

TEORI GRAF

PAM 2323

SITI RAHMAH N., M.Si

Silabus Teori Graf

- Sejarah Teori Graf
- Terminologi Graf
- Jenis-jenis Graf
- Graf dan Digraf Euler
- Graf dan Digraf Hamilton
- Algoritma Lintasan Terpendek
- Algoritma TSP
- Tree dan Sifat-sifatnya
- Algoritma MST
- Planaritas dan Pewarnaan Graf

KOMPONEN PENILAIAN

- 5 % Afektif
- 20 % Tugas
- 15 % Quiz
- 20 % UTS
- 20 % UAS
- 20 % Presentasi

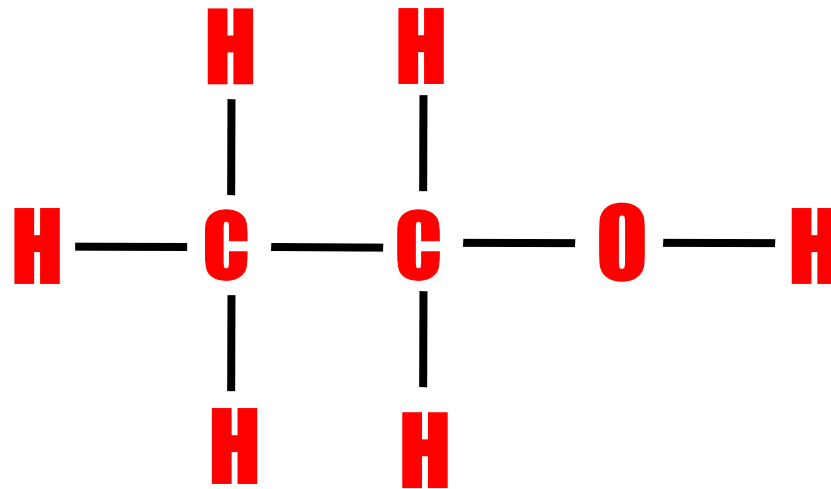
Graf digunakan untuk merepresentasikan obyek-obyek diskrit dan hubungan antara obyek-obyek tersebut.

Beberapa permasalahan yang dapat digambarkan dengan graf

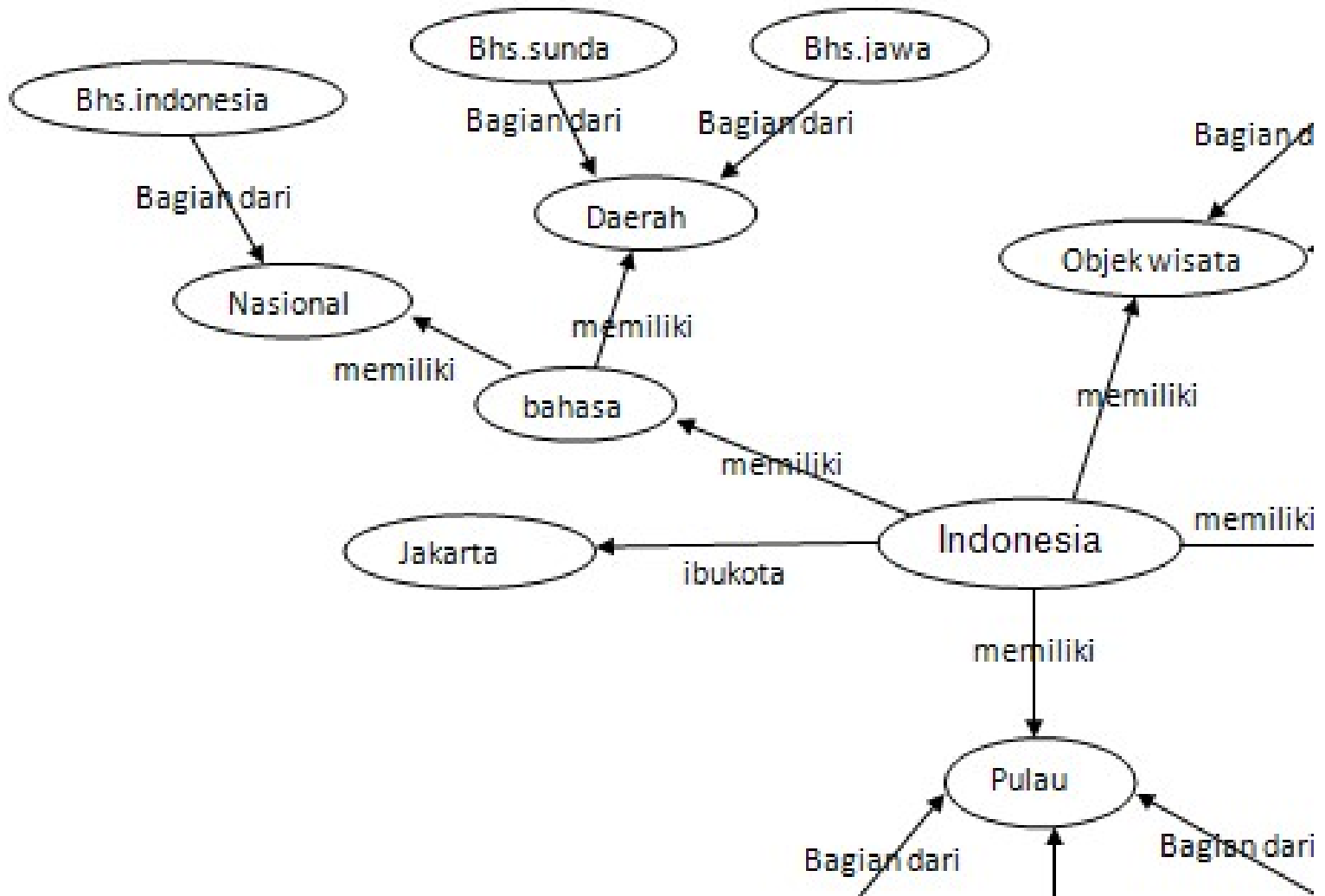
**Stasiun yang saling terhubung dengan rel
Kota-kota yang saling terhubung dengan jalan
raya**

