

KUARTIL, DESIL, PERSENTIL

BIOSTATISTIKA

PENDAHULUAN

Kuartil, desil, dan persentil adalah ukuran-ukuran letak dalam statistika yang digunakan untuk membagi data menjadi beberapa bagian yang sama.

Masing-masing memiliki fungsi dan cara perhitungan yang berbeda.

Mengapa kita menggunakan kuartil, desil, dan persentil?

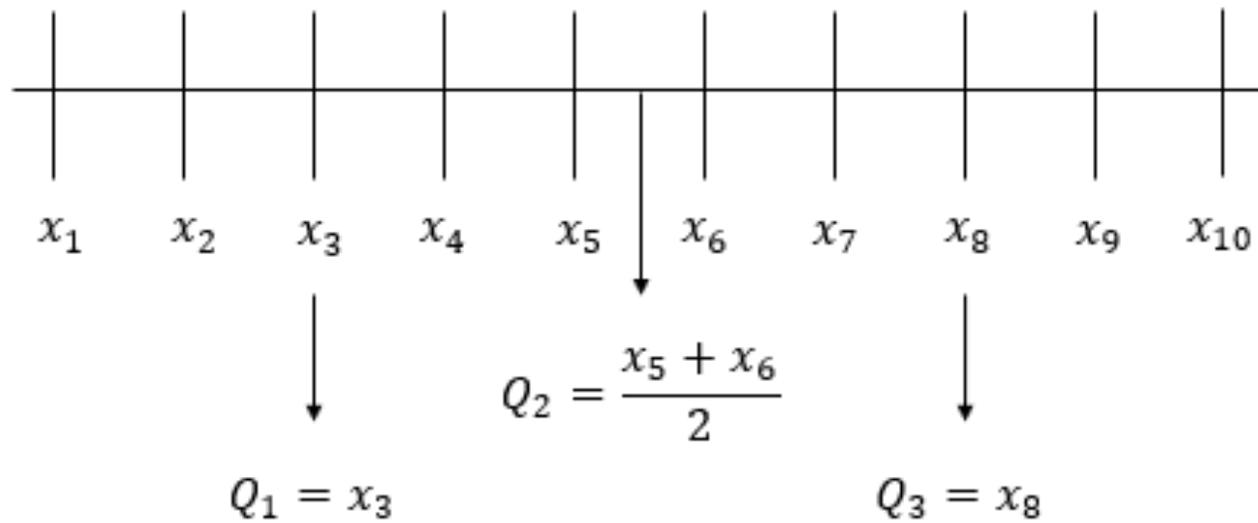
- **Untuk melihat sebaran data:** Dengan membagi data menjadi beberapa bagian, kita bisa melihat di mana sebagian besar data berada dan bagaimana penyebarannya.
- **Untuk membandingkan data:** Kita bisa membandingkan posisi suatu nilai dalam data dengan nilai-nilai lainnya. Misalnya, jika nilai seseorang berada pada persentil ke-90, berarti nilai tersebut lebih tinggi dari 90% data lainnya.
- **Untuk menganalisis data lebih lanjut:** Kuartil, desil, dan persentil sering digunakan sebagai dasar untuk menghitung ukuran dispersi seperti jangkauan interkuartil (IQR) dan koefisien variasi.

- **Kuartil**

Kuartil: Membagi data menjadi 4 bagian yang sama besar.

Ada tiga kuartil:

