

PERENCANAAN PENJADWALAN MESIN

M. Hengki Riawan P., S.T., S.H., M.T., M.M

Definisi Penjadwalan

Penjadwalan adalah :

Suatu model pengalokasian sumber-sumber daya yang ada untuk melaksanakan sekumpulan tugas dalam jangka waktu tertentu.

- Setiap rencana produksi akan menghasilkan jadwal rinci mengenai jumlah produksi pada periode yang bersangkutan.
- Keputusan yang harus dibuat ialah urutan pekerjaan apa yang harus dikerjakan terlebih dahulu → menjadwal pekerjaan.

Lanjutan ...

Tujuan penjadwalan, yaitu :

1. Meningkatkan penggunaan sumberdaya (*makespan*)/ mengurangi waktu tunggu).
2. Mengurangi persediaan dalam proses (*WIP*)/ meminimasi waktu pekerjaan.
3. Mengurangi beberapa keterlambatan pada pekerjaan yang mempunyai batas waktu penyelesaian.

Hal-hal yang perlu diketahui sebelum melakukan penjadwalan (1)

- Jumlah dan jenis pekerjaan yang harus diselesaikan selama periode tertentu → *tergantung pada rencana produksi.*
- Perkiraan waktu penyelesaian suatu pekerjaan (*processing time*) → *untuk menentukan prioritas pekerjaan yang akan dikerjakan terlebih dahulu.*
- Batas waktu (*due date*) penyelesaian pekerjaan → *untuk memperkirakan kelambatan yang akan terjadi, terutama untuk mengantisipasi denda/penalti akibat keterlambatan pengiriman.*

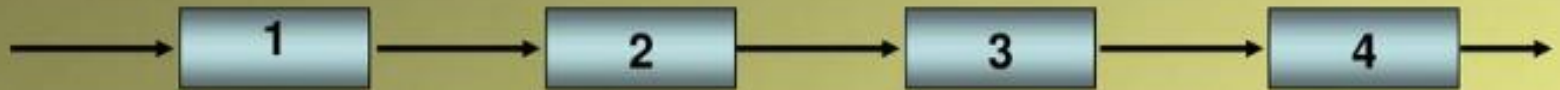
Hal-hal yang perlu diketahui sebelum melakukan penjadwalan (2)

- Tujuan penjadwalan sesuai kebutuhan
 - menentukan teknik penjadwalan yang akan dilakukan.
- Peningkatan utilisasi sumber daya
 - maka sasaran penjadwalan adalah menekan waktu penyelesaian produk secara keseluruhan.
- Minimasi jumlah persediaan barang dalam proses
 - lakukan minimasi jumlah pekerjaan yang menunggu untuk diproses (waktu alir rata-rata).
- Situasi pekerjaan yang dihadapi
 - yaitu *penjadwalan pekerjaan di satu mesin*,
penjadwalan pekerjaan di beberapa mesin seri,
paralel atau *penjadwalan pekerjaan produksi job shop*.