**Kabel-kabel antar terminal dalam jaringan listrik
Ruang yang saling terhubung dengan pintu
/Diagram Sirkulasi, dll**

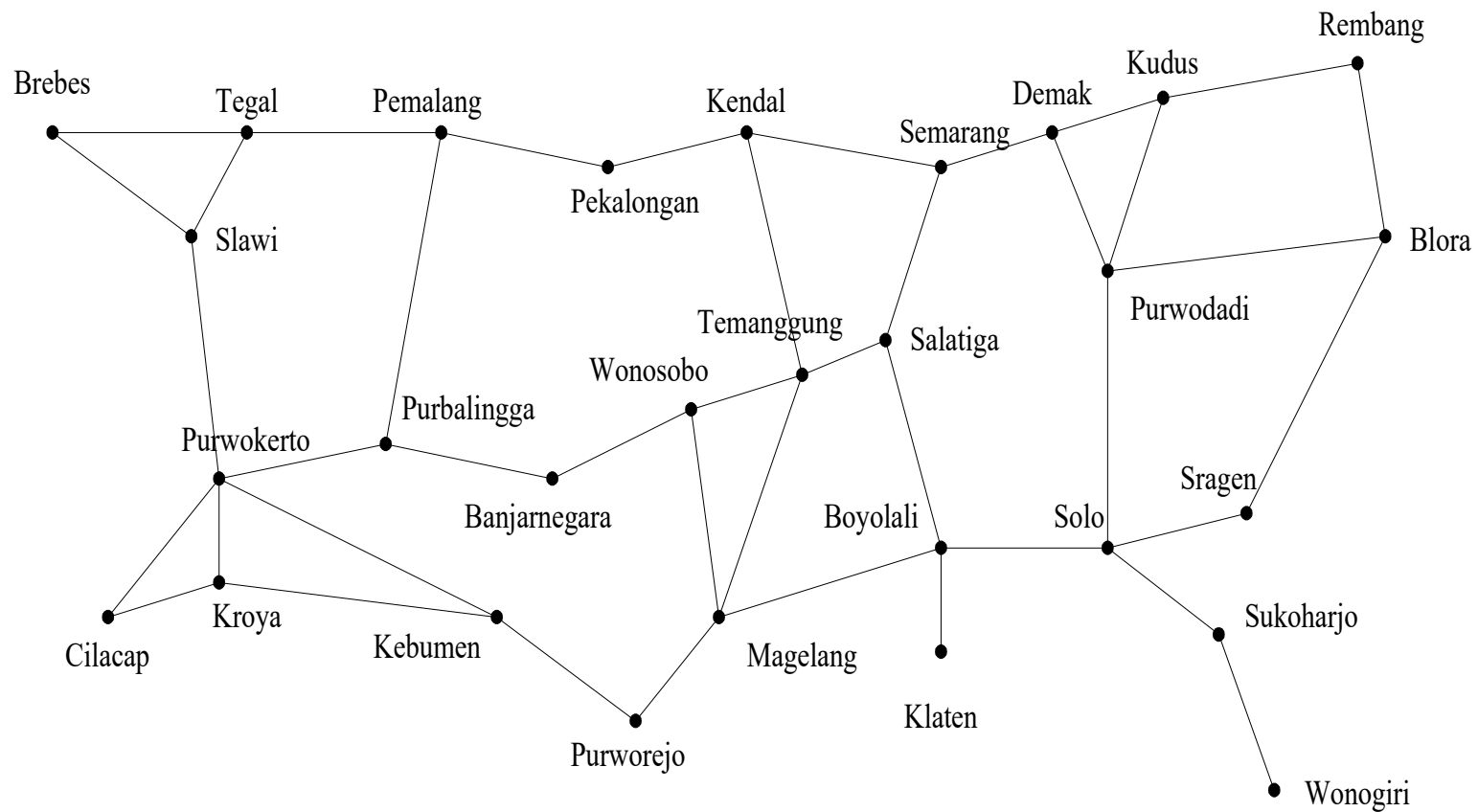
Ikatan Kimia antar atom dalam molekul

