

MODUL 5 DIFERENSIAL



Mata Kuliah : MATEMATIKA TEKNIK I
Kode / sks : B2220 / 3 sks
Prodi : TEKNIK MESIN
Semester : III (Tiga)

Disusun oleh :

MAFRUDDIN, S.T., M.T

**PRODI TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH METRO**

Dibiayai Oleh:

**Direktorat Pembelajaran Dan Kemahasiswaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Riset Dan Teknologi
Kemetrician Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi
2023**



MODUL 5 DIFERENSIAL

1. Pengantar

Assalamu'alaikum wr. Wb.

Kegiatan belajar mengajar untuk mata kuliah Matematika Teknik I dilakukan dengan dua metode yaitu Daring (online) dan Luring (offline). Untuk mempermudah dalam memahami materi yang diberikan dan mencapai kompetensi yang diharapkan maka perlu diperhatikan beberapa petunjuk belajar berikut:

- a. Pelajarilah setiap materi yang terdapat pada modul ini (Modul 5. Diferensial) dengan sungguh-sungguh, apabila terdapat uraian materi atau pokok bahasan yang kurang dipahami atau belum dimengerti segera tanyakan pada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- b. Bacalah dengan teliti dan pahami apa yang menjadi capaian akhir dari setiap materi yang akan dipelajari
- c. Bacalah dengan teliti dan pahami apa saja indikator capaian pembelajaran yang harus dikuasai
- d. Berikan tanda pada bagian-bagian materi yang dianggap penting atau bagian yang belum dimengerti untuk ditanyakan kepada tutor/dosen pengampu mata kuliah
- e. Buka dan pelajari setiap link materi (video atau dokumen lainnya) yang diberikan oleh tutor/dosen pengampu mata kuliah untuk menambah pemahaman Anda terkait materi yang dipelajari dalam kegiatan belajar pada modul ini
- f. *Download* dan Putarlah video penjelasan yang ada terkait materi atau pokok bahasan agar dapat memahami isi materi pada kegiatan ini secara lebih jelas dan paham serta dapat menyelesaikan tugas-tugas yang diberikan. Jika diperlukan, putarlah video penjelasan berulang-ulang supaya benar-benar paham
- g. Carilah sumber referensi lainnya untuk menambah materi bahan ajar (baik dalam bentuk materi penjelasan maupun contoh-contoh soal) dan melengkapi tugas pada masing-masing topik perkuliahan serta memperluas wawasan Anda
- h. Pahami tugas yang harus didiskusikan dengan teman-temanmu (tugas kelompok) pada bagian forum diskusi pada topik bahasan tertentu. Gunakan pengetahuan dan pengalaman Anda sebelumnya untuk mendiskusikan penyelesaian masalah yang diberikan dalam forum diskusi tersebut
- i. Bacalah dan pahami pada bagian rangkuman materi untuk lebih meningkatkan pemahaman substansi materi dari materi kegiatan belajar yang telah dipelajari dan diskusikan
- j. Kerjakan tugas dengan semaksimal mungkin dan ikuti panduan yang diberikan serta gunakan rambu-rambu jawaban untuk menilai apakah jawaban Anda sudah memadai atau belum
- k. Kumpulkan tugas sesuai dengan batas waktu yang telah ditetapkan
- l. Kerjakan tugas Anda dengan jujur dan jangan mencontek
- m. Tugas dikumpulkan di SPADA UM METRO.

2. Capaian pembelajaran

Setelah mempelajari keseluruhan materi pada modul ini diharapkan mahasiswa mampu menjelaskan tentang dasar- dasar diferensial, mengetahui bentuk-bentuk diferensial. Mampu bertanggungjawab pada pekerjaan sendiri dan bekerja sama dalam tim dan mampu berkomunikasi dengan baik secara lisan maupun tulisan.

