reynolds number 6.5×10^5 lebih besar 25% dari pada korelasi empiris, karena pada bilangan Reynolds tersebut kondisi aliran sudah bersifat turbulen.



Gambar 11. 48 Distribusi bilangan Frossling pada berbagai bilangan Reynolds

11.6. Perpindahan panas turbulen pada daerah stankasi

Pada aliran turbulen, bilangan Frossling bukan hanya sebagai fungsi dari lokasi angular, tetapi juga merupakan fungsi dari bilangan Reynolds dan karakteristik turbulensi. Beberapa eksperimen dan simulasi telah dilakukan untuk mendapatkan korelasi tersebut.

11.6.1. Penelitian terdahulu

Lowery dan Vachon (1975) melaporkan peningkatan perpindahan panas lokal seiring dengan peningkatan intensitas turbulensi (Tu). Mereka melakukan eksperimen pada rentang bilangan Reynolds mulai 1.09×10^5 s/d 3.02×10^5 , dan intensitas turbulensi, $0.4\% < Tu < 14.2\%$. Mereka mengajukan korlasi untuk bilangan Frossling pada titik stankasi $Fr(\theta=0^0)$ sebagai:

$$\frac{Nu}{\sqrt{Re}} = 1.01 + 2.624 \left[\frac{Tu \sqrt{Re}}{100} \right] - 3.07 \left[\frac{Tu \sqrt{Re}}{100} \right]^2$$

..... 11. 36

Fossen et al. (1992) mengkorelasikan bilangan Frossling pada titik stankasi dengan bilangan Reynolds, intensitas turbulensi (Tu) dan integral length scale (λ).

$$Fr(0) = 0.008 \sqrt{Tu Re_d^{0.8} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^{-0.574}} + 0.939$$

..... 11. 37

dimana:

λ = integral length scale

d = diameter *leading edge*

Re_d = bilangan Reynolds berbasis diameter *leading edge*

Using equation 11. 37 Frossling number distribution for turbulent freestream can be generalised into normalised Frossling number:

$$Fr(s/R)_{turb} = \left(\frac{Fr(s/R)}{Fr(0)} \right)_{lam} Fr(0)_{turb}$$

..... 11. 38

Simulasi perpindahan panas yang dilakukan oleh Larsson et al. (1995) pada sudu turbin dengan menggunakan model turbulensi dan aljabar menunjukkan penyimpangan sebesar 33 persen pada daerah sekitar *leading edge*. Regangan normal yang besar pada titik staknasi menyebabkan prediksi berlebihan pada produksi energi turbulensi yang terbawa aliran dan mempercepat terjadinya transisi dari lapisan batas laminer ke turbulen. Akibatnya, seluruh lapisan batas dipengaruhi oleh overestimasi perpindahan panas (lihat bab 3, persamaan energi). Larsson et al. (1995) mencoba mengeliminasi error dengan mematikan ruas persamaan produksi turbulensi pada persamaan energi kinetik turbulensi (k) dan menggantikan *strain rate tensor* dengan vortisitas. Tetapi modifikasi ini hanya mampu mengurangi error di sisi pressure side, dan tidak pada sisi suction dan daerah staknasi. Dipercaya bahwa asumsi Boussinesq tidak berlaku untuk aliran dengan regangan normal yang besar (Wilcox, 1992; Larsson et al., 1995).

Investigasi lebih jauh yang dilakukan oleh Durbin (1996) melaporkan bahwa produksi energi turbulensi yang berlebihan disebabkan overestimasi *turbulent time scale* ($T=k/\varepsilon$) pada persamaan k dan ε . Durbin (1996) mengusulkan definisi baru dari turbulent time scale dengan menambahkan *normal mean strain rate*. Modifikasi telah memperkecil estimasi k sebesar 90%, tetapi pengaruhnya terhadap estimasi perpindahan panas tidak dilaporkan.