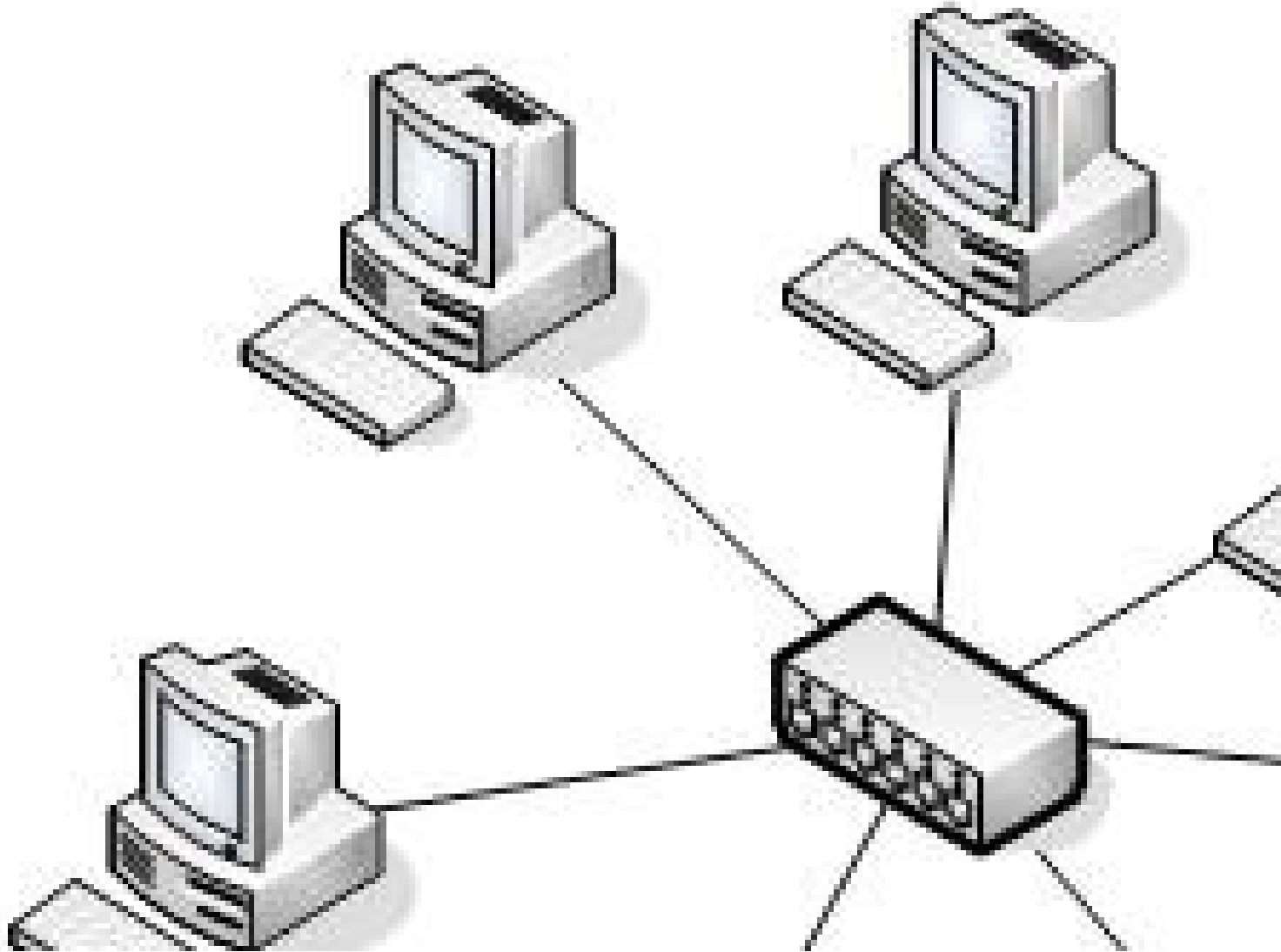


Etanol C₂H₅O



Gambar di bawah adalah sebuah graf yang menyatakan peta jaringan jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di Provinsi Jawa Tengah.



