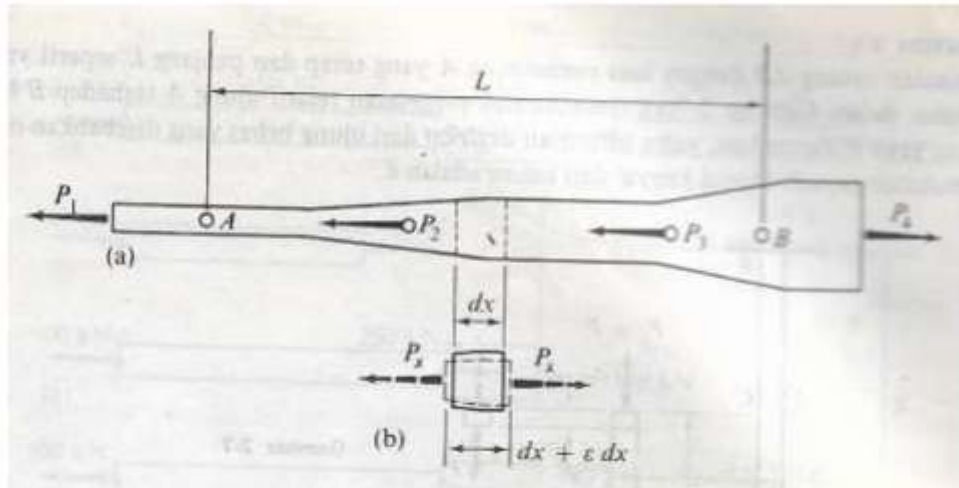


I. DEFORMASI TITIK SIMPUL DARI STRUKTUR RANGKA BATANG

Struktur Rangka Batang adalah suatu struktur yang terdiri dari batang-batang kaku yang satu sama lain dihubungkan dengan sendi dan membentuk suatu struktur yang kokoh dan stabil yang terdiri dari bentuk dasar segitiga. Batang-batang tersebut hanya mengalami gaya tarikan dan gaya desakan (tekan) yang disebut gaya normal akibat adanya gaya luar P yang bekerja di titik-titik simpulnya maupun akibat perubahan temperatur pada batang-batangnya. Dengan adanya gaya normal tersebut, yang dalam hal ini disebut gaya dalam, maka batang-batang kaku dari Struktur Rangka Batang tersebut akan berubah panjangnya, bisa bertambah panjang (akibat gaya normal tarik) atau bertambah pendek (akibat gaya normal tekan). Besarnya perubahan panjang batang tersebut dipengaruhi oleh luas penampang batang, besarnya gaya batang, panjang batang serta modulus elastisitas batang, dimana penurunan rumusnya akan dijabarkan sebagai berikut.

Defleksi Batang Berbeban Aksial

Untuk bisa menghitung Deformasi pada Konstruksi Rangka Batang, perlu dipelajari lebih dulu tentang Teori Deflesi Batang berbeban Aksial. Perhatikan gambar berikut ini :



Gambar 1.1. Batang non prismatis diskontinu menerima beban aksial

Besarnya perpanjangan total batang akibat pembebanan seperti tergambar di atas adalah :

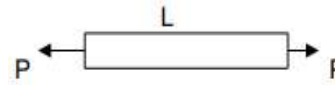
$$\begin{aligned}
 d\Delta &= \epsilon dx \\
 &= \frac{\sigma x}{E} dx \\
 &= \frac{P_x/A_x}{E} dx
 \end{aligned}$$

$$\Delta = \int_A^B d\Delta = \int_A^B \frac{P_x}{A_x E} dx$$

Dimana :

- Δ = perpanjangan/perpendekan batang
- P_x = gaya batang pada potongan x
- A_x = luas penampang batang pada potongan x
- E = modulus elastisitas batang
- dx = panjang pias
- $d\Delta$ = deformasi pias

Untuk batang prismatis kontinu dengan luas penampang konstan A dan dibebani oleh gaya aksial tarik yang konstan P , panjang batang L maka perpanjangan batangnya adalah :



$$\Delta = \int_A^B \frac{P_x}{A_x E} dx = \int_0^L \frac{P}{A E} dx$$

$$\Delta = \frac{P L}{A E} \quad (\text{Rumus 1.1})$$

Dimana :

Δ = perpanjangan/perpendekan batang (satuan : m,cm, atau mm)

P = gaya batang sepanjang L (gaya aksial tarik atau tekan, satuan:kg atau ton)

L = panjang batang (satuan m,cm atau mm)

A = luas penampang batang (satuan m², cm²)

E = modulus elastisitas batang, berdasarkan sifat bahan (ton/m² , kg/cm²)

Akibat perubahan panjang pada batang-batang kaku tersebut, maka titik simpulnya akan berubah letaknya, baik dalam arah horizontal maupun arah vertikal .