3. Indikator Capaian Pembelajaran

Adapun tingkat penguasaan mahasiswa terhadap Capaian Pembelajaran Kegiatan Belajar ini secara rinci akan diukur dari kemampuan mahasiswa dalam:

- Menjelaskan tentang dasar- dasar diferensial,
- Menjelaskan bentuk-bentuk diferensial
- Memahami dan menggunakan aturan rantai
- Menjelaskan dan mendefinisikan fungsi implisit.
- Mampu bertanggungjawab pada pekerjaan sendiri dan bekerja sama dalam tim
- Mampu berkomunikasi dengan baik secara lisan maupun tulisan.

4. Alokasi Jam Pembelajaran (JP) per pertemuan

- Total alokasi waktu : 3 x 50 menit
- Mode pembelajaran : Daring (online)
- Pertemuan : 6 (enam)

5. Pokok-pokok materi

- Dasar- dasar diferensial
- Rumus dasar diferensial
- Bentuk-bentuk diferensial
- Diferensial fungsi trigonometri
- Aturan rantai
- Diferensial implisit

6. Integrasi nilai islam

- Al-quran Qs Al Jinn ;72:28

لِيَعْلَمَ أَنْ قَدْ أَبْلَغُوا رَسُولَاتِ رَبِّهِمْ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا

28. supaya Dia mengetahui, bahwa Sesungguhnya Rasul-rasul itu telah menyampaikan risalah-risalah Tuhannya, sedang (sebenarnya) ilmu-Nya meliputi apa yang ada pada mereka, dan Dia menghitung segala sesuatu satu persatu.

- Hadist Tirmidzi 2917

سنن الترمذي ٢٩١٧: حَدَّثَنَا عَبْدُ بْنُ حُمَيْدٍ حَدَّثَنَا الْحَسَنُ بْنُ مُوسَى وَرَوْحُ بْنُ عُبَادَةَ عَنْ حَمَّادِ بْنِ سَلَمَةَ عَنْ عَلِيِّ بْنِ زَيْدٍ عَنْ أُمِّيَّةَ أَنَّهَا سَأَلَتْ عَائِشَةَ عَنْ قَوْلِ اللَّهِ تَعَالَى { إِنْ تُبْدُوا مَا فِي أَنْفُسِكُمْ أَوْ تُخْفُوهُ يُحَاسِبِكُمْ بِهِ اللَّهُ } وَعَنْ قَوْلِهِ { مَنْ يَعْمَلْ سُوءًا يُجْزَ بِهِ } فَقَالَتْ مَا سَأَلَنِي عَنْهَا أَحَدٌ مُنْذُ سَأَلْتُ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَقَالَ هَذِهِ مُعَاتِبَةُ اللَّهِ الْعَبْدَ فِيمَا يُصِيبُهُ مِنَ الْحَمَى وَالنَّكْبَةِ حَتَّى الْبِضَاعَةَ يَضَعُهَا فِي

كَمْ قَمِيصِهِ فَيَقْتَدُهَا فَيَفْرَعُ لَهَا حَتَّى إِنَّ الْعَبْدَ لَيَخْرُجُ مِنْ ذُنُوبِهِ كَمَا يَخْرُجُ النَّبْرُ الْأَحْمَرُ مِنَ الْكَبِيرِ قَالَ أَبُو عَيْسَى هَذَا حَدِيثٌ حَسَنٌ غَرِيبٌ مِنْ حَدِيثِ عَائِشَةَ لَا نَعْرِفُهُ إِلَّا مِنْ حَدِيثِ حَمَّادِ بْنِ سَلَمَةَ.