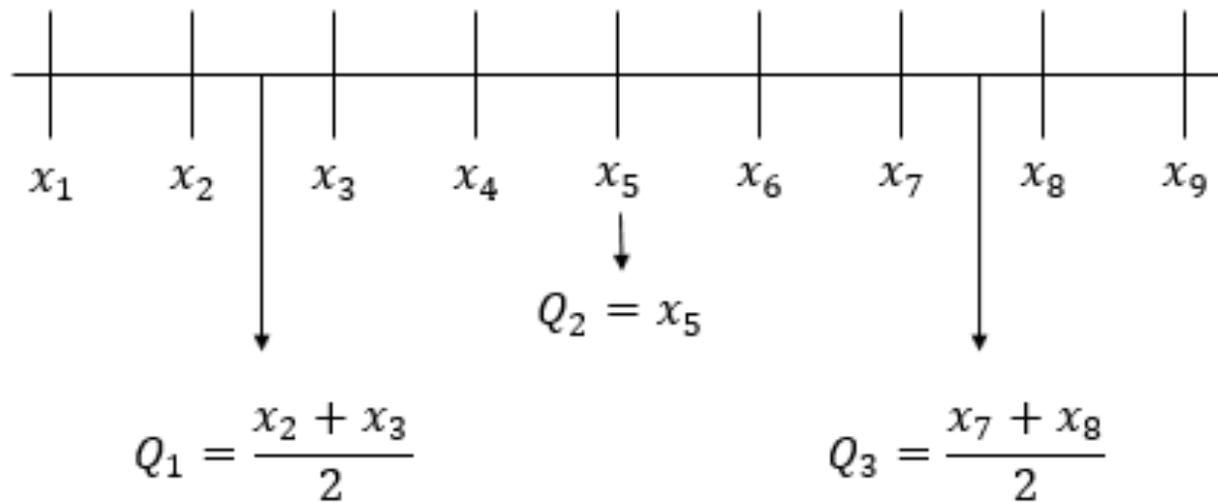
- **Kuartil pertama (Q1):** Membagi 25% data terendah dengan 75% data tertinggi.
- **Kuartil kedua (Q2):** Sama dengan median, membagi data menjadi dua bagian yang sama besar.
- **Kuartil ketiga (Q3):** Membagi 75% data terendah dengan 25% data tertinggi.



Q_1 = nilai tengah antara nilai terkecil

Q_2 = median

Q_3 = nilai tengah antara median (Q_2) dengan nilai terbesar



Rumus Kuartil Data Tunggal jika Data Ganjil

- Kuartil untuk $n+1$ habis dibagi 4
- Kuartil untuk $n+1$ tidak habis dibagi 4

$$Q_1 = x_{\left(\frac{n+1}{4}\right)}$$

$$Q_2 = x_{\left(\frac{2(n+1)}{4}\right)}$$

$$Q_3 = x_{\left(\frac{3(n+1)}{4}\right)}$$

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{n-1}{4}\right)} + x_{\left(\frac{n+3}{4}\right)}}{2}$$

$$Q_2 = x_{\left(\frac{2(n+1)}{4}\right)}$$

$$Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{3n+1}{4}\right)} + x_{\left(\frac{3n+5}{4}\right)}}{2}$$

Contoh Soal

Jika ada data berjumlah 123, tentukanlah letak kuartilnya!

Jawab:

- Dari soal di atas, kita tidak punya informasi mengenai nilai terkecil, nilai terbesar, dan interval data.
- Artinya, soal di atas meminta kita untuk menentukan letak kuartil dengan rumus cara mencari kuartil data tunggal.
- Karena jumlah data ganjil dan jika $n + 1$ dapat dibagi habis dengan 4, maka rumus yang digunakan dan cara menjawabnya sebagai berikut.

$$Q_1 = x \left(\frac{n + 1}{4} \right) = x \left(\frac{123 + 1}{4} \right) = x_{31}$$

$$Q_2 = x \left(\frac{2(n + 1)}{4} \right) = \left(\frac{2(124)}{4} \right) = x_{62}$$

$$Q_3 = x \left(\frac{3(n + 1)}{4} \right) = \left(\frac{3(124)}{4} \right) = x_{93}$$

Contoh Soal

Dari data berjumlah 97, tentukanlah letak kuartilnya!