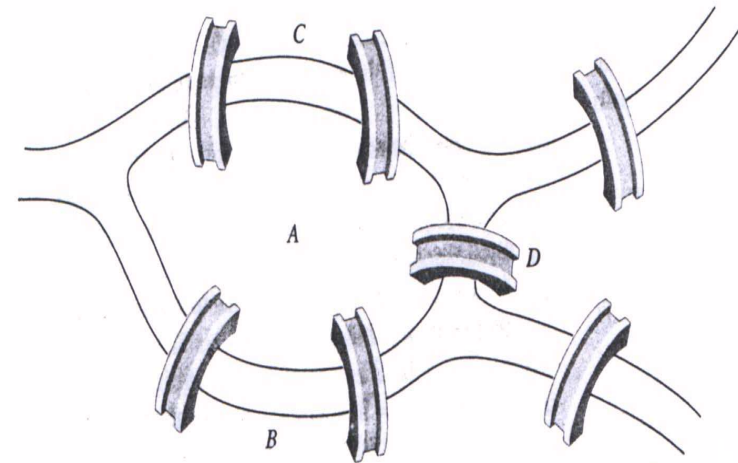
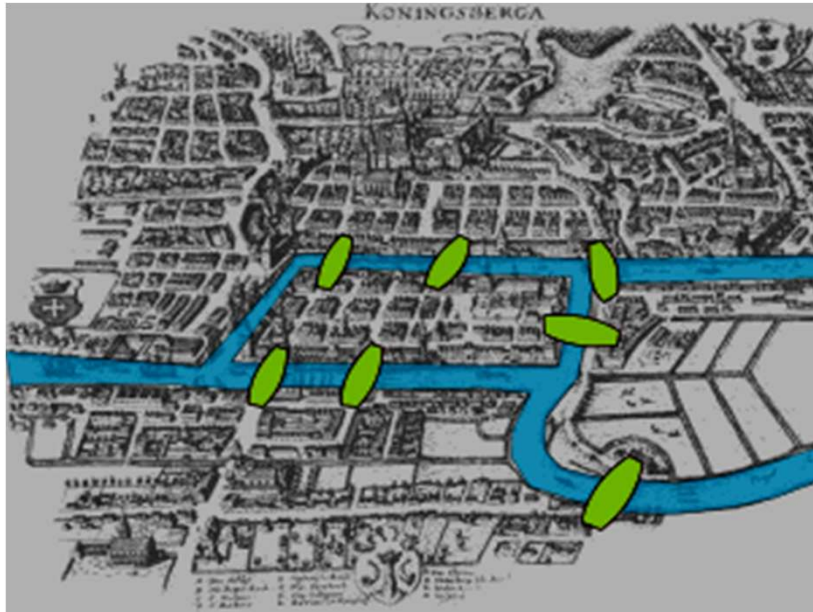


SEJARAH GRAF

Teori Graf mulai dikenal pada saat seorang matematikawan bangsa Swiss, bernama Leonhard Euler, berhasil mengungkapkan *Misteri Jembatan Königsberg* pada tahun 1736.

Masalah jembatan Königsberg

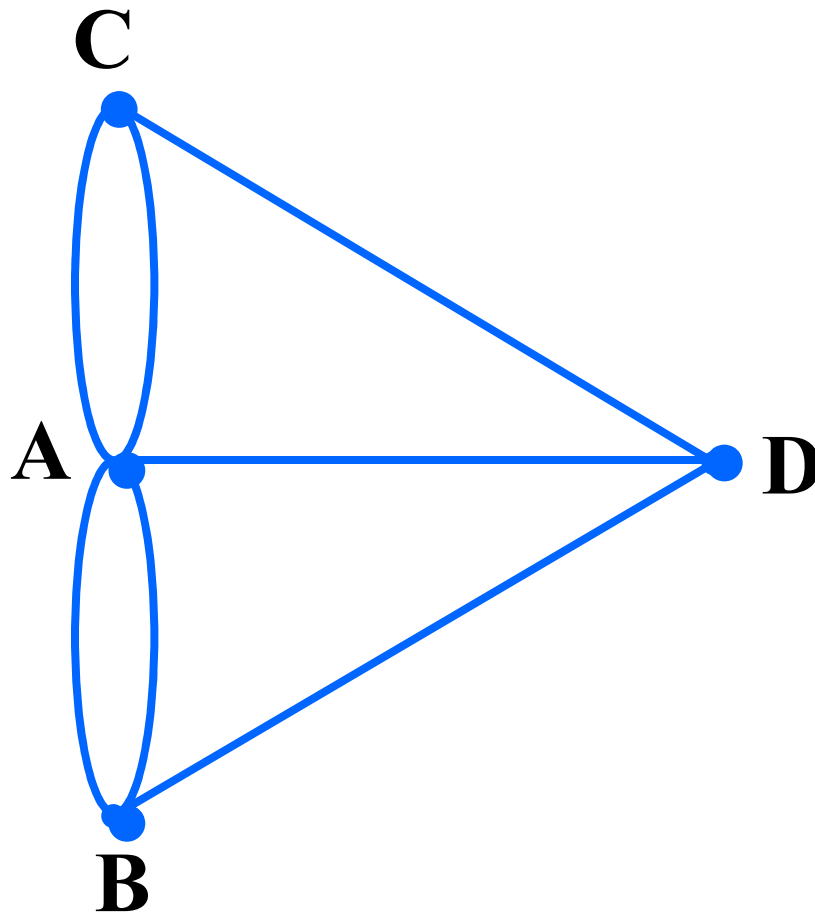
Di kota Königsberg (sebelah timur negara bagian Prussia, Jerman), yg sekarang bernama kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yg mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Ada 7 buah jembatan yg menghubungkan daratan yg dibelah oleh sungai tsb.