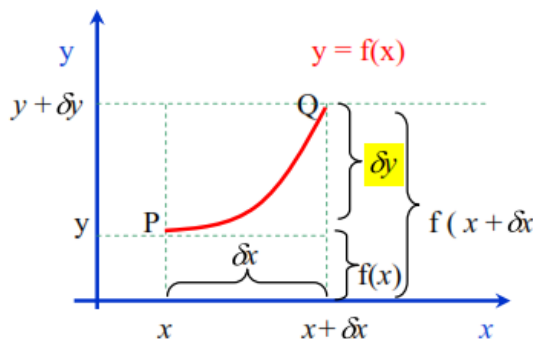
Sunan Tirmidzi 2917: Telah menceritakan kepada kami 'Abd bin Humaid telah menceritakan kepada kami Al Hasan bin Musa dan Rauh bin 'Ubadah dari Hammad bin Salamah dari Ali bin Zaid dari 'Umaiyyah ia bertanya kepada 'Aisyah tentang firman Allah Ta'ala: Jika kamu melahirkan apa yang ada di dalam hatimu atau kamu menyembunyikan, niscaya Allah akan membuat perhitungan dengan kamu tentang perbuatanmu itu. QS Al-Baqarah: 284, dan firmanNya: Barangsiapa yang mengerjakan kejahatan, niscaya akan diberi pembalasan dengan kejahatan itu. QS An-Nisaa` : 123. 'Aisyah menjawab: "Tidak ada seorang pun yang menanyakannya padaku semenjak aku bertanya pada Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam, beliau bersabda: "Ini adalah teguran Allah kepada seorang hamba atas demam dan musibah yang menimpanya, hingga barang (sebagian harta) yang diletakkan dipangkal lengan bajunya lalu hilang, hingga ia sangat sedih karenanya, sampai seorang hamba benar-benar keluar dari dosa-dosanya seperti biji logam merah keluar dari ubupan." Abu Isa berkata: Hadits ini hasan shahih gharib dari hadits 'Aisyah, kami hanya mengetahuinya dari hadits Hammad bin Salamah.

7. Uraian Materi

a. Dasar- dasar diferensial

Diferensial atau disebut juga dengan turunan merupakan tingkat perubahan suatu fungsi yang disebabkan karena adanya perubahan variabel bebas dari fungsi tersebut. Maka diferensial dapat diartikan sebagai laju atau tingkat perubahan dari setiap variabel y sebagai tanggapan terhadap suatu perubahan dalam variabel x .

Dalam bidang ilmu matematika, diferensial mengacu pada beberapa notasi atau konsep tertentu yang saling berhubungan. Turunan atau diferensial suatu fungsi merupakan gradien garis singgung dari fungsi tersebut yang berada di suatu titik tertentu. Turunan (diferensial) digunakan untuk suatu alat dalam menyelesaikan permasalahan dalam geometri dan mekanika.



Keterangan:

x : variable bebas

y : variable terikat

δx : perubah pada sumbu x

δy : perubah pada sumbu y

P : (x, y)

Tetapi karena $y=f(x)$ maka $P = (x, f(x))$

Q : $[(x + \delta x), f(x + \delta x)] \longrightarrow$ mengapa $(x + \delta x)$?

Hal ini dikarenakan fungsi di titik P adalah $f(x)$ maka fungsi di titik Q adalah $f(x+\delta x)$

$$\delta y : f(x + \delta x) - f(x)$$

$$\text{laju perubahan} = \frac{\delta y}{\delta x} = \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$$

sehingga rumus umum turunan pertama dari suatu fungsi sebagai berikut:

$$\text{Jika } f(x) = y = x^n \text{ maka } \frac{dy}{dx} = n x^{n-1}$$

Pada umumnya Turunan atau diferensial pertama dari suatu fungsi $y = f(x)$ dilambangkan dengan notasi $= \frac{dy}{dx} = y'$.

Contoh:

$$f(x) = y = x^2 + 5x$$

$$\text{maka turunan pertama} = \frac{dy}{dx} = y' = 2x + 5$$

sedangkan untuk turunan kedua dari suatu fungsi $y = f(x)$ dilambangkan atau dinotasikan $= \frac{d^2y}{dx^2} = y''$.

