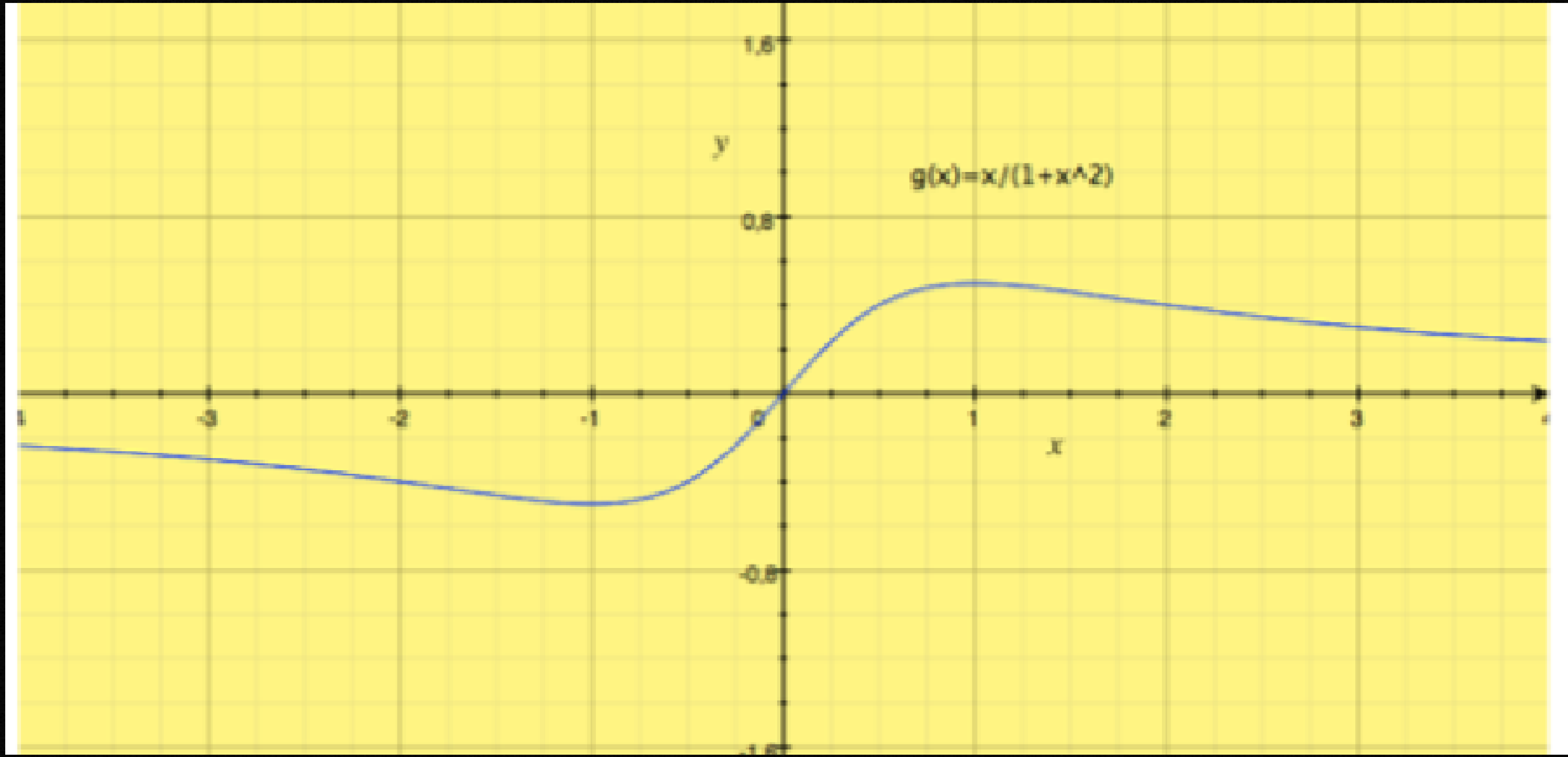
FUNGSI & LIMIT (3)

1. LIMIT TAK HINGGA
2. KEKONTINUAN FUNGSI

1. LIMIT TAK HINGGA
(LIMIT PADA TAK BERHINGGA DAN LIMIT TAK BERHINGGA)

Limit Pada Tak Berhingga

Anggaplah fungsi g(x)=x/(1+x^2), yang memiliki grafik pada Gambar 1. Apa yang akan terjadi jika x bertambah besar ?