Untuk mencari perpindahan titik-titik simpul tersebut digunakan dua metoda yaitu metoda analitis dan metoda grafis sebagai berikut :

I. 1. Metoda Unit Load (Analitis)

Rumus untuk mencari nilai deformasi pada Rangka Batang, dengan metode unit Load adalah sebagai berikut :

$$\Delta = \sum_{i=0}^n (\alpha_i \times \Delta L_i) \quad (\text{Rumus 1.2})$$

dimana :

Δ = deformasi arah vertikal / horizontal di titik pada Rangka Batang

α_i = besarnya gaya² batang akibat beban 1 satuan arah vertikal / horizontal di titik pada rangka batang dengan deformasi yang akan dicari

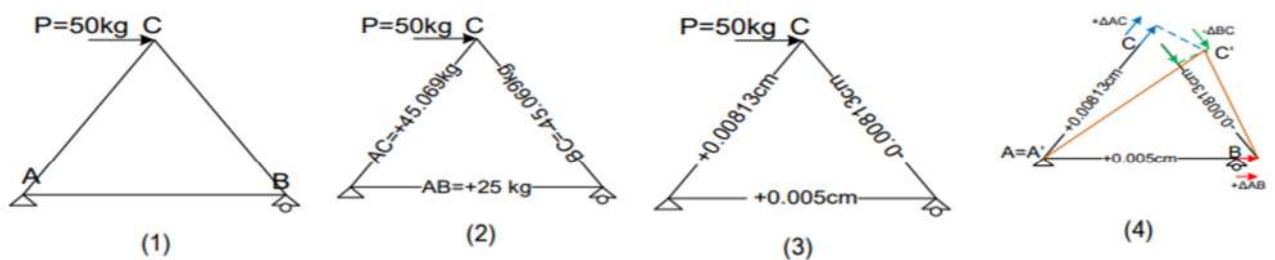
ΔL_i = perubahan panjang batang

Pada penggunaan metoda unit load ini , dalam 1 perhitungan hanya bisa digunakan untuk menghitung deformasi pada satu titik simpul saja, caranya yaitu untuk menghitung deformasi dalam arah vertikal pada suatu titik simpul, kita berikan beban sebesar 1 satuan beban vertikal pada titik simpul yang akan dicari deformasinya. Selanjutnya, dihitung besarnya gaya-gaya batang akibat beban 1 satuan vertikal tersebut yang disimbulkan dengan α_i . Masing-masing nilai gaya batang akibat beban 1 satuan tersebut (α_i) dikalikan dengan masing-masing nilai perubahan panjang batang ΔL_i baik akibat beban luar maupun akibat perubahan suhu . Jumlah dari masing-masing perkalian tersebut ($\sum \alpha_i \times \Delta L_i$) merupakan nilai defleksi di titik simpul tersebut (dalam arah vertikal). Jika hasilnya positif maka arah defleksinya sesuai dengan arah beban 1 satuan vertikal yang diberikan, jika bernilai negatif maka defleksinya berlawanan dengan arah beban 1 satuan vertikal yang diberikan.

Demikian pula untuk menghitung deformasi dalam arah horizontal , kita berikan beban 1 satuan horizontal pada titik simpul yang akan dicari deformasinya. Selanjutnya, dihitung besarnya gaya-gaya batang akibat beban 1 satuan horisontal tersebut yang disimbulkan dengan α_i . Masing-masing nilai gaya batang akibat beban 1 satuan tersebut (α_i) dikalikan dengan masing-masing nilai perubahan panjang batang ΔL_i baik akibat beban luar maupun akibat perubahan suhu .

Jumlah dari masing-masing perkalian tersebut ($\sum c_i \times \Delta L_i$) merupakan nilai translasi di titik simpul tersebut (dalam arah horisontal). Jika hasilnya positif maka arah translasinya sesuai dengan arah beban 1 satuan horizontal yang diberikan, jika bernilai negatif maka translasinya berlawanan dengan arah beban 1 satuan horizontal yang diberikan.

Pada Konstruksi Rangka Batang, gaya-gaya yang bekerja pada elemen struktur Konstruksi Rangka Batang hanya ada gaya aksial, baik TARIK maupun TEKAN. Gaya aksial pada Konstruksi Rangka Batang, bisa disebabkan oleh gaya luar yang bekerja pada Titik-Titik Simpulnya maupun akibat perubahan temperatur pada batang. Dengan adanya gaya aksial tersebut, maka batangbatang kaku dari Struktur Rangka Batang tersebut akan berubah panjangnya, bisa bertambah panjang (akibat gaya normal tarik) atau bertambah pendek (akibat gaya normal tekan). Besarnya perubahan panjang batang tersebut dipengaruhi oleh luas penampang batang, besarnya gaya batang, panjang batang serta modulus elastisitas batang, seperti dituangkan dalam Rumus 1.1 di atas. Selanjutnya, untuk lebih memahami deformasi yang terjadi pada Konstruksi Rangka Batang, baik deformasi pada batang-batangnya maupun deformasi pada titik-titik simpulnya, perhatikan ilustrasi pada Rangkaian Gambar 1.2 berikut ini, yang kita ambil dari materi kuliah yang lalu yaitu Statika 2b, yaitu pada Model Konstruksi Rangka Batang Sangat Sederhana yang terdiri dari Kumpulan 3 batang yang membentuk Segitiga sehingga Konstruksi Rangka Batang tersebut Stabil.