Macam-macam Pola Alir dalam Proses Produksi

1. Pola alir *flow shop*

a. Pola alir *pure flow shop*



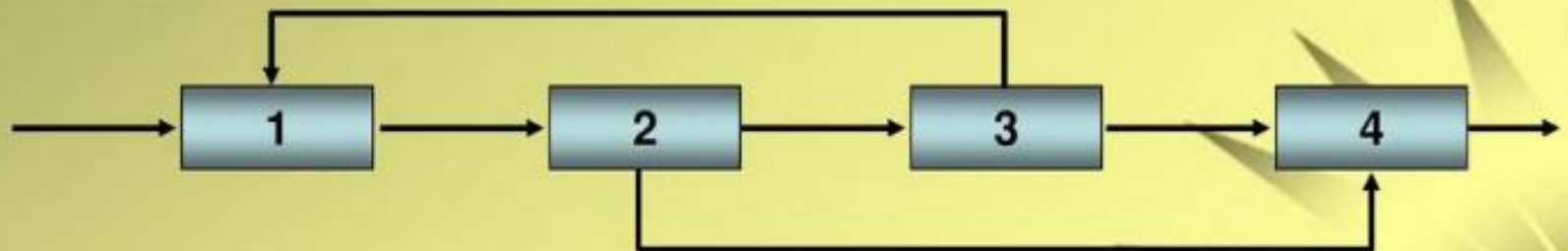
Gambar 1 Pola Alir *Pure Flow Shop*

b. Pola alir *general flow shop*



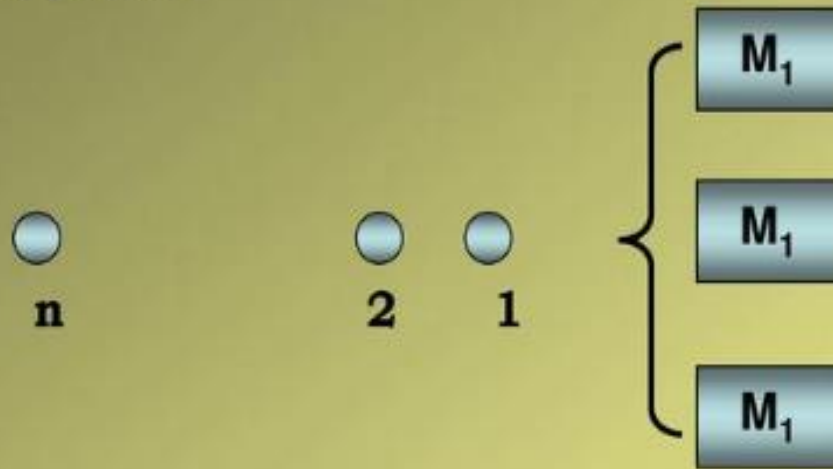
Gambar 2 Pola Alir *General Flow Shop*

2. Pola alir *job shop*



Macam-macam Susunan Mesin dalam Penjadwalan

1. Penjadwalan N job pada satu mesin
2. Penjadwalan N job pada M mesin
 - 1) Mesin paralel



Gambar 4 Penjadwalan N Job pada M Mesin secara Paralel

- 2) Mesin seri



Lanjutan...

3) Mesin kombinasi



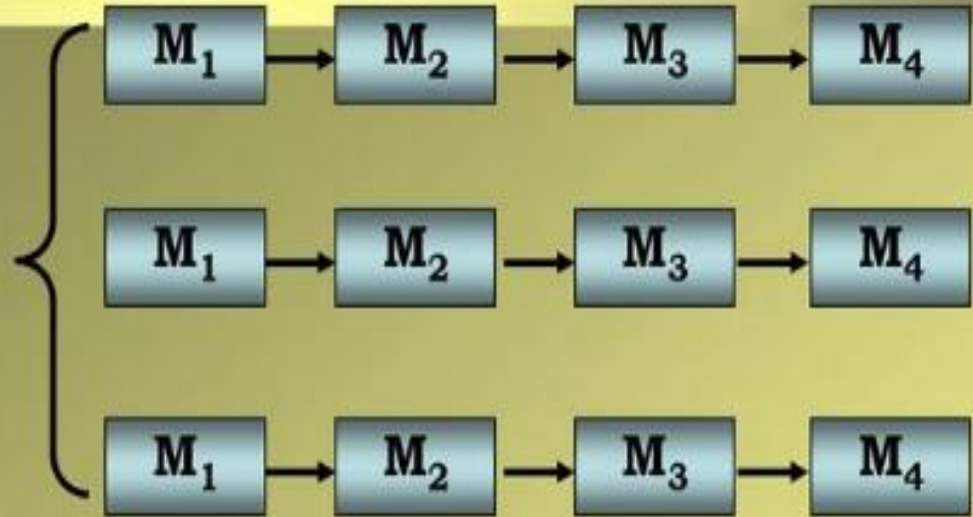
n



2



1



Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (1)

- *Processing Time*

- Waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu pekerjaan (satuan menit).