A, B, C, D, → pulau/daratan

Jika seseorang berada di suatu pulau, dapatkah orang tersebut berpergian dengan melalui setiap jembatan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat semula?

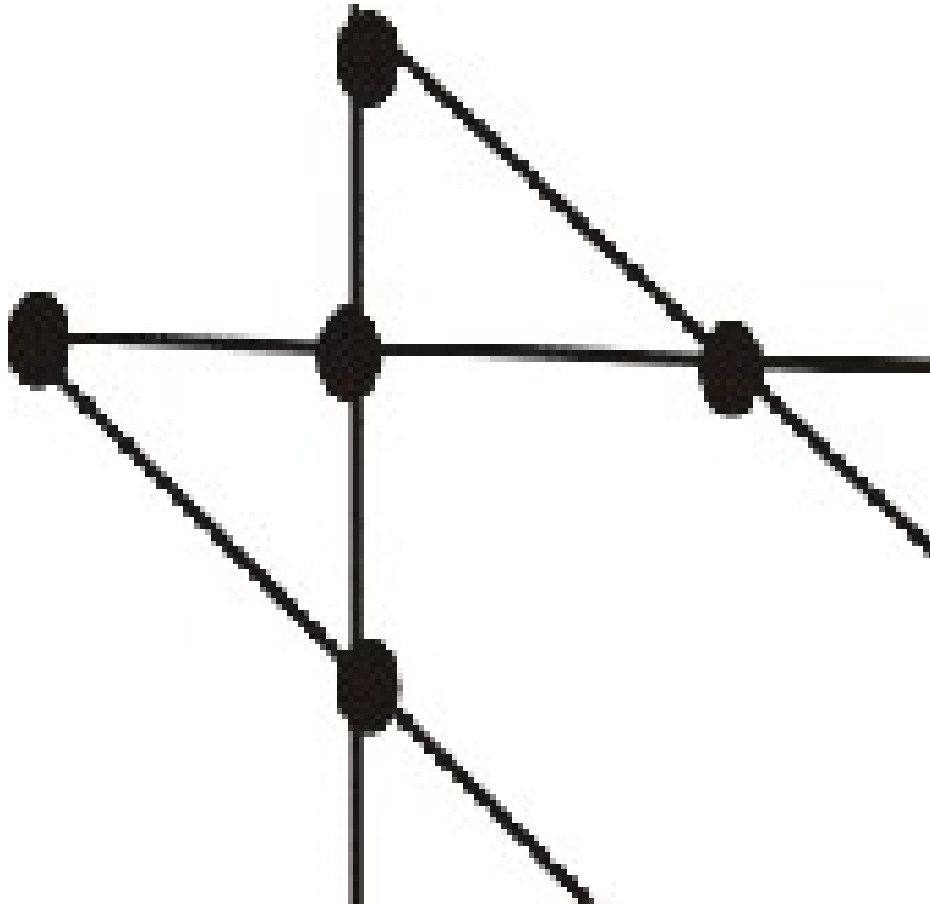
Representasi Jembatan Konisberg ke dalam Graf



Sisi-sisi (*edges*) → jembatan

Dapatkah orang tersebut
berpergian dengan
melalui setiap jembatan
tepat sekali dan kembali
lagi ke tempat semula ?

Bagaimana dengan Graf berikut?

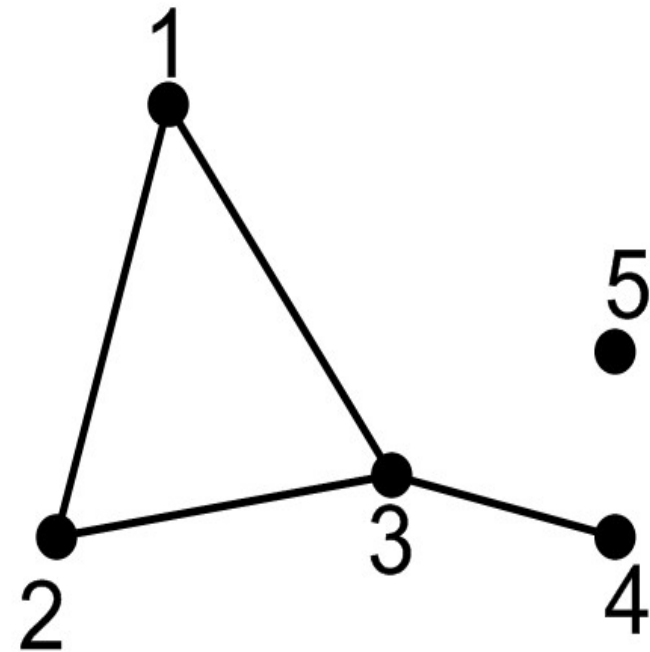


Dapatkah melalui
setiap titik tepat
sekali dan kembali
lagi ke tempat
semula?

