

## LAPORAN KEGIATAN PROYEK

Mata Pelajaran : Kalkulus Lanjut

Materi : Aturan Rantai dan Metode Pengali Lagrange

Tugas : Cari dua masalah dan penyelesaian materi Aturan Rantai dan Metode Pengali Lagrange

Nama : Anisa Faradissa (G1A220401)

Semester : Semester 4

Tanggal	Tugas	Laporan	Keterangan
17-06-2024	Menyiapkan kegiatan proyek.		Dalam menyiapkan kegiatan proyek, saya mencari informasi di internet mengenai materi Aturan Rantai dan Metode Pengali Lagrange.
17-06-2024	Mencari fenomena kehidupan sehari-hari yang terkait dengan penerapan Aturan Rantai dan Metode Pengali Lagrange dalam kehidupan sehari-hari ( dari internet)		Aturan Rantai : <ol style="list-style-type: none"><li>1. Sebuah kue dibuat dengan campuran bahan-bahan tertentu. Biaya produksi ( <math>C</math> ) kue ini tergantung pada jumlah bahan yang digunakan, di mana biaya ini dapat dihitung dengan persamaan ( <math>C = 5x^2 + 3x + 10</math> ), di mana ( <math>x</math> ) adalah jumlah bahan tertentu yang digunakan dalam kilogram. Tentukan perubahan biaya produksi ketika jumlah bahan ( <math>x</math> ) digunakan dengan perubahan ( <math>x</math> ) sebesar ( 2 ) kilogram?</li><li>2. Sebuah toko bunga memproduksi buket bunga</li></ol>

			<p>dengan harga ( <math>P</math> ) tergantung pada jumlah bunga yang digunakan, di mana harga ini dapat dihitung dengan persamaan <math>(P = 2y^3 + 4y^2 + 8y + 6)</math>, di mana ( <math>y</math> ) adalah jumlah bunga dalam buket tersebut. Tentukan perubahan harga buket bunga ketika jumlah bunga ( <math>y</math> ) digunakan dengan perubahan ( <math>y</math> ) sebesar ( 1 ) bunga?</p> <p>Metode Pengali Lagrange</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Seorang pemilik toko ingin memaksimalkan keuntungannya dengan menjual dua jenis produk, yaitu produk A dan produk B. Harga jual produk A adalah Rp 20.000 per unit, sedangkan harga jual produk B adalah Rp 30.000 per unit. Biaya produksi per unit untuk produk A adalah Rp 15.000 dan untuk produk B adalah Rp 25.000. Toko tersebut memiliki anggaran biaya produksi sebesar Rp 1.000.000 per bulan. Berapa jumlah unit produk A dan produk B yang harus diproduksi agar keuntungan maksimal?</li> </ol>
--	--	--	--

			<p>2. Seorang petani ingin memaksimalkan hasil panen jagungnya dengan menanam dua jenis bibit jagung, yaitu bibit A dan bibit B. Hasil panen bibit A adalah 5 ton per hektar, sedangkan hasil panen bibit B adalah 8 ton per hektar. Biaya penanaman bibit A adalah Rp 2.000.000 per hektar, sedangkan biaya penanaman bibit B adalah Rp 3.000.000 per hektar. Petani tersebut memiliki anggaran biaya penanaman sebesar Rp 10.000.000. Berapa luas lahan yang harus ditanami dengan bibit A dan bibit B agar hasil panen maksimal?</p>
17-06-2024	Mencari empat fenomena sehari-hari		Dari ke-empat fenomena, saya memilih fenomena sehari-hari yang berkaitan dengan Aturan Rantai dan Metode Lagrange.
18-06-2024	Melakukan penyelesaian dari problem yang dipilih.		Menyelesaikan masalah dari 2 permasalahan Aturan Rantai dan 2 permasalahan Metode Pengali Lagrange.
18-06-2024	Membuat laporan.		Membuat sampul, Sejarah Lahirnya Kalkulus, Pembahasan, Penutup dan Daftar Pustaka.