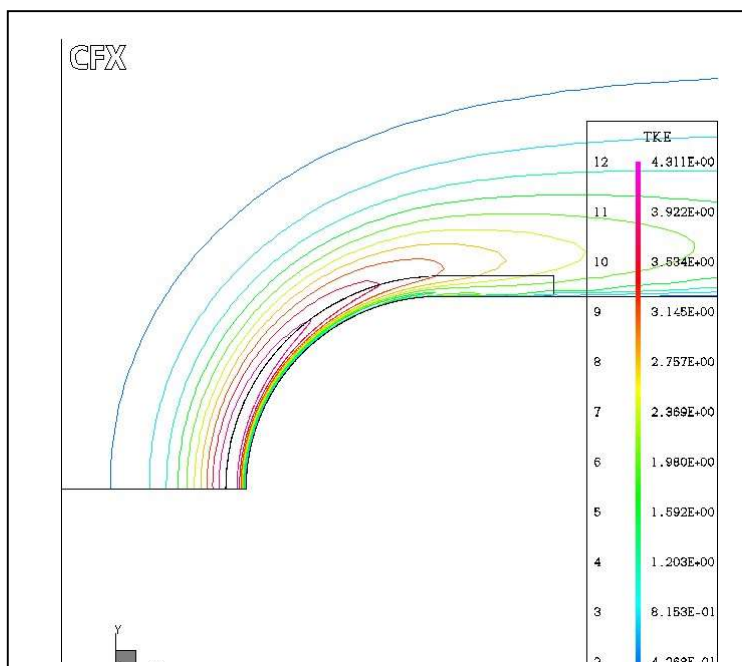
11.6.2. Pemodelan aliran

Simulasi perpindahan panas turbulen pada daerah staknasi dilakukan dengan menggunakan meshing kedua, diskretisasi LPS dan pengaturan parameter sama seperti aliran laminer (sub-bab 11.5). Tabel 11. 7 menyajikan pengaturan parameter untuk simulasi turbulen.

Tabel 11. 7 Pengaturan parameter diskretisasi untuk simulasi turbulen

Nama parameter	Nilai
Jumlah iterasi	900
sutherland law	Ya
target residual error	1.0e-6
multigrid	Ya
Turbulensi dekat dinding	<i>Two-layer turbulence model</i>

Tambahan parameter, turbulensi dekat dinding, dipilih karena aliran dekat dinding melengkung cenderung berada pada kondisi turbulensi yang tidak setimbang antara produksi turbulensi dengan disipasi turbulensi. Gambar 11. 49 menunjukkan bahwa energi kinetik turbulensi (k) tertinggi tidak terjadi di dinding, tetapi beberapa saat sebelum dinding. Hal ini menandakan bahwa turbulensi yang terjadi tidak setimbang.



Gambar 11. 49 Energi kinetik turbulensi (k) disekitar daerah staknasi

Dalam kondisi setimbang, turbulensi yang selalu diproduksi oleh regangan geser di dinding akan teredam (terdisipasi) ketika menyebar ke aliran. Akibatnya energi kinetik turbulensi tertinggi selalu berada di dinding.

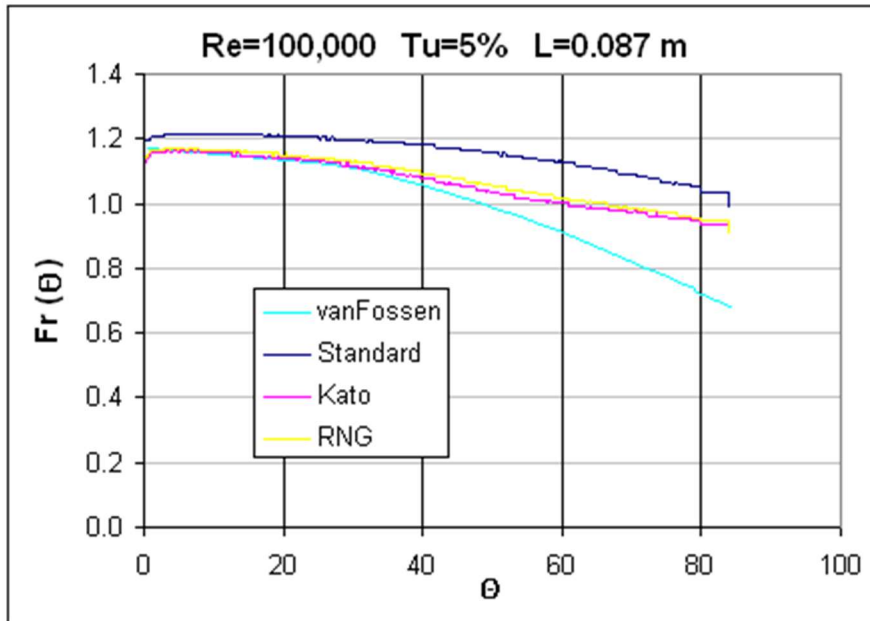
Simulasi aliran turbulen dilakukan pada kombinasi tiga macam variabel yaitu: bilangan Reynolds (Re), intensitas turbulensi (Tu) dan *Integral length scale* (λ), .