Definisi Graf

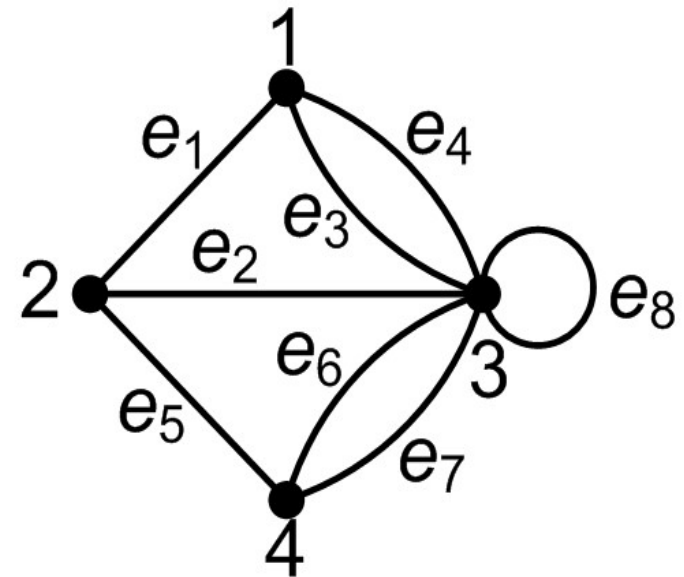
Graf G terdiri dari himpunan titik dan himpunan sisi, dengan $V(G)$ adalah himpunan tak kosong yang anggotanya disebut dengan titik dan $E(G)$ adalah himpunan sisi yang mungkin kosong yang menghubungkan sepasang titik pada graf.

Contoh



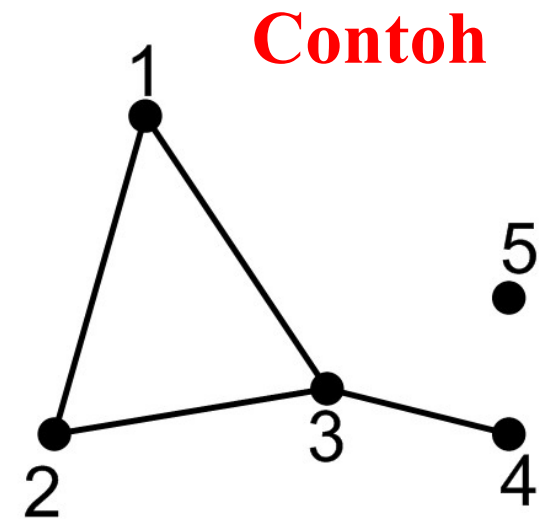
Sisi Ganda dan Loop

Dua sisi atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama disebut sisi ganda, dan sebuah sisi yang menghubungkan sebuah titik ke dirinya sendiri disebut *loop*.



Bertetangga dan Bersisian

Dua buah titik pada graf G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, v_j bertetangga dengan v_k jika (v_j, v_k) adalah sebuah sisi pada graf G . Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$, sisi e dikatakan bersisian dengan titik v_j dan v_k .

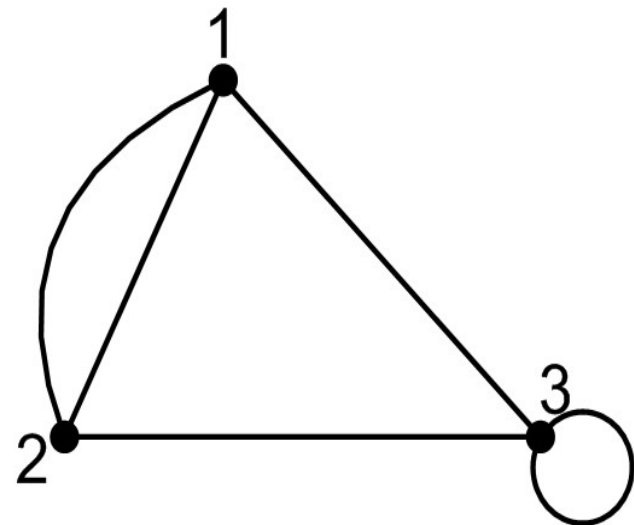


Derajat Suatu Titik

Misal G adalah graf dan v adalah suatu titik dari graf G .

Derajat titik v adalah banyaknya sisi yang bersisian dengan titik v , dan dinotasikan $der(v)$.