Laporan dikumpulkan

Subang, 18 Juni 2024

Anisa Faradissa

G1A220401

Pembimbing

Dr. Vara Nina Yulian, M.Pd.

**TUGAS PROYEK**  
**KALKULUS LANJUT**



**Disusun oleh :**

**Anisa Faradissa**

**G1A220401**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**  
**UNIVERSITAS SUBANG**

**2024**

# BAB I

## PENDAHULUAN

### SEJARAH LAHIRNYA VEKTOR

#### A. Latar Belakang

Kalkulus adalah cabang dari matematika yang dikembangkan dari aljabar dan geometri serta memiliki cakupan limit, turunan, integral dan deret tak terhingga. Kata kalkulus berasal dari Bahasa Latin *calculus*, yang artinya “batu kecil”, untuk menghitung. Kalkulus memiliki aplikasi yang luas dalam bidang sains, ekonomi dan teknik. Sir Isaac Newton dan Gottfried Wilhelm Leibniz merupakan ahli matematika yang memberikan kontribusi besar dalam mengembangkan kalkulus. Newton mengaplikasikan kalkulus secara umum ke bidang fisika, sementara Leibniz mengembangkan notasi – notasi kalkulus yang banyak digunakan sekarang. Kedua ilmuwan tersebut mengembangkan kalkulus dari metode yang berbeda. Newton memulai dari kalkulus diferensial sedangkan Leibniz memulai dari kalkulus integral.

#### B. Biografi Penemu Vektor



Isaac Newton lahir di Woolsthorpe Manor Inggris, sebuah desa di Lincolnshire Inggris. Pada masa itu, Isaac Newton lahir pada tanggal 4 Januari 1643 dalam kalender Masehi, dari pasangan Isaac Newton dan Hannah Ayscough. Meskipun lahir prematur, ia berhasil tumbuh besar meskipun terlahir sebagai anak yatim karena ayahnya meninggal sebelum kelahirannya.

Isaac Newton dikirim ke sekolah The King's School di Grantham pada usia 12 tahun dan menjadi murid terpandai di sana. Meskipun keluarganya ingin Newton menjadi petani,

kepala sekolah berhasil meyakinkan ibunya untuk kembali ke sekolah. Newton menamatkan sekolahnya pada usia 18 tahun dan menjalin hubungan asmara dengan Anne Storer, meskipun akhirnya hubungan itu tidak berlanjut.

Pada usia 19 tahun, Newton diterima di Trinity College, Universitas Cambridge, sebagai seorang sizar. Meskipun ajaran universitas didasari pada ajaran Aristoteles, Newton lebih suka membaca gagasan-gagasan yang lebih maju seperti Descartes, Astronom, Copernicus, Galileo, dan Kepler. Newton membuat catatan berjudul "Quaestiones Quaedam Philosophicae" pada tahun 1664, yang berisi pengembangan metode ilmiah yang ada dalam pikirannya, di mana setiap pertanyaan akan diuji dalam eksperimen.

Newton menemukan konsep baru dalam "Quaestiones" yang mengubah kerangka kerja Revolusi ilmiah. Ia mempelajari karya Descartes dan mulai studi matematika dengan mengembangkan konsep dari *La Geometrie*. Wabah penyakit PES Bubonic menyerang Inggris pada tahun 1665-1666, dikenal sebagai wabah besar London, menyebabkan lebih dari 100.000 kematian. Newton terus berkembang dalam masa epidemic ini, menemukan kalkulus dan hukum gravitasi.

Newton terpaksa bekerja sendirian tanpa bimbingan formal dari profesor selama wabah. Ia menyelesaikan persoalan matematika di rumah akibat wabah Bubonic, yang membawanya pada penemuan kalkulus. Melihat apel jatuh dari pohonnya, Newton menemukan hukum gravitasi karena daya tarik bumi. Ia mengamati kecepatan jatuh objek dan menemukan kalkulus sebagai cara baru untuk menjawab masalah tersebut.