Waktu proses pekerjaan i dinotasikan dengan t_i

Misal :

- pek. A , waktu proses $t_A = 3$ menit
- pek. B , waktu proses $t_B = 5$ menit

Urutan pekerjaan bisa AB atau BA , dimana jumlah waktu untuk menyelesaikan seluruh pekerjaan adalah sama yaitu 8 menit (*Makespan*).

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (2)

- **Makespan** adalah jumlah waktu pemrosesan yang dibutuhkan untuk menyelesaikan seluruh pekerjaan

$$MS = \sum_{i=1}^n t_i$$

keterangan:

MS = makespan untuk seluruh n pekerjaan dalam jadwal

t_i = waktu proses pekerjaan ke i

- Dalam penjadwalan satu mesin, makespan yang diperlukan untuk menyelesaikan seluruh pekerjaan besarnya akan tetap untuk berbagai macam urutan penjadwalan yang dihasilkan.

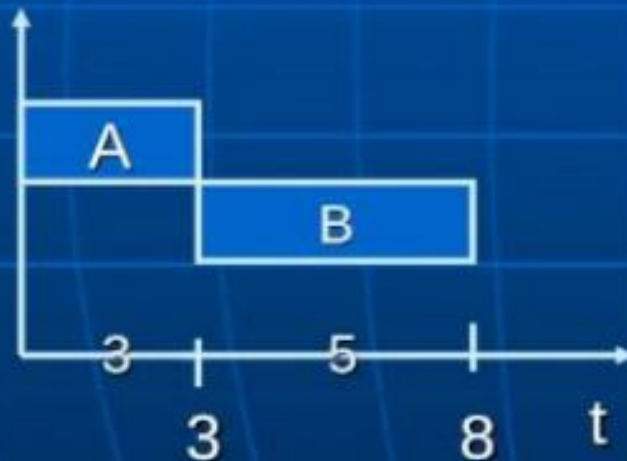
Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (3)

- *Flow Time*

- Waktu menunggu dalam antrian + Waktu proses

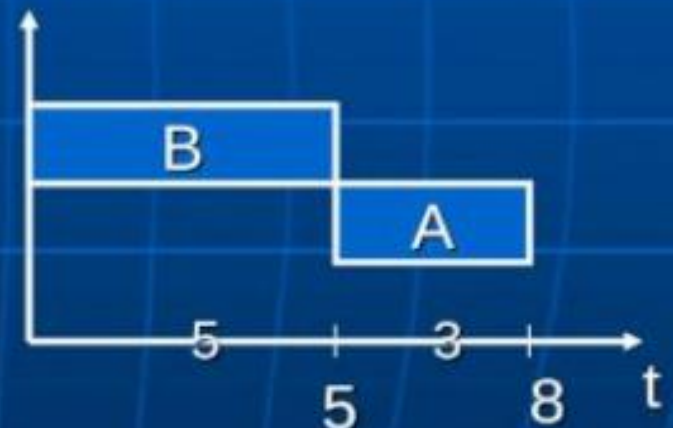
Flow time dinotasikan dengan F_i

waktu proses $t_A = 3$ menit ; waktu proses $t_B = 5$ menit



$$\begin{aligned} F_t &= A + B \\ &= 3 + (3+5) \\ &= 11 \end{aligned}$$

$$F \text{ rata-rata} = 11/2 = 5,5$$



$$\begin{aligned} F_t &= B + A \\ &= 5 + (5+3) \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$F \text{ rata-rata} = 13/2 = 6,5$$

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (4)

- *Completion Time*

- Waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan seluruh pekerjaan dimulai pekerjaan pertama pada $t = 0$ sampai ketika pekerjaan i selesai, dinotasikan dengan C_i
 - merupakan penjumlahan dari masing-masing *processing time*.