Gambar 1.2. Filosofi terjadinya Deformasi pada KRB

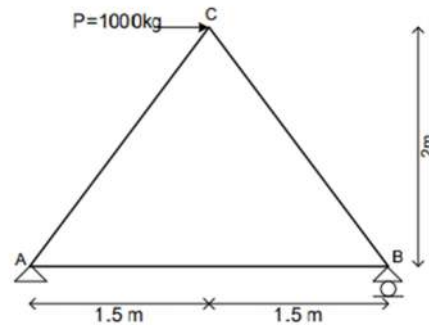
- (1) Konstruksi Rangka Batang Sangat Sederhana (hanya terdiri dari 3 batang) menerima Beban P arah horizontal sebesar 50 kg di titik C
- (2) Akibat bekerjanya beban P, maka batang-batang AB, AC dan BC mengalami gaya-gaya dalam aksial, batang AC dan AB mengalami gaya TARIK dan batang BC mengalami gaya TEKAN. Cara menghitung gaya-gaya dalamnya telah dipelajari di Statika 2B, yang hasilnya tertulis dalam gambar
- (3) Akibat terjadinya gaya-gaya dalam aksial tersebut, maka batang-batang mengalami perubahan panjang batang, batang AC dan AB bertambah panjang, sedang batang BC bertambah pendek, besar nilai perubahan panjangnya dihitung menggunakan Rumus 1.1.
- (4) Selanjutnya dengan adanya perubahan panjang batang dimana batang AB dan AC memanjang, sedang batang BC memendek, akan berakibat pada bergesernya titik-titik B dan C. Titik A, karena merupakan tumpuan Sendi dimana terdapat 2 reaksi arah vertikal dan horizontal maka titik A terkunci, sedangkan titik B karena merupakan tumpuan Rol yang hanya mempunyai Reaksi arah vertikal saja maka terkunci arah vertikalnya namun masih bisa bergeser arah horisontalnya karena AB bertambah panjang maka titik B bergeser ke kanan, sedangkan titik C karena bukan di Tumpuan, maka tidak terkunci baik dalam arah vertikal maupun horizontal sehingga bisa bergeser dalam 2 arah, horizontal dan vertikal.

Bagaimana cara mencari letak pergeseran tersebut? Materi di perkuliahan Analisa Struktur1 ini salah satunya yaitu membahas deformasi yang terjadi pada Konstruksi Rangka Batang. Ada 2 metode yaitu metode Analitis dan metode Grafis. Untuk bisa menerapkan kedua metode tersebut, tentunya langkah awal yaitu menghitung perubahan panjang masing-masing batang yang terjadi yaitu ΔL_i menggunakan Rumus 1.1. di atas. **Untuk bisa menghitung ΔL_i , maka harus bisa menghitung reaksi-reaksi pada Tumpuannya serta harus bisa menghitung gaya-gaya batangnya.**

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh soal berikut ini yaitu ada kumpulan 3 batang yang membentuk Segitiga sehingga Konstruksi Rangka Batang tersebut Stabil seperti tergambar berikut ini, yang diambil dari materi di awal, namun kali ini akan dicari deformasi yang terjadi di semua titiknya, dengan metode unit load.

Contoh Soal 1

Rangka Batang Bidang sangat sederhana, terdiri dari 3 batang mendapatkan beban seperti tergambar, carilah deformasi / perpindahan titik²nya dengan menggunakan metode unit load .



Data-data penampang batangnya sebagai berikut :

Luas Penampang Batang A = 15 cm²

Modulus elastisitas batang E = 200000 kg/cm².

Selanjutnya ditanyakan :

- 1) Hitung Reaksi-Reaksi Perletakannya
- 2) Hitung gaya-gaya batangnya
- 3) Hitung Perubahan Panjang Tiap-Tiap batang akibat Gaya Dalam yang terjadi pada masing-masing batang (ΔL_i dalam cm)
- 4) Hitung deformasi yang terjadi pada KRB tersebut, Susun hasilnya dalam Tabel, gunakan metode Analitis – Unit Load

Untuk menjawab pertanyaan No.1, No.2 dan No.3 sudah dipelajari di materi sebelumnya, dan pada materi minggu ini akan diajarkan bagaimana cara menjawab pertanyaan No.4.

Agar lebih paham lagi, kita ulang kembali langkah-langkah menjawab pertanyaan No. 1, 2 dan 3 sebagai berikut.