Gambar 1

x	$g(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$
10	0,099
100	0,010
1000	0,001
10000	0,0001
$\downarrow$	$\downarrow$
∞	?

Nilai pada Tabel menunjukkan nilai-nilai g(x)=x/(1+x^2) untuk beberapa nilai x. Terlihat bahwa g(x) semakin mendekati 0 ketika x semakin besar.

Kita menulisnya $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{1+x^2} = 0$

Demikian juga jika x negatif semakin besar

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x}{1+x^2} = 0$$

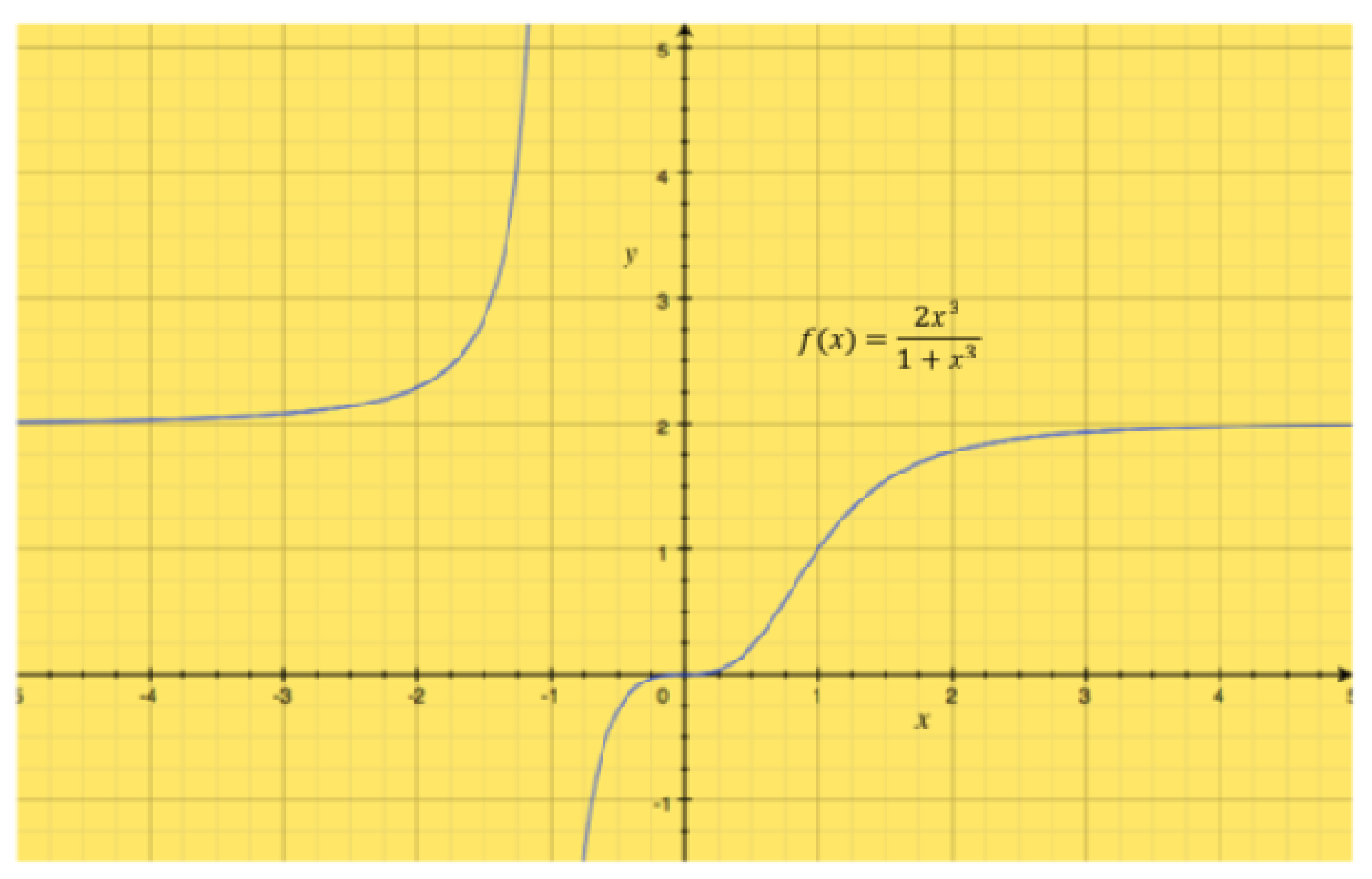
Contoh

Tentukan $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^3}{1+x^3}$

Penyelesaian

Grafik $f(x) = \frac{2x^3}{1+x^3}$ ditunjukkan pada Gambar 2.