Tabel 11. 8 Variasi kasus simulasi aliran turbulen

	Kasus 1	Kasus 2	Kasus 3
bilangan Reynolds (Re)	13,000		
intensitas turbulensi (Tu)	1%	3%	5%
<i>Integral length scale</i> (λ)	0.087 m	0.116 m	0.145 m

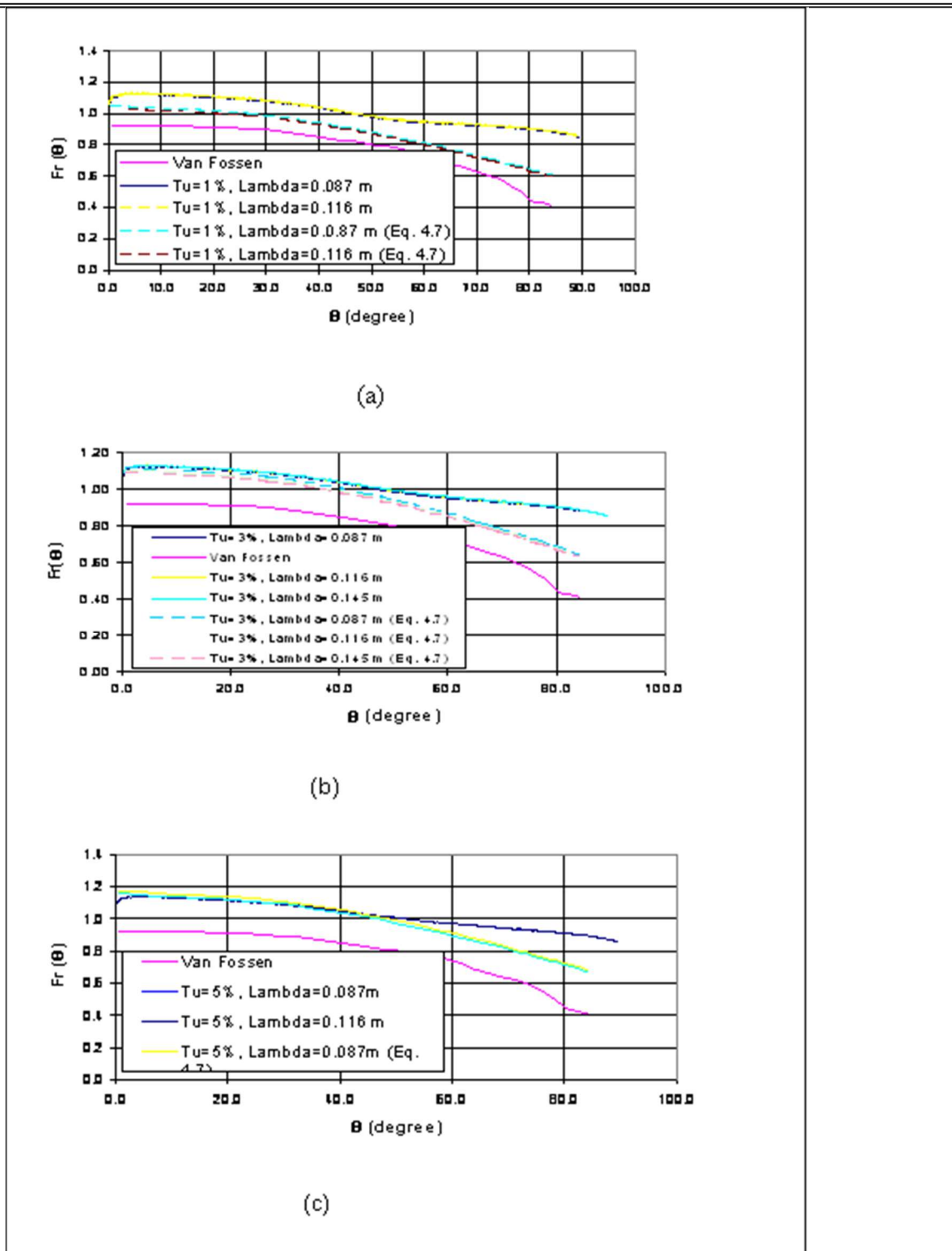
11.6.2. Hasil simulasi

Simulasi awal yang dilakukan pada meshing yang lebih kasar, dan pada $Re = 1 \times 10^5$, $Tu = 5\%$ dan $\lambda = 0.087$ m menunjukkan bahwa model turbulensi $k-\epsilon$ versi Kato lebih akurat daripada versi Standard dan RNG (Gambar 11. 50).