Penyelesaian No.1 :

Reaksi- reaksi perletakan VA, HA dan VB, serta gaya-gaya batang AB, AC dan BC jika dicari secara analitis, maka digunakan persamaan keseimbangan statika ,misalkan kita akan mencari reaksi-reaksi terlebih dahulu, maka kita gunakan persamaan sebagai berikut:

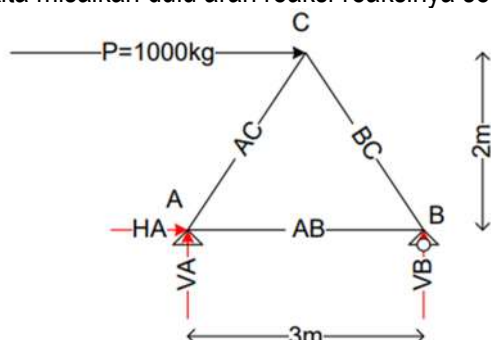
$$\sum \text{Momen di A} = 0$$

$$\sum \text{Momen di B} = 0$$

$$\sum \text{ gaya-gaya arah vertikal atau } \sum F_z = 0$$

$$\sum \text{ gaya-gaya arah horisontal atau } \sum F_x = 0$$

Kita misalkan dulu arah reaksi-reaksinya sebagai berikut :



Σ gaya-gaya arah horisontal atau $\Sigma F_x = 0$:

$$P + HA = 0$$

$$1000 + HA = 0$$

$$HA = -1000 \text{ kg (ke kiri)}$$

Σ Momen di A = 0 :

$$+(P \times 2\text{m}) - (VB \times 3\text{m}) = 0$$

$$+(1000 \times 2) - 3VB = 0$$

$$VB = +2000/3 = +666.67 \text{ kg (ke atas)}$$

Σ Momen di B = 0 :

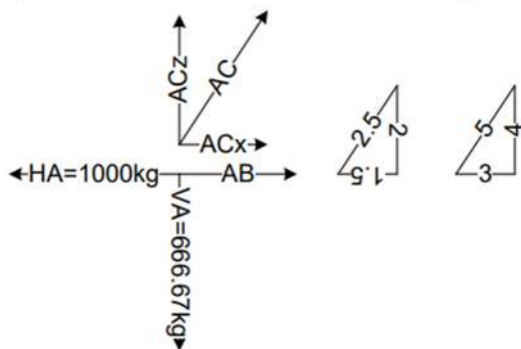
$$+(P \times 2\text{m}) + (VA \times 3\text{m}) = 0$$

$$+(1000 \times 2) + 3VA = 0$$

$$VA = -2000/3 = -666.67 \text{ kg (ke bawah)}$$

Penyelesaian No.2 :

Karena reaksi-reaksi sudah ketemu, maka untuk menghitung gaya-gaya batang bisa dimulai di titik simpul mana saja karena di semua titik terdapat 2 gaya yang tidak diketahui. Di titik A, ada 2 gaya yang tidak diketahui yaitu AB dan AC, gaya-gaya tersebut kita misalkan tarik terlebih dahulu, sedangkan gaya-gaya yang sudah tahu digambar sesuai arahnya yaitu VA ke bawah, dan HA ke kanan, selanjutnya masing-masing gaya diuraikan dalam arah x dan z, sebagai berikut :



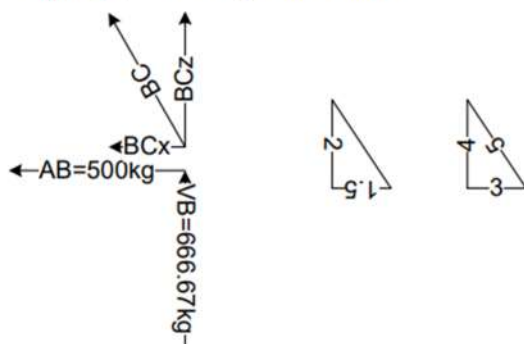
$$\Sigma F_z = 0 : AC_z - VA = 0 : \frac{4}{5} AC - 666.67 \text{ kg} = 0 : AC = \frac{5}{4} \times 666.67 \text{ kg} = +833.33 \text{ kg (TARIK)}$$

$$\Sigma F_x = 0 : - HA + AB + AC_x = 0 : - 1000\text{kg} + AB + \frac{3}{5} AC = 0 :$$

$$- 1000 \text{ kg} + AB + \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} \times 666.67 \text{ kg} = 0$$

$$- 1000 \text{ kg} + AB + 500 \text{ kg} = 0 : AB = + 500 \text{ kg (TARIK)}$$

Selanjutnya, bisa dikerjakan di titik B :



$$\Sigma F_x = 0 : - AB - BC_x = 0 : - 500 \text{ kg} - \frac{3}{5} BC = 0 : BC = -500 \times \frac{5}{3} = - 833.33 \text{ kg}$$

Penyelesaian No. 3 :

Kita gunakan perhitungan di tabel excel agar lebih mudah sebagai berikut :

Batang	Si (kg)	Li (cm)	A (cm ²)	E (kg/cm ²)	$\Delta Li = (Si \times Li)/(Ai \times Ei)$ (cm)
AC	833.3333	250	15	200000	0.07
BC	-833.333	250	15	200000	-0.07
AB	500	300	15	200000	0.05