Pada akhir masa karantina tahun 1666, Newton melakukan eksperimen optika di rumahnya. Dengan menutup ventilasi dan menggunakan kaca prisma, ia menghasilkan gambar matahari. Newton terus produktif dalam penemuan ilmiahnya selama masa epidemic, menemukan kalkulus dan hukum gravitasi melalui pengamatan dan eksperimen di rumahnya.

Pada tahun 1687, Isaac Newton mempublikasikan karyanya yang berjudul *Philosophicae Naturalis Principia Mathematica*, karya terbesarnya yang berpengaruh dalam ilmu fisika. Newton diangkat sebagai Ksatria oleh Ratu Anne pada tahun 1705, memberikan gelar sir di depan namanya. Newton juga menjadi pengawas percetakan uang logam kerajaan pada tahun 1696, mengubah mata uang British dari standar perak menjadi standar emas.

Newton tinggal bersama keponakannya di Cranbury Park dan meninggal pada Maret 1727 pada usia 84 tahun setelah mengalami berbagai penyakit. Dalam tubuhnya ditemukan kandungan mercury, mungkin dari eksperimen sebelumnya. Newton dianggap sebagai orang

paling jenius di Eropa pada masanya, meskipun Albert Einstein berhasil mematahkan konsep alam semesta Newton dengan teori relativitasnya.

Newton diakui sebagai figur yang luar biasa, meskipun ia merendahkan diri dengan mengatakan bahwa ia hanya seperti anak yang bermain di pantai, sementara samudera kebenaran terhampar di hadapannya.



Gottfried Wilhelm Leibniz lahir di Leipzig dan tumbuh dalam dunia buku, belajar bahasa Latin dan Yunani sejak usia muda. Pendidikannya di Leipzig fokus pada agama dan filsafat, dengan penekanan pada doktrin Lutheran ortodoks. Leibniz lulus dari Leipzig pada 1663 dan kemudian menghadiri Universitas Jena, di mana ia mengembangkan teori permutasi dan kombinasi dalam *Ars Combinatoria*.

Di Jena, Leibniz bertemu dengan Profesor matematika Erhard Weigel dan ilmuwan matematika Christiaan Huygen, yang mempengaruhi pemikirannya dalam matematika. Pada tahun 1675, Leibniz menjadi anggota akademi ilmu pengetahuan Perancis dan Royal Society, serta menemukan mesin yang menghitung fungsi aritmatika. Leibniz kemudian fokus pada kalkulus dan mempresentasikan makalahnya pada tahun 1682 dan 1692 di *Journal Acta Eruditorum*.

Leibniz adalah bapak matematika dunia yang diakui karena keunggulannya dalam banyak bidang, termasuk filsafat, teologi, matematika, dan logika. Bersama dengan Isaac Newton, ia dianggap sebagai pendiri kalkulus. Pada tahun 1682, Leibniz bersama Otto Mencke mendirikan jurnal ilmiah *Acta Eruditorum* di Leipzig.

Leibniz mengembangkan notasi kalkulus modern pada tahun 1673 dan menemukan aturan untuk integral dan fraksional. Pada tahun 1676, ia menemukan aturan rantai. Karyanya dalam matematika dan filsafat dianggap penting, meskipun tidak dihargai pada zamannya.

Leibniz dan Newton dianggap mampu mengembangkan perhitungan secara mandiri. Newton menggunakan kalkulus dalam fisika umum untuk pertama kalinya, sementara Leibniz mengembangkan simbol yang penting dalam kalkulus.

### **C. Perkembangan Vektor**

Pada abad ke-17, penemuan independen dalam kalkulus terjadi di Jepang dan Eropa. Matematikawan seperti Seki Kowa, John Wallis, dan Isaac Barrow memberikan terobosan dalam kalkulus. James Gregory membuktikan kasus khusus dari teorema dasar kalkulus pada tahun 1668.