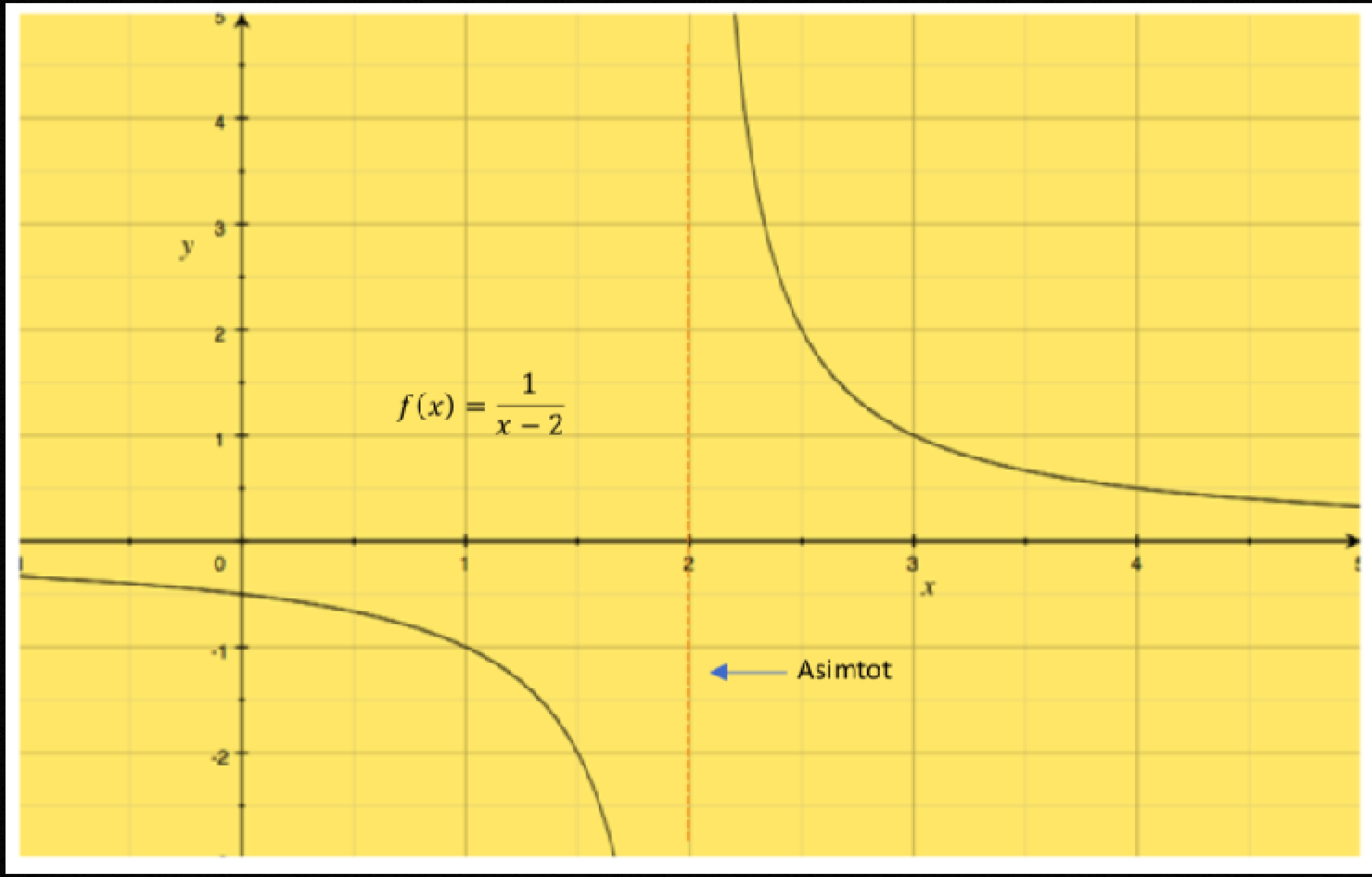
Untuk mencari limit, bagi pembilang dan penyebut dengan x^3



Gambar 2

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^3}{1+x^3} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{2x^3}{x^3}}{\frac{1}{x^3} + \frac{x^3}{x^3}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2}{\frac{1}{x^3} + 1} = \frac{2}{0+1} = 2$$

Limit Tak Berhingga



Gambar 3

Gambar 3 memperlihatkan grafik $f(x) = \frac{1}{x-2}$

Tidak ada artinya menanyakan $\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2}$, namun