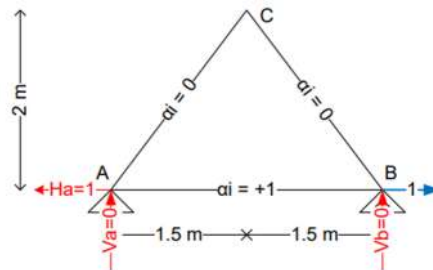
Penyelesaian No.4 :

Ada 3 titik yaitu A, B dan C berarti ada $2 \times 3 = 6$ deformasi yaitu :

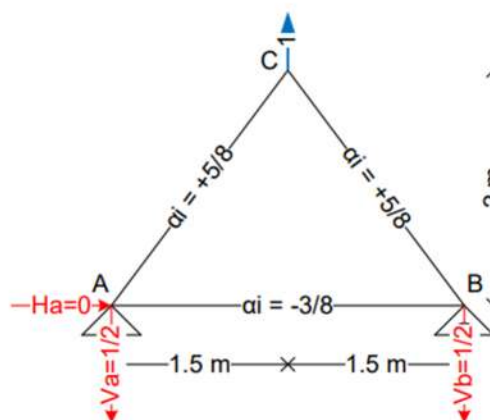
- Δv di A = 0 (tumpuan sendi)
- Δh di A = 0 (tumpuan sendi)
- Δv di B = 0 (tumpuan rol)
- Δh di B $\neq 0$ (tumpuan rol) \rightarrow ini yang akan dihitung
- Δv di C $\neq 0$ (titik bebas) \rightarrow ini yang akan dihitung
- Δh di C $\neq 0$ (titik bebas) \rightarrow ini yang akan dihitung

Menggunakan Rumus 1.2 di atas, maka kita perlu mencari nilai c_i untuk masing-masing deformasi yang akan dihitung :

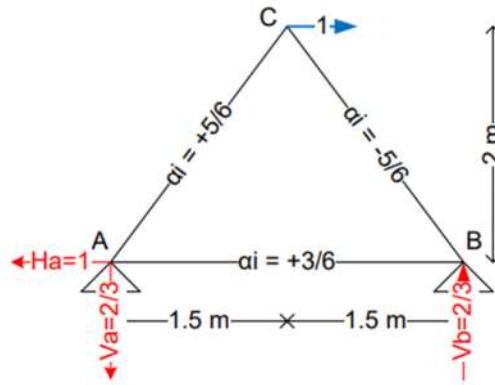
c_i untuk Δh di B, maka kita beri beban 1 satuan horizontal di B, hasil gaya-gaya batangnya adalah sebagai berikut :



c_i untuk Δv di C, maka kita beri beban 1 satuan vertikal di C, hasil gaya-gaya batangnya adalah sebagai berikut:



c_i untuk Δh di C, maka kita beri beban 1 satuan horizontal di C, hasil gaya-gaya batangnya adalah sebagai berikut:



Selanjutnya, untuk menghitung deformasinya, lebih baik digunakan tabel excel sebagai berikut, yaitu untuk

menghitung nilai deformasi dengan menggunakan Rumus 1.2, yaitu $\Delta = \sum_{i=0}^n (\alpha_i \times \Delta L_i)$:

Batang	ΔL_i cm	$\alpha_i \Delta H_b$	$\alpha_i \Delta V_c$	$\alpha_i \Delta H_c$	$\alpha_i \Delta H_b * \Delta L_i$ cm	$\alpha_i \Delta V_c * \Delta L_i$ cm	$\alpha_i \Delta H_c * \Delta L_i$ cm
AB	0.05	1	- 3/8	1/2	0.050	(0.019)	0.025
AC	0.07	0	5/8	5/6	0.000	0.044	0.058
BC	-0.07	0	5/8	- 5/6	0.000	(0.044)	0.058
				Σ	0.050	(0.019)	0.142
					ΔH_b (cm)	ΔV_c (cm)	ΔH_c (cm)

Jadi, secara lengkap hasil deformasi semua titik²nya adalah sebagai berikut :

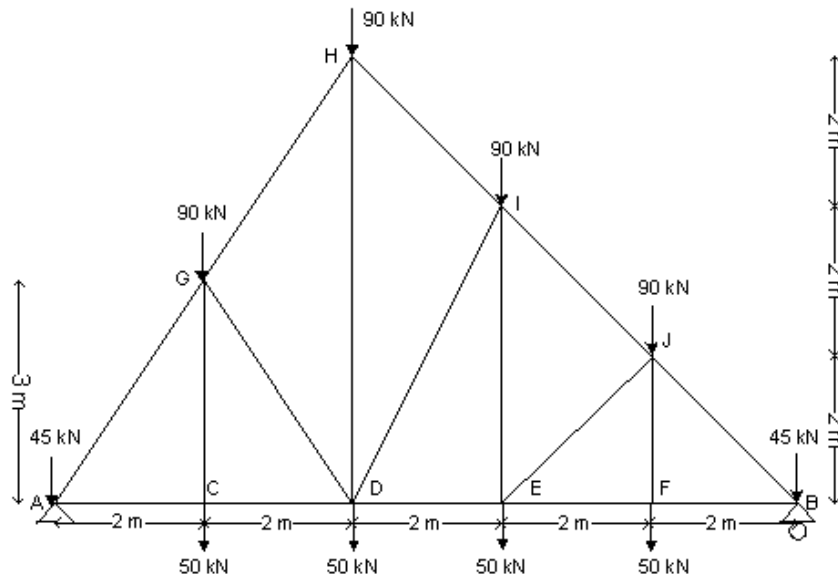
TITIK	ΔV cm ((+) ke atas,(-) ke bawah)	ΔH cm ((+) ke kanan,(-) ke kiri)
A	0	0
B	0	0.05
C	-0,019	0,142