Contoh:

$$f(x) = y = x^2 + 5x$$

$$\text{maka turunan kedua} = \frac{d^2y}{dx^2} = y'' = 2.$$

b. Rumus dasar diferensial

secara umum turunan standar dijelaskan pada tabel berikut:

No.	$f(x) = y$	$\frac{dy}{dx} = y'$
1	x^n	$n x^{n-1}$
2	e^x	e^x
3	e^{kx}	ke^x
4	a^x	$a^x \ln a$
5	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
6	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
7	$\sin x$	$\cos x$
8	$\cos x$	$-\sin x$
9	$\tan x$	$\sec^2 x$
10	$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
11	$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
12	$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
13	$\sinh x$	$\cosh x$
14	$\cosh x$	$\sinh x$

Contoh penerapan:

- 1) Diferensiasi konstanta

$$f(x) = y = k \text{ dimana } k \text{ adalah konstanta maka } \frac{dy}{dx} = y' = 0.$$

$$\text{Contoh: } y = 10 \implies \frac{dy}{dx} = y' = 0$$

- 2) Diferensiasi fungsi pangkat

$$f(x) = y = x^n \text{ dimana } n \text{ adalah konstanta maka } \frac{dy}{dx} = n x^{n-1}.$$

$$\text{Contoh: } y = x^3 \implies \frac{dy}{dx} = y' = 3x^{3-1} = 3x^2.$$

- 3) Diferensiasi Fungsi Berpangkat

$$f(x) = y = U^n \text{ dimana } u = g(x), n = \text{konstanta} \text{ maka } \frac{dy}{dx} = y' = n U^{n-1} \frac{du}{dx}$$

$$\text{Contoh: } f(x) = y = (3x + 5)^4$$

$$U = 3x + 5 \implies \text{sehingga } y = (U)^4$$

$$U = 3x + 5 \implies \frac{du}{dx} = 3$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = 4 U^{4-1} \cdot 3 \implies y' = 12 (3x + 5)^3$$

- 4) Diferensiasi Fungsi Logaritmik

$$f(x) = y = {}^a \log x \text{ maka } \frac{dy}{dx} = y' = \frac{1}{x \ln a}$$

contoh:

$$f(x) = y = {}^5 \log 7 \implies \frac{dy}{dx} = y' = \frac{1}{7 \ln 5}$$

c. Bentuk-bentuk diferensial

- 1) Diferensiasi Penjumlahan/Pengurangan fungsi

$$y = U + V \text{ dimana } U = g(x) \text{ dan } V = h(x) \text{ maka } \frac{dy}{dx} = y' = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

Contoh:

$$f(x) = y = 5x^3 + 4x^2 \implies U = 5x^3 \implies \frac{du}{dx} = 15x^2$$

$$\implies V = 4x^2 \implies \frac{dv}{dx} = 8x$$

$$\text{Jadi } \frac{dy}{dx} = y' = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} \implies \frac{dy}{dx} = y' = 15x^2 + 8x$$

- 2) Diferensiasi Perkalian Fungsi

$$y = U \cdot V \text{ dimana } U = g(x) \text{ dan } V = h(x) \text{ maka } \frac{dy}{dx} = y' = U \cdot \frac{dv}{dx} + V \cdot \frac{du}{dx}$$

Contoh:

$$f(x) = y = 5x^3 \cdot 4x^2 \implies U = 5x^3 \implies \frac{du}{dx} = 15x^2$$

$$\implies V = 4x^2 \implies \frac{dv}{dx} = 8x$$

$$\text{Jadi } \frac{dy}{dx} = y' = U \cdot \frac{dv}{dx} + V \cdot \frac{du}{dx} \implies \frac{dy}{dx} = y' = (5x^3) \cdot (8x) + (4x^2) \cdot (15x^2)$$

$$= 40x^4 + 60x^4 = 100x^4$$

3) Diferensiasi Pembagian Fungsi

$$y = \frac{U}{V} \quad \text{dimana } U = g(x) \text{ dan } V = h(x) \text{ maka } \frac{dy}{dx} = y' = \frac{V \cdot \frac{du}{dx} - U \cdot \frac{dv}{dx}}{V^2}$$