Meskipun konsep kalkulus telah ada sejak zaman Mesir, Yunani, Tiongkok, India, Iraq, Persia, dan Jepang, penggunaan kalkulus modern dimulai di Eropa pada abad ke-17 oleh Isaac Newton dan Gottfried Wilhelm Leibniz. Kalkulus memiliki aplikasi dalam fisika, seperti perhitungan kecepatan, percepatan, kemiringan kurva, dan optimalisasi.

Aplikasi kalkulus diferensial mencakup berbagai perhitungan, sedangkan kalkulus integral digunakan untuk menghitung luas, volume, panjang busur, pusat massa, kerja, dan tekanan. Kalkulus juga digunakan dalam deret pangkat dan deret Fourier, serta untuk memahami ruang, waktu, dan gerak. Matematikawan dan filsuf telah menggunakan kalkulus untuk memecahkan paradoks, seperti pembagian bilangan dengan nol dan jumlah deret tak terhingga. Kalkulus memberikan solusi terutama dalam bidang limit dan deret tak terhingga, yang kemudian berhasil memecahkan paradoks tersebut.

Pada tahun 1684, Leibniz mempublikasikan penjelasan penuh tentang kalkulus dan menamainya. Newton juga memiliki kontribusi dengan metode "the Method of Fluxions and Fluents". Kontroversi muncul karena saling tuduh mencuri ide antara keduanya.

Newton diduga telah bekerja pada kalkulus sebelum Leibniz, tetapi takut untuk mempublikasikannya. Karyanya akhirnya dipublikasikan pada tahun 1693. Newton menuduh Leibniz mencuri ide, dan sebaliknya. Royal Society, komunitas yang didukung oleh Raja Charles II, memainkan peran dalam kontroversi ini.

Leibniz terlihat mengembangkan kalkulus dari awal hingga akhir dalam buku catatannya, sementara Newton hanya menunjukkan hasil akhirnya. Penelitian ini menyoroti sejarah perkembangan kalkulus oleh Newton dan Leibniz, menggunakan metode kajian pustaka untuk menggali teori-teori yang relevan dengan masalah penelitian.

### **D. Rumusan Masalah**

Menjelaskan 2 permasalahan kehidupan sehari-hari mengenai masalah Aturan Rantai dan Metode Pengali Lagrange.

## BAB II

### PEMBAHASAN

#### Aturan Rantai

1. Sebuah kue dibuat dengan campuran bahan-bahan tertentu. Biaya produksi (  $C$  ) kue ini tergantung pada jumlah bahan yang digunakan, di mana biaya ini dapat dihitung dengan persamaan (  $C = 5x^2+3x+10$  ), di mana (  $x$  ) adalah jumlah bahan tertentu yang digunakan dalam kilogram. Tentukan perubahan biaya produksi ketika jumlah bahan (  $x$  ) digunakan dengan perubahan (  $x$  ) sebesar (2) kilogram.

Penyelesaian :

Untuk menjelaskan jawaban, mari kita lihat persamaan biaya produksi kue:  $C = 5x^2+3x+10$  Di mana (  $x$  ) adalah jumlah bahan tertentu yang digunakan dalam kilogram.

Turunan dari biaya produksi  $C$  terhadap  $x$  adalah:  $\frac{dC}{dx} = 10x + 6$  Ini berarti bahwa perubahan biaya produksi  $C$  ketika jumlah bahan  $x$  berubah sebesar 1 kilogram adalah  $10x + 6$ . Jika kita ingin mengetahui perubahan biaya produksi ketika jumlah bahan  $x$  berubah sebesar 2 kilogram, kita dapat mengganti  $x$  dengan nilai baru (  $x+ 2$  ) dan menghitung perubahan biaya produksi:

$$\frac{dC}{dx} = 10(x + 2) + 6 = 10x + 20 + 6 = 10x + 26$$

Jadi, perubahan biaya produksi ketika jumlah bahan  $x$  berubah sebesar 2 kilogram adalah  $10x + 26$ . Ini berarti bahwa jika kita meningkatkan jumlah bahan (  $x$  ) sebesar 2 kilogram, biaya produksi kue akan meningkat sebesar  $10x + 26$