Contoh 2

Hitung deformasi yang terjadi pada Titik H dalam arah vertikal (ΔV di H) pada Rangka Batang akibat beban-beban yang bekerja seperti tergambar berikut ini, abaikan berat sendiri batang, gunakan metoda metoda unit load, adapun data – data penampang adalah sebagai berikut :

Luas penampang $A = 66.45 \text{ cm}^2$

Modulus elastisitas bahan $E = 7000 \text{ kN/cm}^2$

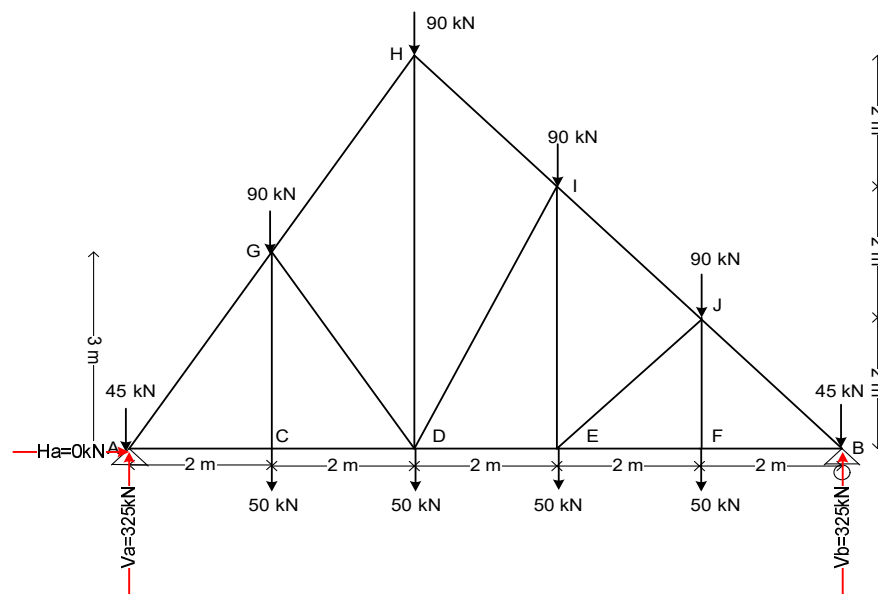


Langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut :

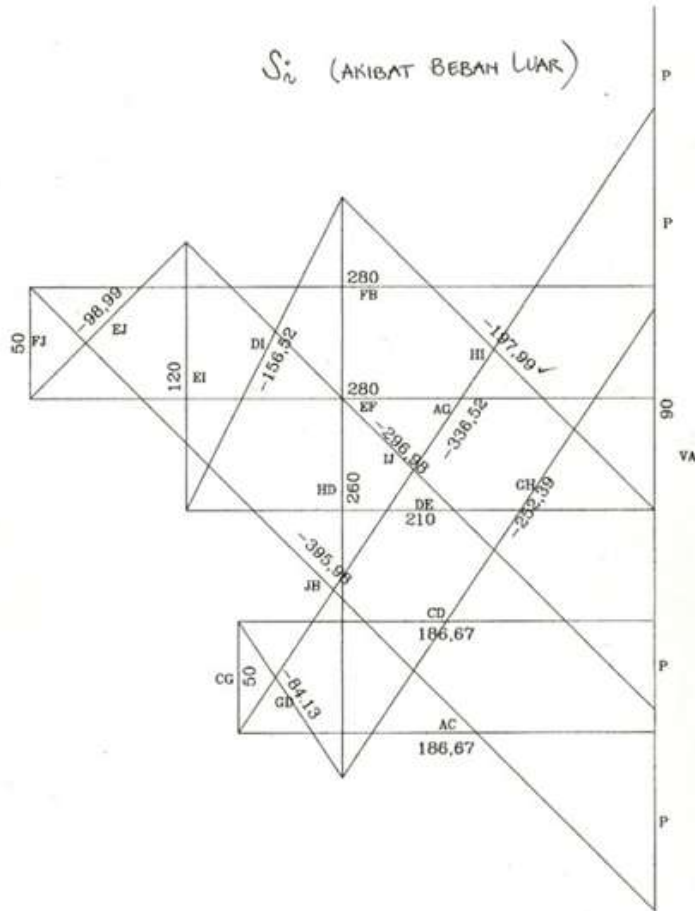
- 1) Hitung Reaksi-Reaksi Perletakkannya
- 2) Hitung gaya-gaya batangnya
- 3) Hitung Perubahan Panjang Tiap-Tiap batang akibat Gaya Dalam yang terjadi pada masing-masing batang (ΔL_i dalam cm)
- 4) Hitung besarnya gaya-gaya batang akibat beban 1 satuan arah vertikal di Titik H, karena yang ditanyakan adalah ΔV di H, notasinya yaitu α_i untuk ΔV di H
- 5) Hitung deformasi arah vertikal di H yaitu ΔV di H, dengan menggunakan Rumus 1.2, yaitu