Contoh

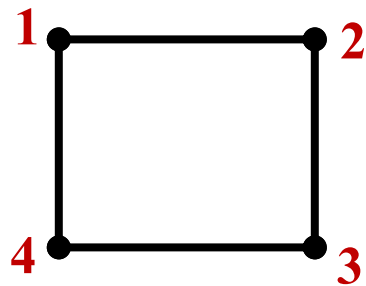


Jenis – jenis Graf

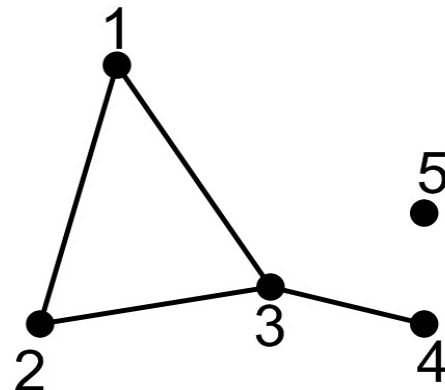
Berdasarkan Sisi Ganda dan Loop

1. Graf sederhana (*simple graph*).

Graf yang tidak mengandung loop dan sisi ganda dinamakan graf sederhana.



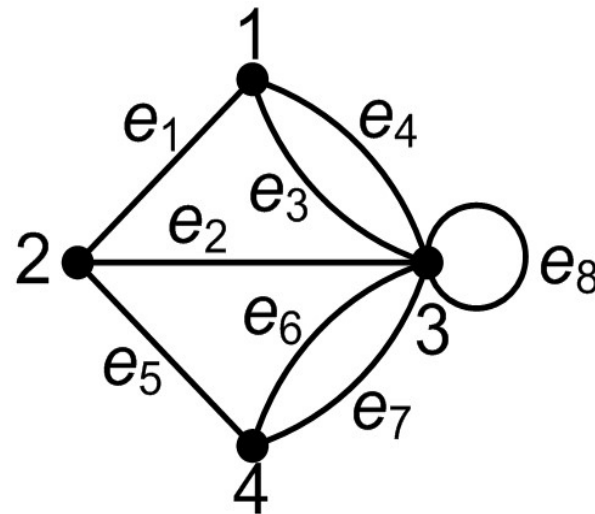
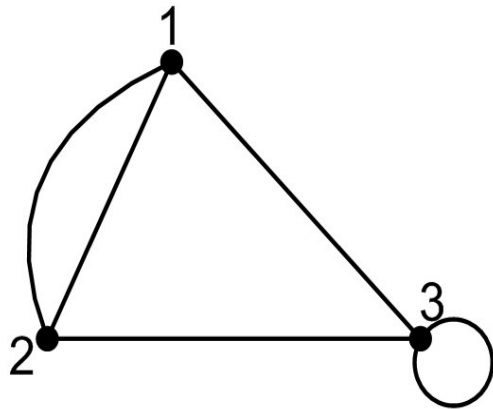
Graf G



Graf H

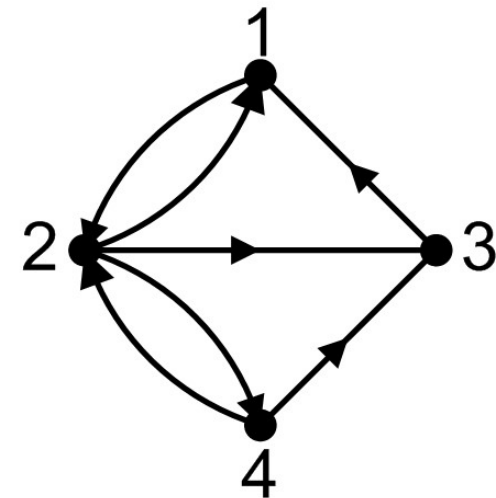
2. Graf tak-sederhana (*unsimple-graph*).

Graf yang mengandung sisi ganda atau loop dinamakan graf tak-sederhana (*unsimple graph*).



Berdasarkan Orientasi Arah pada Sisinya

1. Graf tak-berarah (*undirected graph*), yaitu graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.
2. Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*), yaitu graf yang setiap sisinya mempunyai orientasi arah.



Pada graf berarah:

$der_{in}(v)$ = derajat-masuk
(*in-degree*)

= jumlah sisi yang masuk ke titik

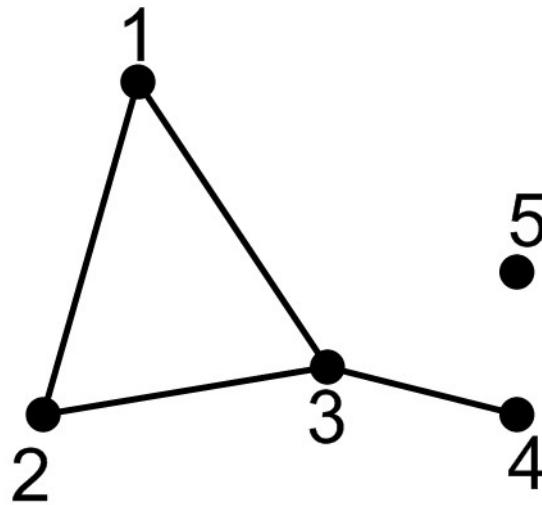
$der_{out}(v)$ = derajat-keluar (*out-degree*)

= jumlah sisi yang keluar dari titik v

$der(v)$ = $der_{in}(v) + der_{out}(v)$

Titik Terpencil (*Isolated Vertex*)

Titik terpencil adalah titik yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.