Jawab:

Karena jumlah data ganjil dan jika $n + 1$ tidak dapat dibagi habis dengan 4, maka rumus yang digunakan dan cara menjawabnya:

$$Q_1 = \frac{x\left(\frac{n-1}{4}\right) + x\left(\frac{n+3}{4}\right)}{2} = \frac{x\left(\frac{97-1}{4}\right) + x\left(\frac{97+3}{4}\right)}{2} = \frac{x_{24} + x_{25}}{2}$$

$$Q_2 = x\left(\frac{2(n+1)}{4}\right) = x\left(\frac{2(97+1)}{4}\right) = x_{49}$$

$$Q_3 = \frac{x\left(\frac{3n+1}{4}\right) + x\left(\frac{3n+5}{4}\right)}{2} = \frac{x\left(\frac{3(97)+1}{4}\right) + x\left(\frac{3(97)+5}{4}\right)}{2} = \frac{x_{73} + x_{74}}{2}$$

Contoh Soal

Dari data berjumlah 200, tentukanlah letak kuartilnya!

Jawab:

Karena jumlah data genap dan bisa dibagi habis dengan 4, maka rumus yang digunakan dan cara menjawabnya sebagai berikut.

$$Q_1 = \frac{x\left(\frac{n}{4}\right) + x\left(\frac{n}{4} + 1\right)}{2} = \frac{x\left(\frac{200}{4}\right) + x\left(\frac{200}{4} + 1\right)}{2} = \frac{x_{50} + x_{51}}{2}$$

$$Q_2 = \frac{x\left(\frac{n}{2}\right) + x\left(\frac{n}{2} + 1\right)}{2} = \frac{x\left(\frac{200}{2}\right) + x\left(\frac{200}{2} + 1\right)}{2} = \frac{x_{100} + x_{101}}{2}$$

$$Q_3 = \frac{x\left(\frac{3n}{4}\right) + x\left(\frac{3n}{4} + 1\right)}{2} = \frac{x\left(\frac{3 \cdot 200}{4}\right) + x\left(\frac{3 \cdot 200}{4} + 1\right)}{2} = \frac{x_{150} + x_{151}}{2}$$

Contoh Soal

Dari data berjumlah 150, tentukanlah letak kuartilnya!

Jawab:

Karena jumlah data genap dan tidak bisa dibagi habis dengan 4, maka

$$Q_1 = x \left(\frac{n + 2}{4} \right) = x \left(\frac{150 + 2}{4} \right) = x_{38}$$

$$Q_2 = \frac{x \left(\frac{n}{2} \right) + x \left(\frac{n}{2} + 1 \right)}{2} = \frac{x \left(\frac{150}{2} \right) + x \left(\frac{150}{2} + 1 \right)}{2} = \frac{x_{75} + x_{76}}{2}$$

$$Q_3 = x \left(\frac{3n + 2}{4} \right) = x \left(\frac{3(150) + 2}{4} \right) = x_{113}$$

Rumus Kuartil Data Berkelompok

$$Q_i = L_i + p \left(\frac{\frac{i}{4}n - Fki}{f_i} \right)$$

Keterangan:

Q_i = Kuartil ke- i

L_i = Tepi bawah kelas kuartil ke- i dikurangi 0,5

p = panjang kelas interval

Fki = frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas kuartil ke- i

f_i = frekuensi kelas kuartil ke- i

n = banyak data

Contoh Soal

Berat (Kg)	Banyak Siswa
40-44	5
45-49	18
50-54	42
55-59	20
60-64	9
65-69	6

Dari tabel data kelompok di atas, tentukan nilai kuartilnya!

Jawab:

Hal yang pertama harus dilakukan untuk menjawab contoh soal kuartil data kelompok ini adalah mencari frekuensi kumulatif.

Berat (Kg)	Banyak Siswa	Frekuensi Kumulatif
40-44	5	5
45-49	18	23
50-54	42	65
55-59	20	85
60-64	9	94
65-69	6	100

Contoh Soal

Selanjutnya, tentukan nilai kuartil bawah, kuartil tengah, dan kuartil atasnya.

$$Q_1 = 1/4 \times 100 = 25$$

$$Q_2 = 2/4 \times 100 = 50$$

$$Q_3 = 3/4 \times 100 = 75$$

Kemudian, masukan ke dalam rumus kuartil data kelompok:

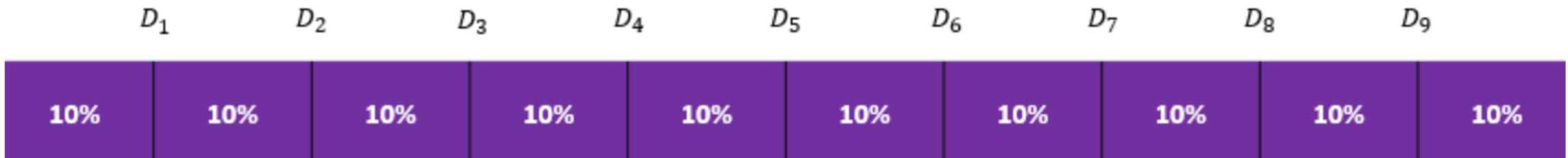
$$Q_1 = 49,5 + \left(\frac{\frac{1}{4} \cdot 100 - 23}{42} \right) \cdot 5 = 49,7$$

$$Q_2 = 49,5 + \left(\frac{\frac{2}{4} \cdot 100 - 23}{42} \right) \cdot 5 = 52,7$$

$$Q_3 = 54,5 + \left(\frac{\frac{3}{4} \cdot 100 - 65}{20} \right) \cdot 5 = 57$$

- **Desil**

Membagi data menjadi 10 bagian yang sama besar. Ada sembilan desil yang menunjukkan batas antara setiap bagian.



Penyebaran Data: Desil

Rumus Desil Data Tunggal

$$D_i = \frac{i(n+1)}{10}$$

Keterangan:

n = banyak data

D_i = kelas dimana desil ke- i tersebut berada

i = bilangan bulat antara 1 sampai 9

Contoh Soal

Dari data 10, 7, 8, 9, 6, 6, 3, 1, 2,
2, 3, 3, 9, 8, 2

Tentukan desil ke-5 dan ke-8

Jawab:

Data diurutkan terlebih dahulu
dari terkecil hingga terbesar

1,2,2,2,3,3,5,6,6,7,8,8,9,9,10

Banyak data (n) = 15

Menentukan desil ke-5

$$D_i = \frac{i(n+1)}{10}$$

$$D_5 = \frac{5(15+1)}{10}$$

$$D_5 =$$

 letak

$$D_5 =$$

Menentukan desil ke-8

$$D_i = \frac{i(n+1)}{10}$$

$$D_8 = \frac{8(15+1)}{10}$$

$$D_8 = \quad \rightarrow \text{letak}$$

$$D_8 = ???$$

Menentukan desil ke-8

$$D_8 = X_k + d (X_{k+1} - X_k)$$

$$D_8 = X_{12} + 0,8 (X_{12+1} - X_{12})$$

1,2,2,2,3,3,5,6,6,7,8,8,9,9,10

$$D_8 = 8 + 0,8 (9 - 8)$$

$$D_8 =$$

Contoh Soal

Dari data 14, 12, 8, 6, 15, 10, 2, 9, 4, 3

Tentukan desil ke-2

Jawab:

Jawab:

Data diurutkan lebih dulu menjadi:

2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15

banyaknya data $(n) = 10$.

Menentukan desil ke-2:

$$D_i = \frac{i(n+1)}{10}$$

$$D_2 = \frac{2(10+1)}{10} = 2,2 \rightarrow \text{letak}$$

$$D_2 = X_k + d (X_{k+1} - X_k)$$

$$D_2 = X_2 + 0,2 (X_{2+1} - X_2)$$

$$D_2 = 3 + 0,2 (4 - 3)$$

$$D_2 = 3 + 0,2 (4 - 3)$$

$$D_2 = 3,2$$

Rumus Desil Data Kelompok

$$D_i = Tb + \frac{\left(\frac{i}{10} n - f_{k \leq D_i}\right)}{f_{D_i}} p$$

Keterangan:

D_i = kelas dimana desil ke- i tersebut berada

Tb = nilai tepi bawah kelas desil - 0,5

i = bilangan bulat antara 1 sampai 9

n = banyak data

$f_{k \leq D_i}$ = frekuensi kumulatif kurang dari sebelum kelas desil ke- i

f_{D_i} = frekuensi kelas letak desil ke- i

p = panjang kelas

Contoh Soal

Berikut nilai yang diperoleh mahasiswa kelas C.