$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x-2} = -\infty$ dan $\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x-2} = \infty$

Terdapat beberapa bentuk limit tak berhingga

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to c^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to c^-} f(x) = -\infty$$

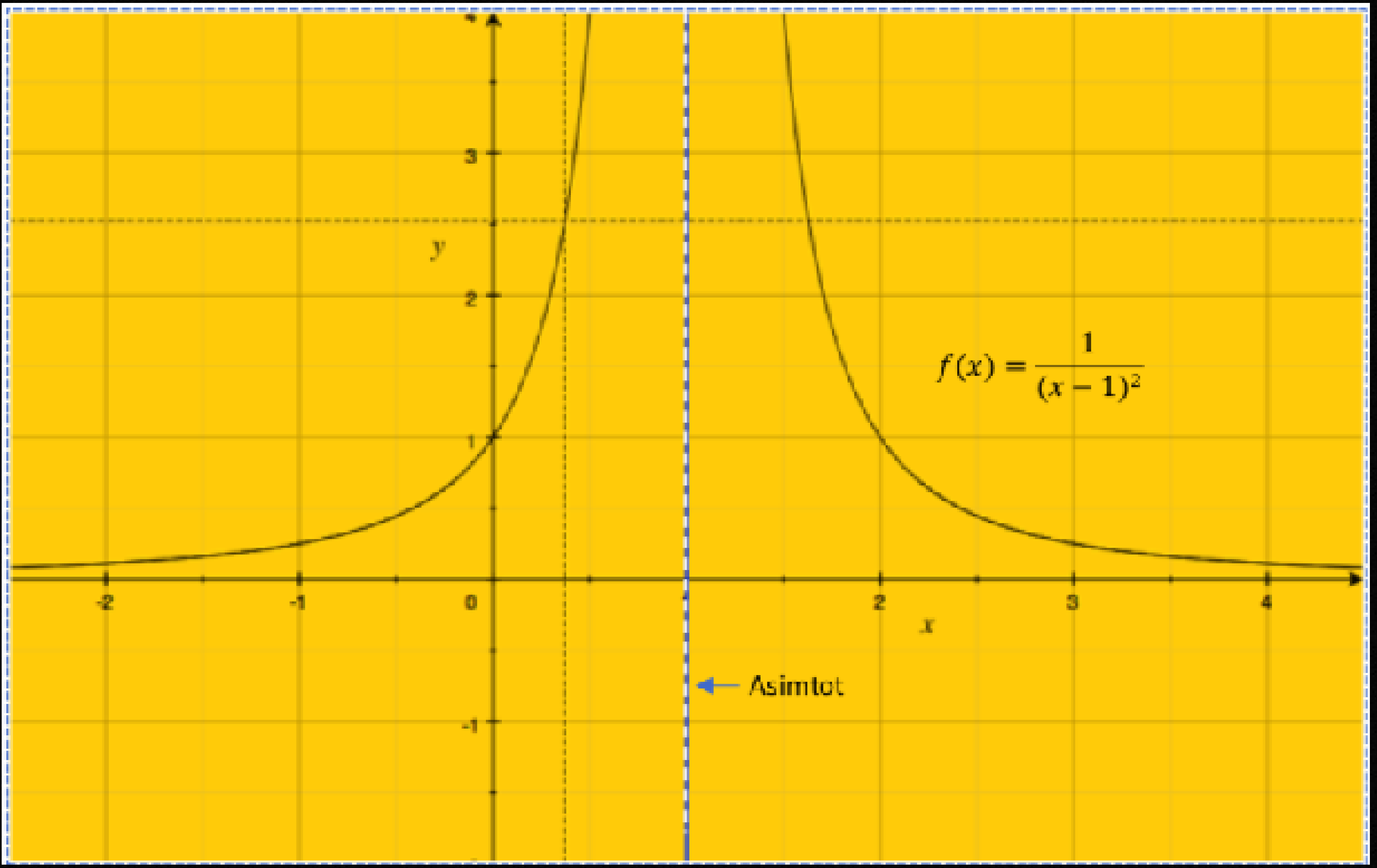
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

Contoh

Tentukan $\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{(x-1)^2}$ dan $\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{(x-1)^2}$

Penyelesaian



Gambar 4

Grafik $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ diperlihatkan pada Gambar 4.