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (5)

- Jika diasumsikan semua pekerjaan siap dikerjakan ketika jadwal dimulai (yaitu pada $t=0$), maka waktu alir (*flow time*) untuk tiap pekerjaan sama dengan waktu penyelesaiannya (*completion time*).

$$F_{i,s} = C_{i,s}$$

ket: $F_{i,s}$ = *flow time* pekerjaan i dalam jadwal S

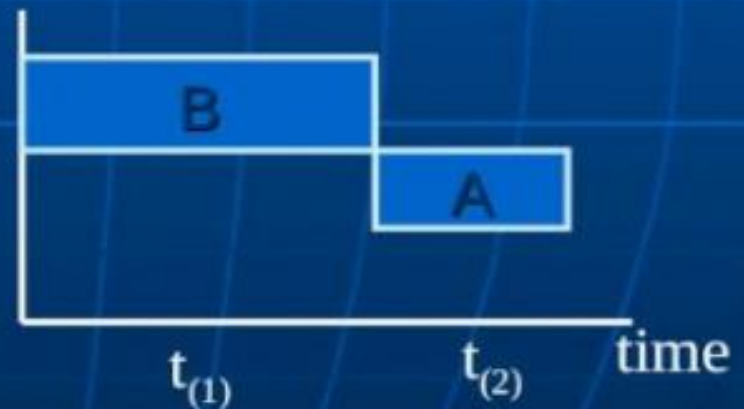
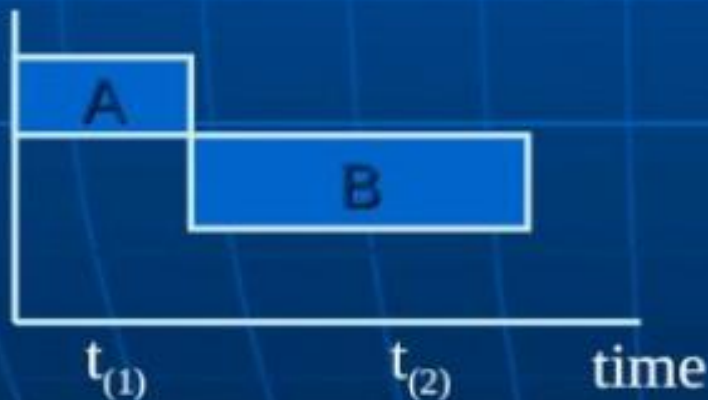
$C_{i,s}$ = *completion time* pekerjaan i dalam
jadwal S

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (6)

- Waktu alir rata-rata (*mean flow time*) dari jadwal S

$$\bar{F}_S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{i,S}$$

Maka waktu alir rata-rata untuk 2 pekerjaan misal A dan B



$$F_{S_rata-rata} = \frac{1}{2} (F_A + F_B) = \frac{1}{2} (t_{(1)} + t_{(1)} + t_{(2)})$$

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (7)

- Jika pekerjaan yang akan dijadwalkan tidak memiliki prioritas yang sama, maka waktu alir rata-rata dihitung dengan cara waktu alir rata-rata terbobot (*weighted mean flow time*) yang dihitung dengan persamaan:

$$\overline{F}_{w,s} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i f_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (8)

- *Due Date*
 - Batas waktu suatu pekerjaan harus selesai dikerjakan (satuan hari/dalam jam).
Due date dinotasikan dengan d_i
- *Lateness*
 - Keterlambatan pekerjaan yang tergantung dari *due date*
Lateness dinotasikan dengan L_i
 - Lateness negatif → selesai belum waktunya yang berarti akan ada persediaan atau inventory.
 - Lateness positif → selesai lewat waktu *due date* yang akan menyebabkan perusahaan dikenai penalti.
- *Tardy*
 - Keterlambatan yang positif (Positifnya Lateness)
 - *Tardiness*
→ $\{ 0, \text{lateness} + \}$,
nilai diantara 0 sampai lateness yang positif.