Contoh:

$$f(x) = y = \frac{5x^3}{4x^2} \quad \implies U = 5x^3 \implies \frac{du}{dx} = 15x^2$$

$$\implies V = 4x^2 \implies \frac{dv}{dx} = 8x$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi } \frac{dy}{dx} = y' &= \frac{V \cdot \frac{du}{dx} - U \cdot \frac{dv}{dx}}{V^2} \implies \frac{dy}{dx} = y' = \frac{(4x^2) \cdot (15x^2) - (5x^3) \cdot 8x}{(4x^2)^2} \\ &= \frac{60x^4 - 40x^4}{16x^4} \\ &= \frac{20x^4}{16x^4} = 5/4 \end{aligned}$$

d. Diferensial fungsi trigonometri

Diferensiasi fungsi trigonometri merupakan proses matematis untuk menemukan turunan suatu fungsi trigonometri seperti $\sin(x)$, $\cos(x)$ dan $\tan(x)$ atau tingkat perubahan terkait dengan suatu variabelnya.

Contoh:

Tentukan diferensial pertama dari $f(x) = y = x^3 \cdot \sin x$

Jawab:

$$y = U \cdot V \quad \text{maka } \frac{dy}{dx} = y' = U \cdot \frac{dv}{dx} + V \cdot \frac{du}{dx}$$

Sehingga

$$f(x) = y = x^3 \cdot \sin x \quad \implies U = x^3 \quad \implies \frac{du}{dx} = 3x^2$$

$$\implies V = \sin x \quad \implies \frac{dv}{dx} = \cos x$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi } \frac{dy}{dx} = y' &= U \cdot \frac{dv}{dx} + V \cdot \frac{du}{dx} \implies \frac{dy}{dx} = y' = (x^3) \cdot (\cos x) + (\sin x) \cdot (3x^2) \\ &= x^3 \cdot \cos x + 3x^2 \sin x \\ &= x^2 (x \cos x + 3 \sin x) \end{aligned}$$

e. Aturan rantai

Aturan rantai merupakan metode atau cara untuk menyelesaikan turunan komposisi dua fungsi atau lebih. Komposisi fungsi yang biasanya diturunkan dengan aturan rantai adalah bentuk pangkat dari fungsi aljabar yang terdiri dari beberapa suku.

Sebagai contoh 1:

Tentukan diferensial pertama $f(x) = y = \sin(2x-3)$

Diketahui:

$$f(x) = y = \sin(2x-3)$$

$$U = (2x-3) \quad \implies \text{sehingga } y = \sin U$$

$$\implies \frac{dy}{du} = \cos U$$

$$U = (2x-3) \quad \implies \frac{du}{dx} = 2$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \cos U \cdot 2 = 2 \cos(2x-3)$$

Contoh 2:

Tentukan diferensial pertama $f(x) = y = \sin^2(2x-3)$

Diketahui:

$$f(x) = y = \sin^2(2x-3)$$

$$U = (2x-3) \quad \implies \text{sehingga } y = \sin^2 U$$

$$\implies \frac{dy}{du} = 2 \sin u \cdot \cos U$$

$$U = (2x-3) \quad \implies \frac{du}{dx} = 2$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = 2 \sin u \cdot \cos U \cdot 2$$

$$= 4 \sin(2x-3) \cdot \cos(2x-3).$$

Cara lainnya:

$$f(x) = y = \sin^2(2x-3)$$

a. Diferensialkan pangkat dari "sin"

$$dy = 2 \sin^{2-1}(2x-3)$$

b. Diferensialkan "sin"