Gambar 11. 50 Pengaruh pemodelan turbulensi terhadap akurasi prediksi perpindahan panas

Simulasi selanjutnya dilakukan untuk mengetahui pengaruh variasi Tu dan λ (seperti pada Tabel 11. 1) terhadap perubahan distribusi nilai Frossling.



Gambar 11. 51 Distribusi bilangan Frossling untuk model turbulensi Kato pada $Re=1.3 \times 10^4$: (a) $Tu=1\%$, (b) $Tu=3\%$ and (c) $Tu=5\%$

Gambar 11. 51 a menunjukkan perubahan nilai Frossling(Fr) terhadap variasi λ pada nilai $Tu=1\%$ yang konstan. Jika dibandingkan dengan solusi empiris (persamaan 11. 37), hasil simulasi tidak menunjukkan perubahan Fr (θ) yang peka terhadap variasi nilai λ . Gambar 11. 51 b menunjukkan variasi λ pada nilai Tu yang konstan sebesar 3% . Jika dibandingkan dengan solusi empiris, simulasi juga menunjukkan bahwa $Fr(\theta)$ kurang peka terhadap perubahan λ . Hal yang sama juga terjadi pada Tu sebesar 5% (Gambar 11. 51 c). Dari hasil diatas dapat disimpulkan bahwa pemodelan turbulensi $k-\varepsilon$ kurang peka terhadap perubahan karakteristik turbulensi (k dan λ).

Daftar Pustaka

1. AEA Technology Engineering Software, Ltd., 1999, “CFX-TASCflow Computational Fluid Dynamics Software: Theory Documentation”, Waterloo, Ontario.
2. Apsley, D. D., And Leschziner, M. A., 1999, “Computation of Test Case 8.2: Plane Asymmetric Diffuser”, Proceeding of the 8th ERCOFTAC / IAHR / COST Workshop on Refined Turbulence Modelling” (Editor : Hellsten, Antti and Rautaheimo, Patrik), Report number 127, pp. 127 – 130.
3. Balinga, B.R., and Patankar, S.V.,1983, “A Control Volume Finite-Element Method for Two-Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer”, Numerical Heat Transfer, Vol 6, pp. 245-261.
4. Blassius, 1908, “Grenrschichten in Flussigkeiten mit kleiiiier Reibung. Z”. Mnth, ii. Pl~j~s. 56: 1-37,. 3. Howarth, L. 1938.
5. Boussinesq, J., 1877, “Essai sur la the:orie des eaux courantes”, *Mem. Pres. Acad. Sci.* XXIII, 46, Paris.
6. Buice, C.U. and Eaton, J.K., 1997, “Experimental investigation of flow through an asymmetric plane diffuser”, Report No. TSD-107, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, CA, USA.
7. Chapra, S. C., and Canale, R. P., 1988, “ Numerical Methods for Engineer”, 2nd ed., Mc Graw-Hill International Edition, Singapore.
8. Durbin, P.A., 1996, “On the k- Stagnation Point Anomaly,” *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol 17, pp. 89-90, 1996.
9. Fossen, G. J. V., Simoneau, Robert J., Ching, Can Y., 1994, Influence of Turbulence Parameters, Reynolds Number, and Body Shape

10. Frossling, N., 1940, "Evaporation, heat transfer, and velocity distribution in two-dimensional and rotationally symmetrical laminar boundary flow," Technical Report TM-1432, NACA.
11. Hartanto, Adi, 1999, "Study Experimental Aliran Vortex pada Rectangular Diffuser dengan Sudut Buka 30° dan 60° ", Tugas Akhir S-1, Jurusan Teknik Mesin, ITS, Surabaya.
12. Hookey, Neil A., 1986, "Evaluation and Enhancements of Control-Volume Finite-Element Methods for Two-Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer," M. Eng. Thesis, McGill University, Montreal, Canada.
13. Ikhwan, N., 2000, "Numerical Simulation of Reynolds Number, Turbulence Intensity and Integral Length Scale on the Stagnation Region Heat Transfer", M.Eng Thesis, Memorial Univ. of Newfoundland, Canada
14. Kolmogorov, A. N., 1942, "Turbulence" Translated by Uriel Frisch, 3rd ed., Cambridge University Press., New York.
15. Laccarino, Gianluca [2001], "Predictions of a Turbulent Separated Flow Using Commercial CFD Codes", Journal of Fluid Engineering , Vol. 123, pp. 819 – 828.
16. Larsson, J., Eriksson, Lars-Erik, and Håll, Ulf, 1995, "External Heat Transfer Predictions in Supersonic Turbines Using The Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations," Proc. 12:th ISABE Conference, Meulborne, Vol. 2,
17. Launder, B. E. and Spalding, D. B., (1974), "The numerical computation of turbulent flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3(2): 269-289.
18. Launder, B. E., and Sharma, B. I., 1974, "Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc", Letters in Heat and Mass Transfer, Volume 1, Issue 2, November-December 1974, Pages 131-137.