$$\Delta = \sum_{i=0}^n (\alpha_i \times \Delta L_i)$$

Langkah 1, hasilnya sebagai berikut :



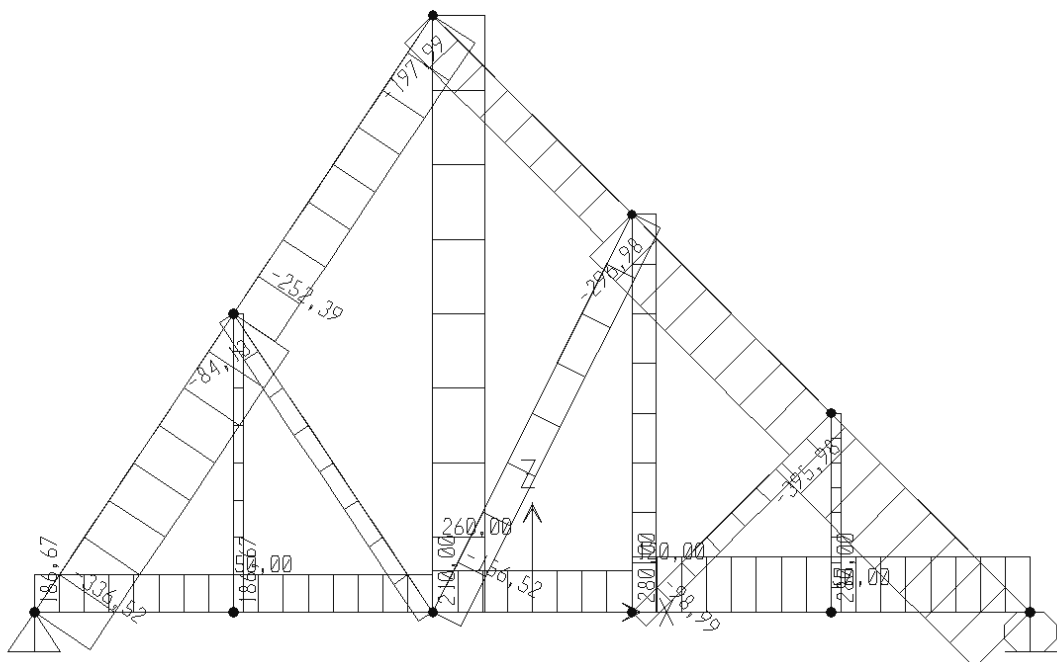
Langkah 2, bisa menggunakan metoda cremona, hasilnya sebagai berikut :



NO	NAMA BATANG	Si (KN)
1	AC	186.67
2	CD	186.67
3	DE	210
4	EF	280
5	FB	280
6	AG	-336.52
7	CG	50
8	DG	-84.13
9	DH	260
10	GH	-252.39
11	DI	-156.53
12	HI	-197.99
13	EI	120
14	EJ	98.99
15	IJ	-296.99
16	FJ	50
17	JB	-395.98

METODE CREMONA

Jika dibandingkan dengan hasil analisis menggunakan sap2000 versi student, hasilnya juga sama, seperti terlihat pada gambar berikut.

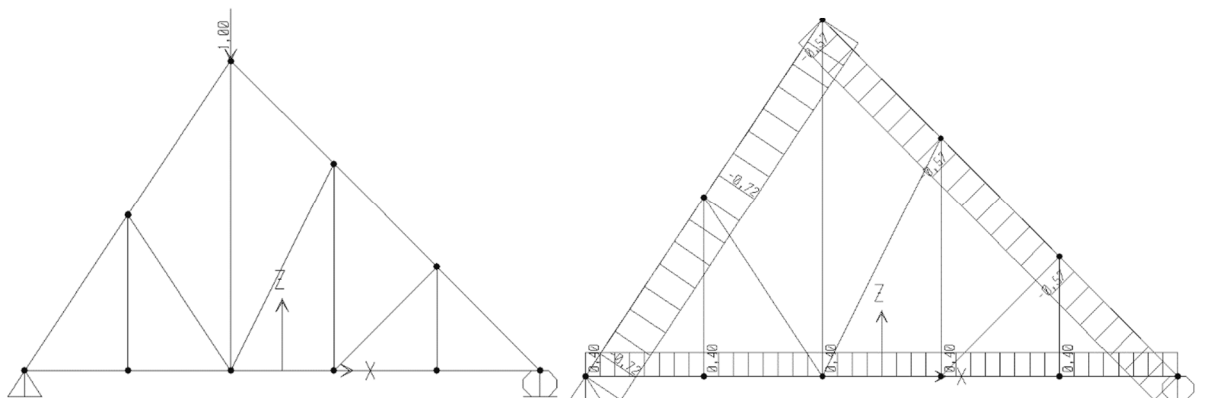


Langkah 3, yaitu menghitung perubahan panjang masing-masing batang, menggunakan Rumus 1.1,