$$dy = 2 \sin(2x-3) \cos(2x-3)$$

c. Diferensialkan $(2x-3)$

$$dy = 2 \sin(2x-3) \cos(2x-3) \cdot 2 dx$$

$$\text{jadi } \frac{dy}{dx} = y' = 4 \sin(2x-3) \cos(2x-3) \quad (\text{memperoleh hasil yang sama})$$

f. **Diferensial implisit**

Jika $y = x^2 + x + 3$, y seluruhnya didefinisikan dalam suku-suku x , maka y disebut dengan *fungsi eksplisit*. Apabila hubungan x dan y lebih rumit dan tidak mungkin untuk memisahkan y seluruhnya pada sisi kiri, misalnya $xy + \sin y = 3$. Pada kasus seperti ini y disebut *fungsi implisit*.

Contoh;

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{merupakan fungsi implisit.}$$

Maka untuk mendiferensialkan menggunakan langkah berikut:

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{diferensialkan terhadap } x.$$

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = -2x/2y$$

$$\frac{dy}{dx} = -x/y \quad \text{fungsi implisit turunannya dapat mengandung suku } x \text{ dan suku } y.$$

Contoh;

$$\text{Jika } x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0 \text{ tentukan } \frac{dy}{dx} \text{ dan } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ di } x = 3 \text{ dan } y = 2$$

Jawab:

Diferensialkan terhadap x.

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} - 2 - 6 \frac{dy}{dx} + 0 = 0$$

$$2y \frac{dy}{dx} - 6 \frac{dy}{dx} = 2 - 2x$$

$$(2y - 6) \frac{dy}{dx} = 2 - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - 2x}{2y - 6} = \frac{1 - x}{y - 3} \quad \implies \frac{dy}{dx} = \frac{1 - 3}{2 - 3} = 2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx} \left\{ \frac{1 - x}{y - 3} \right\} \quad \implies U = 1 - x \quad \implies \frac{du}{dx} = -1$$

$$\implies V = y - 3 \quad \implies \frac{dv}{dx} = \frac{dy}{dx}$$

$$\text{Maka } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{V \cdot \frac{du}{dx} - U \cdot \frac{dv}{dx}}{V^2} = \frac{(y-3) \cdot (-1) - (1-x) \cdot \frac{dy}{dx}}{(y-3)^2}$$

$$= \frac{(-y+3) - (1-x) \cdot 2}{(y-3)^2}$$

$$= \frac{(-2+3) - (1-3) \cdot 2}{(2-3)^2} = 5$$

g. Diferensiasi logaritmik

Apabila terdapat lebih daripada dua fungsi dalam sebarang susunan atas atau bawah dalam sebuah persamaan, maka cara paling mudah untuk menentukan turunannya yaitu dengan *diferensiasi logaritmik*.

Diferensiasi bergantung pada kenyataan bahwa :

$$\frac{d}{dx} \{\ln x\} = \frac{1}{x} \quad \text{jika } x \text{ digantikan dengan fungsi } F \text{ maka}$$

$$\frac{d}{dx} \{\ln F\} = \frac{1}{F} \frac{dF}{dx}$$

jika persamaan dalam bentuk kombinasi perkalian dan pembagian seperti:

$$y = \frac{u \cdot v}{w}$$

maka penyelesaiannya dengan mengambil sifat *log* dengan basis bilangan *e*, sehingga diperoleh:

$$\ln y = \ln u + \ln v - \ln w$$

Kemudian diferensialkan terhadap *x* maka diperoleh:

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dx} - \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dx}$$

Sehingga,

$$\frac{dy}{dx} = y \left\{ \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dx} - \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dx} \right\}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{u \cdot v}{w} \left\{ \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dx} - \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dx} \right\}$$

Contoh:

$$\text{Jika } y = \frac{x^3 \sin x}{\cos 2x} \text{ carilah } \frac{dy}{dx} = y'$$