2. Sebuah toko bunga memproduksi buket bunga dengan harga (  $P$  ) tergantung pada jumlah bunga yang digunakan, di mana harga ini dapat dihitung dengan persamaan (  $P= 2y^3 + 4y^2 + 6y + 50$  ), di mana (  $y$  ) adalah jumlah bunga dalam buket tersebut. Tentukan perubahan harga buket bunga ketika jumlah bunga (  $y$  ) digunakan dengan perubahan (  $y$  ) sebesar (1) bunga.

Penyelesaian :

Untuk menemukan perubahan harga buket bunga ketika jumlah bunga (  $y$  ) digunakan dengan perubahan (1) bunga, kita perlu menghitung turunan dari harga buket bunga (  $P$  )

terhadap  $y$  dan kemudian menggantinya dengan nilai baru. Turunan dari harga buket bunga ( $P$ ) terhadap  $y$  adalah:

$$\frac{dP}{dy} = 6y^2 + 8 + 2$$

Sekarang, kita dapat menggantikan  $y$  dengan nilai baru ( $y+1$ ) dan menghitung perubahan harga buket bunga :

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dy} &= 6(y + 1)^2 + 8(y + 1) + 6 = 6y^2 + 12y + 6 + 8y + 8 + 6 \\ &= 6y^2 + 20y + 20 \end{aligned}$$

Jadi, perubahan harga buket bunga ketika jumlah bunga ( $y$ ) digunakan dengan perubahan (1) bunga adalah

$$6y^2 + 20y + 20$$

### Metode Pengali Lagrange

1. . Seorang pemilik toko ingin memaksimalkan keuntungannya dengan menjual dua jenis produk, yaitu produk A dan produk B. Harga jual produk A adalah Rp 20.000 per unit, sedangkan harga jual produk B adalah Rp 30.000 per unit. Biaya produksi per unit untuk produk A adalah Rp 15.000 dan untuk produk B adalah Rp 25.000. Toko tersebut memiliki anggaran biaya produksi sebesar Rp 1.000.000 per bulan. Berapa jumlah unit produk A dan produk B yang harus diproduksi agar keuntungan maksimal?

Jawaban: Untuk menyelesaikan masalah ini, kita dapat menggunakan Metode Pengali Lagrange.

Misalkan:

$x$  = jumlah unit produk A

$y$  = jumlah unit produk B

Fungsi tujuan (keuntungan):  $f(x, y) = (20.000 - 15.000)x + (30.000 - 25.000)y$   
 $f(x, y) = 5.000x + 5.000y$

Kendala:  $15.000x + 25.000y \leq 1.000.000$

Langkah-langkah penyelesaian:

Bentuk Lagrangian:  $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(1.000.000 - 15.000x - 25.000y)$   
 $L(x, y, \lambda) = 5.000x + 5.000y + \lambda(1.000.000 - 15.000x - 25.000y)$

Turunkan Lagrangian terhadap  $x$ ,  $y$ , dan  $\lambda$ :  $\frac{\partial L}{\partial x} = 5.000 - 15.000\lambda = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 5.000 - 25.000\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1.000.000 - 15.000x - 25.000y = 0$$

Selesaikan sistem persamaan di atas:  $x = 40$  unit  $y = 20$  unit

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 1.000.000 - 15.000 \times 40 - 25.000 \times 20 = 0 \\ &= 900.000\end{aligned}$$

Jadi, agar keuntungan maksimal, pemilik toko harus memproduksi 40 unit produk A dan 20 unit produk B.