19. Launder, B.E., and Ying, W.M., 1973, "The Prediction of flow and Heat Transfer in Ducts of Square cross-section", Proc. Inst. Mech. Engrs. 187, pp. 37-73.
20. Lowery, G.W., and Vachon, R.I., 1975, "The Effect of Turbulence on Heat Transfer from Heated Cylinder", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 18, pp. 1229-1242.
21. Myllerup, L. and Michelsen, J.A., 1999, "Workshop Test Case 8.2", Proceeding of the 8th ERCOFTAC / IAHR / COST Workshop on Refined Turbulence Modelling (Editor : Hellsten, Antti and Rautaheimo, Patrik), Report number 127, pp. 119 – 120.
22. Panton, Ronald L., 1984, "Incompressible Flow", 5th ed., John Wiley&Sons, New York.
23. Patankar, Suhas V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", 3rd ed., McGraw-Hill, Washington.
24. Peng, S.H., Davidson, L., and Holmberg, S., 1997, "A Modified Low-Reynolds-Number k- ϵ Model for Recirculating Flow", Journal of Fluid Engineering, Vol. 119, pp. 867-875.
25. Prandtl, L., 1904, "Motion of Fluids with Very Little Viscosity", NACA TM 452, March 1928.
26. Prandtl, L., 1925, "Bericht uber Untersuchugen zur Ausgebildete Turbulenz", ZAMM 5:139-139
27. Prandtl, L., 1945, "Uber ein neues formel system fur die ausgebildete Turbulenz", Nachr. Akad. Wiss. Gottingen, Math. Phys., pp. 6-19.
28. Restivo, A., 1979, "Turbulent Flow in Ventilating Rooms", Ph.D Thesis, University of London, UK.

29. Richardson, L.F., 1922, "Weather Prediction by Numerical Process", J. Fluid Mech. 216, pp.1–34.
30. Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory," McGraw- Hill Book Co., 7th ed.1959, NewYork.
31. Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory," McGraw- Hill Book Co., 7th ed.1959, NewYork.
32. Schneider, G. E., and Raw M. J. , 1986, "A Skewed, Positive Influence Coefficient Upwinding Procedure for Control-Volume-Based Finite-Element Convection-Diffusion Computation" , Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, Volume 9, Issue 1 1986 , pages 1 – 26.
33. Tennekes, H, and Lumley, J.L., 1972, "A First Course in Turbulence", 7th ed., MIT Press, Massacuset, USA
34. Tricahyono, Y., 2003, "Validasi kemampuan Pemodelan Turbulensi dalam Memprediksi Aliran Sekunder pada Rectangular Bend", Tugas Akhir S1 Jurusan Teknik Mesin, ITS, Surabaya
35. Versteeg, H.K., and Malalasekera, W., 1995, "An Introduction to CFD: The Finite Volume Method," Longman Scientific & Technical, New York.
36. Wilcox, D. C., 1993, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," AIAA Journal, Vol. 30, pp. 324-331.
37. Wilcox, D. C., 1993, "Turbulence Modeling in CFD", DCW Industries, Inc., La Ca)ada, California.
38. Yohannes dan Ikhwan, N., 2004, "Validasi Pemodelan Turbulensi dalam Memprediksi Aliran Terseparasi pada *Asymmetric plane Diffuser*, Jurnal Teknik Mesin ITS, Vol. 4, No.2, Mei 2004, Hal. 56-62.

39. Zdravkovich, MM., 1997, "Flow around circular cylinders: a comprehensive guide through flow phenomena, experiments, applications, mathematical models, and computer simulations", Oxford University Press, Toronto