Diketahui:

$$u = x^3 \quad \Rightarrow \frac{du}{dx} = 3x^2$$

$$v = \sin x \quad \Rightarrow \frac{dv}{dx} = \cos x$$

$$w = \cos 2x \quad \Rightarrow \frac{dw}{dx} = -2 \sin 2x$$

maka:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{u \cdot v}{w} \left\{ \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dx} + \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dx} - \frac{1}{w} \cdot \frac{dw}{dx} \right\} \\ &= \frac{x^3 \cdot \sin x}{\cos x} \left\{ \frac{1}{x^3} \cdot 3x^2 + \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x - \frac{1}{\cos 2x} \cdot -2 \sin 2x \right\} \\ &= \frac{x^3 \cdot \sin x}{\cos x} \left\{ \frac{3x^2}{x^3} + \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{2 \sin 2x}{\cos 2x} \right\} \\ &= \frac{x^3 \cdot \sin x}{\cos x} \left\{ \frac{3}{x} + \cot x + 2 \tan 2x \right\}.\end{aligned}$$

8. Rangkuman

Bentuk turunan atau diferensial standar yaitu:

No.	$f(x) = y$	$\frac{dy}{dx} = y'$
1	x^n	$n x^{n-1}$
2	e^x	e^x
3	e^{kx}	ke^x
4	a^x	$a^x \ln a$
5	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
6	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
7	$\sin x$	$\cos x$
8	$\cos x$	$-\sin x$
9	$\tan x$	$\sec^2 x$
10	$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
11	$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
12	$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
13	$\sinh x$	$\cosh x$
14	$\cosh x$	$\sinh x$

9. Tugas

- Membuat resume dari video penjelasan sesuai dengan topik bahasan dan jawab pertanyaan berikut.
 - Jelaskan sampai dimana tingkat pemahaman anda tentang materi yang diberikan
 - Jelaskan menurut pendapat anda pentingnya video penjelasan terhadap proses belajar
 - Langkah apasaja yang telah anda lakukan untuk lebih meningkatkan pemahaman tentang materi yang diberikan
 - Berikan contoh penerapan atau aplikasi tentang Diferensial dalam kehidupan sehari-hari.



2. Membuat makalah (pengembangan materi) tentang Diferensial dari sumber referensi yang relevan dalam bentuk materi atau contoh-contoh soal.
3. Menyelesaikan tugas mandiri sesuai bahan kajian sebagai berikut:
 - 1) Tentukanlah $\frac{dy}{dx} = y'$ dari masing-masing fungsi berikut:
 - a. $y = x^3 \tan x$
 - b. $y = \frac{2e^x}{x^2}$
 - c. $y = \frac{x^3}{\sin x}$
 - 2) Diferensiasikanlah fungsi berikut terhadap x :
 - a. $y = (4x + 3)^6$
 - b. $y = \ln(3x - 4)$
 - c. $y = e^{-3x} \sin(2x)$
 - 3) Jika $y = x^3 + 2x^2 - 3x - 4$, tentukanlah:
 - a. $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$
 - b. Nilai x yang jika pada nilai tersebut $\frac{dy}{dx} = 0$
4. Membuat resume Qs Al Jinn ;72:28 dan Hadist: Tirmidzi 2917

10. Daftar pustaka

- a. Al-Quran dan As-Sunnah
- b. Erwin Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", Edisi 6, John Wiley & Sons, Singapore, 1988.
- c. K.A Stroud, "Matematika Teknik". Edisi 5 Jilid 1. Erlangga. 2003.
- d. Edwin J. Purcell Dale Varberg. "Kalkulus Dan Geometri Analitis". Edisi kelima. Erlangga 1987. Jakarta. Terjemah.
- e. <https://staffnew.uny.ac.id/upload/131808335/pendidikan/Pengertian+dan+Kaidah+Diferensial.pdf>