Perhatikan nilai x dan y, untuk x mendekati 1^+ dan ketika x mendekati 1^-
Sehingga kita dapat menyimpulkan bahwa

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty \quad \text{dan} \quad \lim_{x \to 1^-} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$$

Karena kedua limit adalah ∞, kita dapat menuliskan $\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$

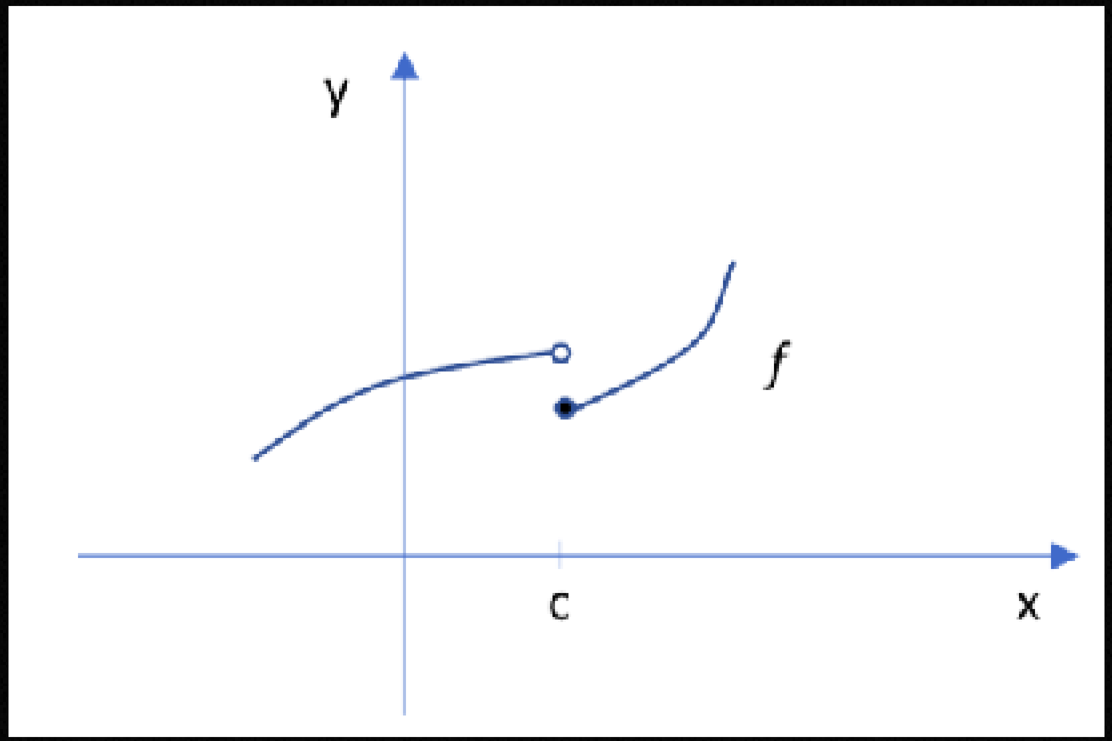
LATIHAN SOAL

Gambarkan dan tentukan asimtot tegak dan mendatar dari grafik

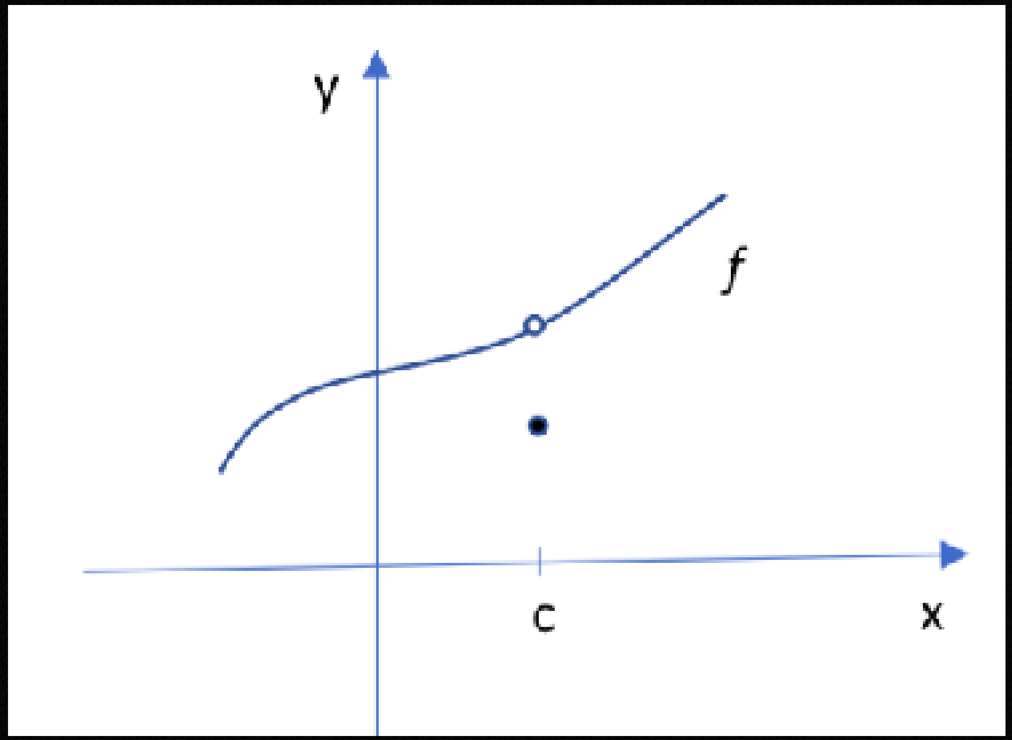
$$f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