Istilah dan Notasi Matematis Penjadwalan (9)

- Jika diasumsikan bahwa seluruh batas waktu (*due date*) diukur dari $t = 0$, maka *lateness* dan *tardiness* pekerjaan dinyatakan dengan:

$$L_{i,s} = C_{i,s} - d_i$$

$$T_{i,s} = \max \{ 0, C_{i,s} - d_i \}$$

- Sedangkan *mean lateness* dan *mean tardiness* didefinisikan dengan:

$$\bar{L}_S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{i,S} \quad \bar{T}_S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{i,S}$$

- *Slack Time* (Kelonggaran)
 - *Slack time* dinotasikan dengan SL_i

Slack Time = Due Date - Processing Time

$$SL_i = d_i - t_i$$

Penjadwalan Satu Mesin

- Pengurutan pekerjaan di sebuah mesin digunakan untuk mencapai tujuan minimasi waktu alir rata-rata atau minimasi kelambatan/keterlambatan.
- Walaupun penjadwalan tidak akan berpengaruh terhadap besarnya makespan, akan tetapi pengurutan pekerjaan akan sangat berpengaruh pada waktu alir rata-rata (*mean flow time*), kelambatan rata-rata (*mean lateness*), atau ukuran rata-rata tardy (*mean tardiness*).

Penjadwalan Satu Mesin

- Pengurutan pekerjaan di sebuah mesin digunakan untuk mencapai tujuan minimasi waktu alir rata-rata atau minimasi kelambatan/keterlambatan.
- Walaupun penjadwalan tidak akan berpengaruh terhadap besarnya makespan, akan tetapi pengurutan pekerjaan akan sangat berpengaruh pada waktu alir rata-rata (*mean flow time*), kelambatan rata-rata (*mean lateness*), atau ukuran rata-rata tardy (*mean tardiness*).

Aturan SPT (1)

(*Shortest Processing Time*)

- Memulai pekerjaan dengan waktu proses (*processing time*) terpendek menuju besar.
- Tujuan meminimasi rata-rata flow time

$$t_A < t_B$$

$$F_t = t_A + t_A + t_B \quad ; \quad F_t' = t_B + t_B + t_A$$

$$\begin{aligned} \text{maka } \rightarrow F_t - F_t' &= (t_A + t_A + t_B) - (t_B + t_B + t_A) \\ &= t_A - t_B \leq 0 \end{aligned}$$

$$F_t - F_t' \leq 0 \rightarrow F_t \leq F_t'$$

Aturan SPT (2)

(Shortest Processing Time)

- Aturan SPT (Shortest Processing Time)
 - Memulai pekerjaan dengan waktu proses (*processing time*) terpendek menuju besar.
 - Tujuan meminimasi rata-rata Lateness

Dari persamaan $L_{i,s} = C_{i,s} - d_i$, maka $L = F_i - d_i$

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum (F_i - d_i)$$

$$= \frac{1}{n} \sum F_i - \frac{1}{n} \sum d_i$$

rata-rata flow time
yg sudah terbukti negatif,
sehingga $L_{\text{rata-rata}}$ minimal

konstan, karena jadwal yang harus diselesaikan adalah tetap, tidak tergantung urutan atau waktu proses

Contoh SPT

Minimasi Flow Time rata-rata

Tabel 1

Task	1	2	3	4	5	6	7	8
t_i (jam)	5	8	6	3	10	14	7	3
d_i	15	10	15	25	20	40	45	50

Urutan yang dihasilkan adalah : 4-8-1-3-7-2-5-6

Dengan menggunakan persamaan
didapat

$$\bar{F}_S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{i,S}$$

Flow time rata-rata = $1/8 [191] = 23,875$ jam

Contoh SPT

Minimasi rata-rata Lateness

Tabel 2

Urutan Task	4	8	1	3	7	2	5	6	Σ
Hasil SPT (i)									
Waktu proses (t_i)	3	3	5	6	7	8	10	14	
Completion Time (c_i)	3	6	11	17	24	32	42	56	191
Due date (d_i)	25	50	15	15	45	10	20	40	220
Lateness (L_i)	-22	-44	-4	2	-21	22	22	16	- 29