2. Seorang petani ingin memaksimalkan hasil panen jagungnya dengan menanam dua jenis bibit jagung, yaitu bibit A dan bibit B. Hasil panen bibit A adalah 5 ton per hektar, sedangkan hasil panen bibit B adalah 8 ton per hektar. Biaya penanaman bibit A adalah Rp 2.000.000 per hektar, sedangkan biaya penanaman bibit B adalah Rp 3.000.000 per hektar. Petani tersebut memiliki anggaran biaya penanaman sebesar Rp 10.000.000. Berapa luas lahan yang harus ditanami dengan bibit A dan bibit B agar hasil panen maksimal?

Jawaban: Untuk menyelesaikan masalah ini, kita dapat menggunakan Metode Pengali Lagrange.

Misalkan:  $x$  = luas lahan yang ditanami bibit A (dalam hektar)  $y$  = luas lahan yang ditanami bibit B (dalam hektar)

Fungsi tujuan (hasil panen):  $f(x, y) = 5x + 8y$

Kendala:  $2.000.000x + 3.000.000y \leq 10.000.000$

Langkah-langkah penyelesaian:

Bentuk Lagrangian:  $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(10.000.000 - 2.000.000x - 3.000.000y)$   
 $L(x, y, \lambda) = 5x + 8y + \lambda(10.000.000 - 2.000.000x - 3.000.000y)$

Turunkan Lagrangian terhadap  $x$ ,  $y$ , dan  $\lambda$ :  $\frac{\partial L}{\partial x} = 5 - 20.000.000\lambda = 0$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 8 - 3.000.000\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10.000.000 - 2.000.000x - 3.000.000y = 0$$

Selesaikan sistem persamaan di atas:  $x = 2$  hektar  $y = 2$  hektar

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 10.000.000 - 2.000.000 \times 2 - 3.000.000 \times 2 = 0 \\ &= 8.000.0000\end{aligned}$$

Jadi, agar hasil panen maksimal, petani harus menanam 2 hektar bibit A dan 2 hektar bibit B.

## **BAB III**

### **PENUTUP**

#### **A. MANFAAT PENULISAN**

Dapat menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari tentang materi Aturan Rantai dan Metode Pengali Lagrange.

#### **B. KESIMPULAN**

Kalkulus memberikan alat matematis yang kuat untuk memahami dan menganalisis perubahan dan akumulasi dalam berbagai konteks. Kemampuan untuk memahami dan menerapkan konsep-konsep ini tidak hanya berguna dalam dunia akademis tetapi juga dalam memecahkan masalah dunia nyata secara efektif dan efisien.

Aturan rantai merupakan alat penting dalam kalkulus yang memungkinkan analisis mendalam terhadap fungsi-fungsi yang saling bergantung melalui komposisi. Kemampuannya untuk menghitung turunan dari fungsi yang kompleks memungkinkan aplikasinya yang luas dalam ilmu pengetahuan dan teknologi modern. Pemahaman yang kuat tentang aturan rantai memungkinkan pemecahan masalah yang lebih efektif dan penggunaan kalkulus yang lebih efisien dalam berbagai konteks.

Metode pengali Lagrange merupakan alat yang kuat dalam analisis matematis untuk menemukan titik ekstremum dari fungsi dalam konteks kendala yang diberikan. Penggunaannya memberikan kerangka kerja yang jelas untuk memecahkan masalah optimisasi di berbagai disiplin ilmu, dengan aplikasi yang luas dari teori hingga praktik dalam kehidupan sehari-hari dan teknologi.

## DAFTAR PUSTAKA

Damayanti, E. (n.d.). Sejarah Perkembangan Kalkulus Oleh Isaac Newton Dan Gottfried Leibniz. *Kalkulu*, 487-493.

Kurniati, E. (2006). Menentukan Indeks Komposit Menggunakan Metode Lagrange Untuk Mengukur Tingkat Industrialisasi Di Provinsi Jawa Barat. *Jurnal Matematika*, 1-6.

Warsito. (2020). Aturan Rantai. *Kalkulus I*, 4-5.

# LAMPIRAN

## Mencari informasi materi di internet :