2. KEKONTINUAN FUNGSI

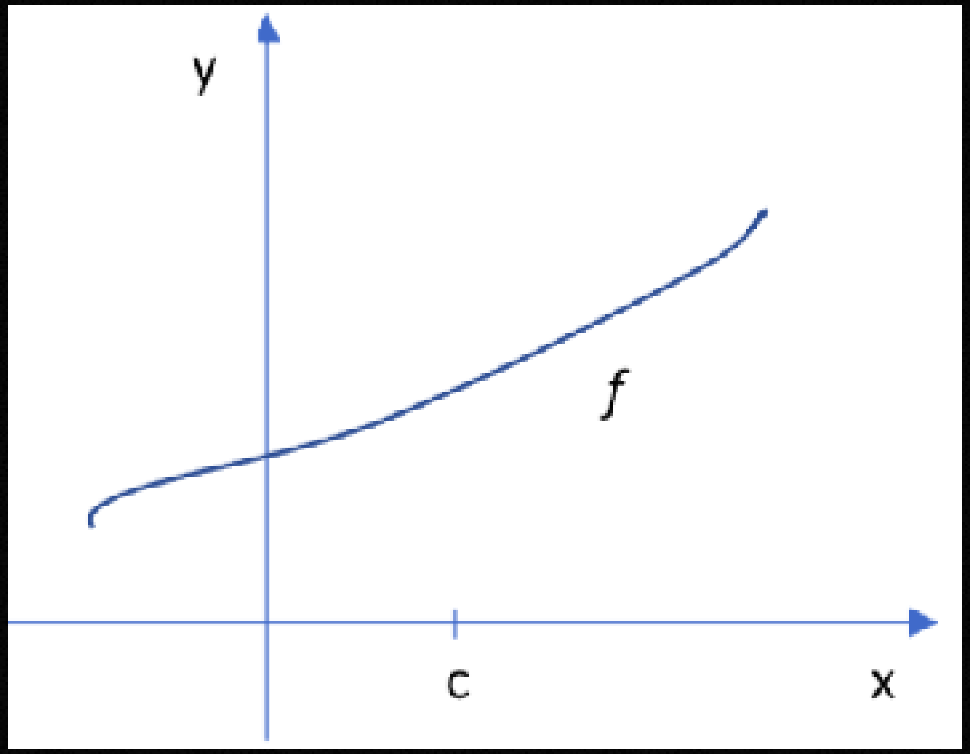
Dalam penggunaan biasa, kontinu digunakan untuk menggambarkan suatu proses yang berkelanjutan tanpa perubahan yang mendadak.



$$\lim_{x \to c} f(x)\ tidak\ ada$$



$$\lim_{x \to c} f(x) ada, tetapi\ \lim_{x \to c} f(x) \neq f(c)$$



$$\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$$

Definisi

Kekontinuan di satu titik

Andaikan f terdefinisi pada suatu selang terbuka yang mengandung c. Kita menyatakan bahwa f kontinu di c jika $\lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c)$

Syarat kekontinuan suatu fungsi :

(1) $\lim\limits_{x \to c} f(x) \ ada$

(2) f (c) ada (c berada dalam daerah asal f)

(3) $\lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c)$

LATIHAN SOAL

Gambarkan dan nyatakan apakah fungsi berikut kontinu atau tidak di 3. Jika tidak jelaskan sebabnya.

1. $h(x) = \frac{3}{x-3}$
2. $f(t) = |t|$