Berdasarkan persamaan

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum (F_i - d_i)$$

maka

Rata-rata Lateness = $1/8 [191 - 220] = - 3,625$ jam

Maksimum Lateness = 22 jam

Maksimum Tardiness = 22 jam

Jumlah Task yang Tardy = 4

Contoh WSPT

Minimasi rata-rata Flow Time Terbobot

Tabel 3

Task	1	2	3	4	5	6	7	8
t_i (jam)	5	8	6	3	10	14	7	3
w_i (bobot)	1	2	3	1	2	3	2	1
t_i/w_i	5.0	4.0	2.0	3.0	5.0	4.7	3.5	3.0

Berdasarkan persamaan

$$\frac{t_{[1]}}{w_{[1]}} \leq \frac{t_{[2]}}{w_{[2]}} \leq \dots \leq \frac{t_{[n]}}{w_{[n]}}$$

didapat :

Urutan pekerjaan yang dihasilkan : 3-4-8-7-2-6-1-5

Flow time rata-rata : 27.0 jam

Flow time rata-rata tertimbang : 27,47 jam

$$\sum F_i \cdot w_i / \sum w_i = 412/15$$

EDD (*Earliest Due Date*)

- Digunakan bila keterlambatan dikenakan penalti (denda).
- Meminimasi maksimum keterlambatan (*lateness*) pada sebuah mesin atau ukuran keterlambatan maksimum (*max tardiness*).
- Urutkan pekerjaan dari kecil ke besar berdasarkan *due date* nya.

Contoh EDD

Minimasi maksimum Lateness

Berdasarkan data dari tabel 1, maka urutan pekerjaan berdasarkan EDD adalah **2-1-3-5-4-6-7-8**

Tabel 4

Task	2	1	3	5	4	6	7	8	Σ
Procs. Time t_i	8	5	6	10	3	14	7	3	
Compl. Time c_i	8	13	19	29	32	46	53	56	256
Due Date d_i	10	15	15	20	25	40	45	50	220
Lateness L_i	-2	-2	4	9	7	6	8	6	36

Rata-rata Lateness = $1/8 [256 - 220] = 4,5$ jam

Maksimum Lateness = 9 jam

Slack

- Pekerjaan dengan kelonggaran yang sedikit harus dijadwalkan terlebih dahulu.
- Digunakan untuk menghasilkan keterlambatan total (maksimum tardy) yang cukup kecil.
- Keterlambatan total terkecil (tardy terkecil) dapat dihitung dengan menggunakan Algoritma Wilkerson-Irwin.

Contoh Slack (1)

Tabel 9

Task i	1	2	3	4	5	6	7	8
t_i	5	8	6	3	10	14	7	3
d_i	15	10	15	25	20	40	45	50
SL_i	10	2	9	22	10	26	38	47

Dengan aturan Slack dihasilkan urutan penjadwalan sebagai berikut : 2-3-1-5-4-6-7-8

Contoh Slack (2)

Minimasi Keterlambatan (*Tardiness*)

- Perhitungan kelambatan hasil penjadwalan dengan Metode Slack *adalah*

Tabel 10

Task i	2	3	1	5	4	6	7	8	Σ
t_i	8	6	5	10	3	14	7	3	
c_i	8	14	19	29	32	46	53	56	257
d_i	10	15	15	20	25	40	45	50	220
T_i	0	0	4	9	7	6	8	6	40

Rata-rata Tardiness = $40/8 = 5$ jam

Jumlah Task Tardy = 6

KESIMPULAN

1. Aturan EDD akan meminimasi keterlambatan rata-rata (*mean tardiness*), jika hanya terdapat satu atau nol pekerjaan yang terlambat.
2. Aturan SPT akan meminimasi keterlambatan rata-rata (*mean tardiness*), jika seluruh pekerjaan memiliki *due date* yang sama, atau jika aturan SPT menghasilkan seluruh pekerjaan terlambat.
3. Aturan minimasi kelonggaran (*Slack time*) juga memiliki kecenderungan untuk meminimasi ukuran keterlambatan rata-rata, tetapi tidak dapat diterapkan untuk seluruh kasus.

TERIMA KASIH