Nilai	Banyak Siswa
31 - 40	5
41 - 50	8
51 - 60	10
61 - 70	6
71 - 80	1
n = 30	

Tentukan desil ke-4 (D4) dari data di atas

Menentukan desil ke-4

Nilai	Banyak Siswa	fk
31 - 40	5	5
41 - 50	8	13
51 - 60	10	23
61 - 70	6	29
71 - 80	1	30
n = 30		

$$D_i = Tb + \frac{\left(\frac{i}{10} n - fk \leq D_i\right)}{f_{Di}} p$$

$$D_4 = 40,5 + \frac{\left(\frac{4}{10} 30 - 5\right)}{8} 10$$

$$D_4 = 40,5 + \frac{(12 - 5)}{8} 10$$

$$D_4 = 49,25$$



Mencari letak desil
 $= \frac{i}{10} n$

- **Persentil**

Membagi data menjadi 100 bagian sama besar. Sekumpulan data yang dibagi menjadi 100 bagian yang sama akan menghasilkan 99 pembagi berturut-turut yang dinamakan persentil pertama, persentil kedua, hingga persentil ke-99.

Pada prinsipnya, persentil sama dengan desil. Hanya saja, sebaran datanya lebih luas 10 kali lipat.

Persentil Data Tunggal

$$P_i = \frac{i(n+1)}{100}$$

Keterangan:

n = banyak data

P_i = kelas dimana persentil ke-i tersebut berada

i = bilangan bulat antara 1 sampai 99

Contoh Soal

Tentukan persentil ke-25 dari data berikut:

33 33 34 34 34 36 36 37 38 38
39 40 41 41 42 43 44 44 45 45

Jawab:

Banyak data (n) = 20

Menentukan persentil ke-25

$$P_i = \frac{i(n+1)}{100}$$

$$P_{25} = \frac{25(20+1)}{100}$$

$$P_{25} = 5,25$$

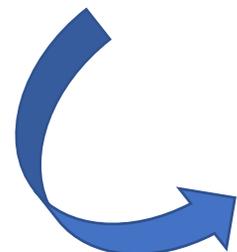
 letak

Menentukan persentil ke-25

33 33 34 34 34 36 36 37 38 38 39 40 41 41 42 43 44 44 45 45

$P_{25} = \text{data ke-5} + (\text{kelebihan letak persentil ke-25}) ((\text{data ke-6}) - (\text{data ke-5}))$

$$P_{25} = 34 + 0,25 (36 - 34) = 34,5$$


$$P_{25} = X_k + d (X_{k+1} - X_k)$$

Persentil Data Kelompok

$$P_i = Tb + \frac{(\frac{i}{100} n - f_{k \leq P_i})}{f_{P_i}} p$$

Keterangan:

D_i = kelas dimana desil ke- i tersebut berada

Tb = nilai tepi bawah kelas desil - 0,5

i = bilangan bulat antara 1 sampai 99

n = banyak data

$f_{k \leq D_i}$ = frekuensi kumulatif kurang dari sebelum kelas desil ke- i

f_{D_i} = frekuensi kelas letak desil ke- i

p = panjang kelas

Contoh Soal

Diketahui data kelompok tinggi badan dalam suatu kelas

Nilai	Banyak Siswa
140 -143	4
144 - 147	3
148 - 151	5
152 - 155	2
n = 14	

Tentukan Persentil ke-60 (P60) dari data di atas

Menentukan persentil ke-60

Nilai	Banyak Siswa	fk
140 -143	4	4
144 - 147	3	7
148 - 151	5	12
152 - 155	2	14
n = 14		

$$P_i = Tb + \frac{(\frac{i}{100} n - fk \leq P_i)}{f P_i} p$$

$$P_{60} = 147,5 + \frac{(\frac{60}{100} 14 - 7)}{5} 4$$

$$P_{60} = 147,5 + \frac{(8,4 - 7)}{5} 4$$

$$P_{60} = 148,62$$



Perlu lebih dulu mencari letak persentil

$$= \frac{i}{100} n$$