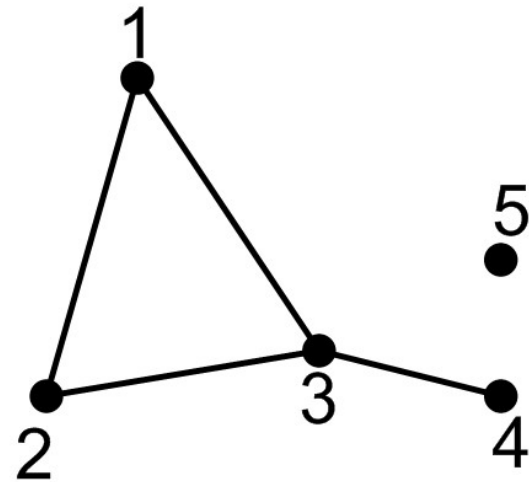
Teorema Jabat Tangan

Jumlah derajat semua titik pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut.

Dengan kata lain,

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$$

Contoh



Teorema

Banyaknya titik berderajat ganjil dalam sebuah graf selalu genap.

Contoh

1. Berapa banyak sisi pada suatu graf apabila pada graf tersebut mempunyai 20 titik yang masing-masing berderajat 3?
2. Diketahui bahwa sebuah graf memiliki lima buah titik. Dapatkah kita menggambar graf tersebut jika derajat masing-masing titiknya adalah:
 - (a). 3,3,3,3,2
 - (b). 1,2,3,4,5

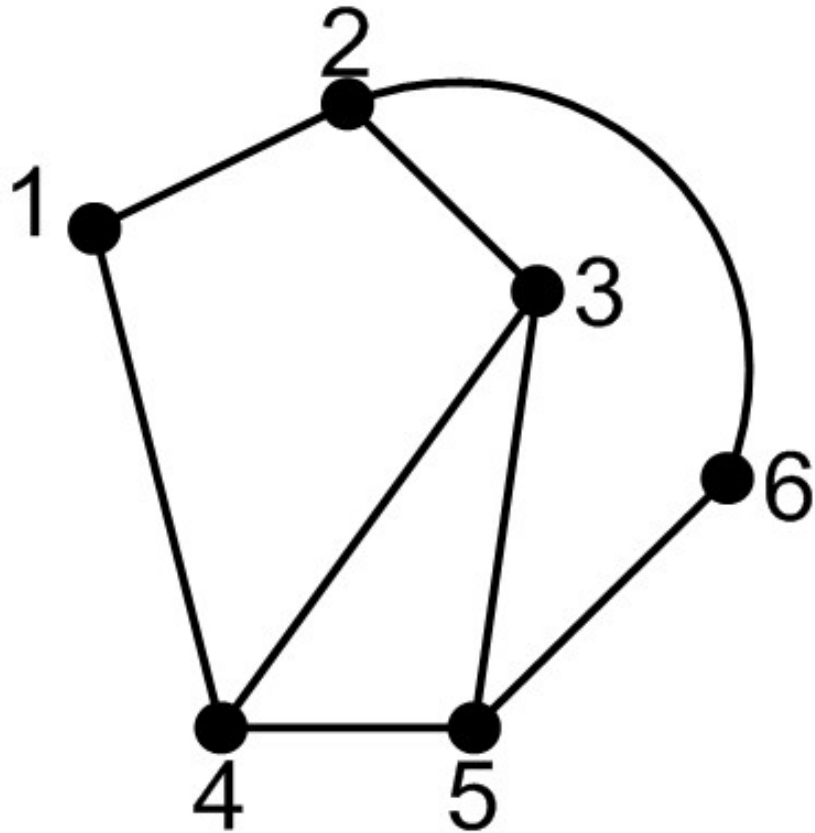
Jalan, Lintasan, dan Sikel

Jalan dari titik v_0 ke titik v_n dari graf G yang panjangnya k adalah rangkaian k buah sisi $v_0 v_1, v_1 v_2, \dots, v_{n-1} v_n$.

Jalan dikatakan tertutup jika $v_0 = v_n$ dan dikatakan terbuka jika $v_0 \neq v_n$.

Lintasan adalah jalan yang semua titiknya berbeda, sedangkan sikel adalah lintasan yang tertutup.

Contoh



Graf Terhubung dan Graf Tak Terhubung

Graf G disebut graf terhubung jika untuk setiap pasangan titik yang berbeda terdapat lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut. Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung.