yaitu $\Delta = \frac{PL}{AE}$, untuk lebih mudahnya dilakukan menggunakan tabel di excel, sebagai berikut.

NO	NAMA BATANG	Si (KN)	Li (M)	A(M ²)	E (KN/M ²)	ΔLi (mm) (PXL)/(AxE)
1	AC	186.67	2.00	0.00665	70,000,000	0.8026228
2	CD	186.67	2	0.00665	70,000,000	0.80262281
3	DE	210	2	0.00665	70,000,000	0.902934537
4	EF	280	2	0.00665	70,000,000	1.203912716
5	FB	280	2	0.00665	70,000,000	1.203912716
6	AG	-336.52	3.61	0.00665	70,000,000	-2.611710631
7	CG	50	3	0.00665	70,000,000	0.32247662
8	DG	-84.13	3.61	0.00665	70,000,000	-0.652927658
9	DH	260	6	0.00665	70,000,000	3.353756853
10	GH	-252.39	3.61	0.00665	70,000,000	-1.958782973
11	DI	-156.53	4.447	0.00665	70,000,000	-1.496482662
12	HI	-197.99	2.828	0.00665	70,000,000	-1.203731527
13	EI	120	4	0.00665	70,000,000	1.031925185
14	EJ	98.99	2.828	0.00665	70,000,000	0.601835365
15	IJ	-296.99	2.828	0.00665	70,000,000	-1.80562769
16	FJ	50	2	0.00665	70,000,000	0.214984414
17	JB	-395.98	2.828	0.00665	70,000,000	-2.407463055

Langkah 4, yaitu menghitung c_i untuk ΔV di H, yaitu gaya-gaya batang akibat beban 1 satuan vertikal di titik H (misalnya kita beri beban 1 satuan ke bawah), hasilnya adalah sebagai berikut.



Selanjutnya, dengan menggunakan Rumus 1.2 $\Delta = \sum_{i=0}^n (c_i \times \Delta Li)$, maka kita lanjutkan perhitungannya menggunakan tabel excel dengan menambahkan data c_i untuk ΔV di H (tanpa satuan), lalu dikalikan dengan masing-masing nilai ΔLi (dalam tabel ini, satuannya dijadikan mm), lalu dijumlahkan, maka hasilnya sebagai berikut.

NO	NAMA BATANG	Si (KN)	Li (M)	A(M ²)	E (KN/M ²)	ΔLi (mm) (PXL)/(AxE)	Alpha i	ΣV di H
1	AC	186.67	2.00	0.00665	70,000,000	0.8026228	0.4	0.32
2	CD	186.67	2	0.00665	70,000,000	0.80262281	0.4	0.32
3	DE	210	2	0.00665	70,000,000	0.902934537	0.4	0.36
4	EF	280	2	0.00665	70,000,000	1.203912716	0.4	0.48
5	FB	280	2	0.00665	70,000,000	1.203912716	0.4	0.48
6	AG	-336.52	3.61	0.00665	70,000,000	-2.611710631	-0.72	1.88
7	CG	50	3	0.00665	70,000,000	0.32247662	0	-
8	DG	-84.13	3.61	0.00665	70,000,000	-0.652927658	0	-
9	DH	260	6	0.00665	70,000,000	3.353756853	0	-
10	GH	-252.39	3.61	0.00665	70,000,000	-1.958782973	-0.72	1.41
11	DI	-156.53	4.447	0.00665	70,000,000	-1.496482662	0	-
12	HI	-197.99	2.828	0.00665	70,000,000	-1.203731527	-0.57	0.69
13	EI	120	4	0.00665	70,000,000	1.031925185	0	-
14	EJ	98.99	2.828	0.00665	70,000,000	0.601835365	0	-
15	IJ	-296.99	2.828	0.00665	70,000,000	-1.80562769	-0.57	1.03
16	FJ	50	2	0.00665	70,000,000	0.214984414	0	-
17	JB	-395.98	2.828	0.00665	70,000,000	-2.407463055	-0.57	1.37
							JUMLAH	8.345

Karena beban 1 satuannya diberikan arah ke bawah, dan hasil hitungannya (+), maka arah defomasinya ke bawah juga sebesar 8.345 mm, jika dibandingkan dengan hasil hitungan dengan sap2000, yaitu ΔV di H sebesar 8.31654 mm, selisih sedikit saja, tapi okelah, karena di hitungan perkalian ada pembulatan.

